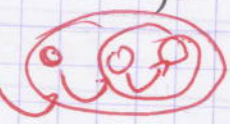
ב. סה"כ לכל היותר m פעולות מסוג Findset + makeset + Union

(1) במידה הכי גרועה



$\sum_{i=1}^{n} O(m+2^i) = O(m \cdot n)$ גבול עליון

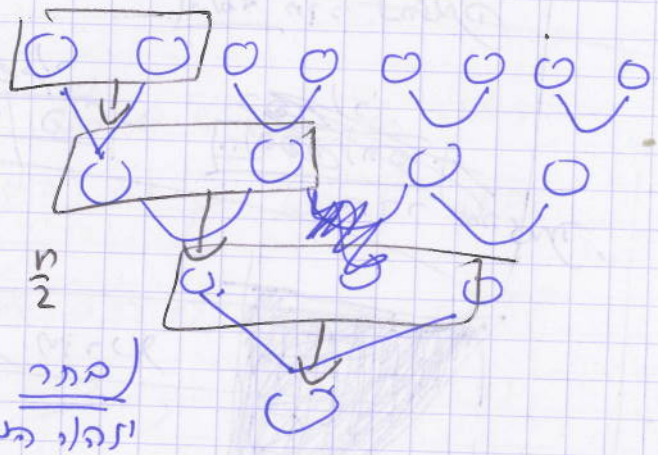
(1) ג. סה"כ

$O(m)$ יש m פעולות תהיה כמות

$O(1)$ שכל פעולה לכל היותר

בתשובה, הכי קלה לציפייה היא כמות הפעולות

שלנו ולכן נחשב את S זה המחיר הכולל ביחד



$\log n$ איטרציות

$\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} 1$ איטרציות

$\sum_{i=2}^{\frac{n}{2}}$

$\sum_{i=2}^{\frac{n}{2}}$

נתחיל מהשכבה הראשונה (הכי למטה) שיש בה $\frac{n}{2}$ צמתים ולכן מחיר כולל

נמשיך לשכבה שמעל שיש בה $\frac{n}{4}$ צמתים ולכן מחיר כולל

$\frac{n}{2^k} = 1$ במקרה $k = \log(n)$ פעמים, כאשר הגובה

נשים לב שסכום איטרציות זה מהשכבה $\frac{n}{2}$ ומעלה הוא

$\sum_{i=1}^{\log n} \frac{n}{2^i}$ הסכום הזה חסום מלעיל ע"י n כי זו סדרה הנדסית

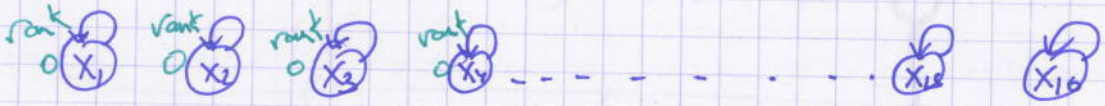
$O(1)$ ולכן

$$S\left(m + \frac{n}{2} \cdot \log(n)\right) \Rightarrow S\left(m + n\log n + m\right)$$

(1) for $i=1$ to 16

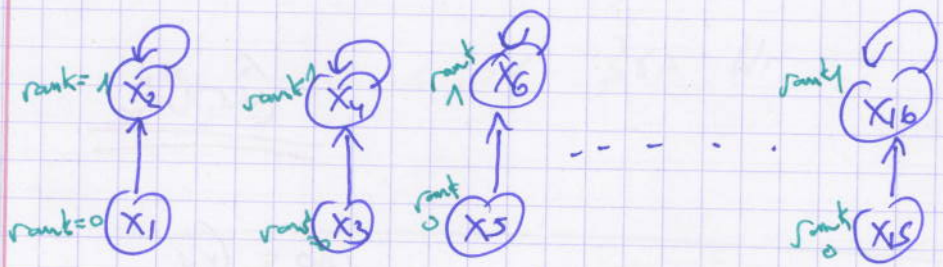
(2) do make-set(x_i)

rank=0



(3) do make-set (x_i)

do Union (x_i, x_{i+1})



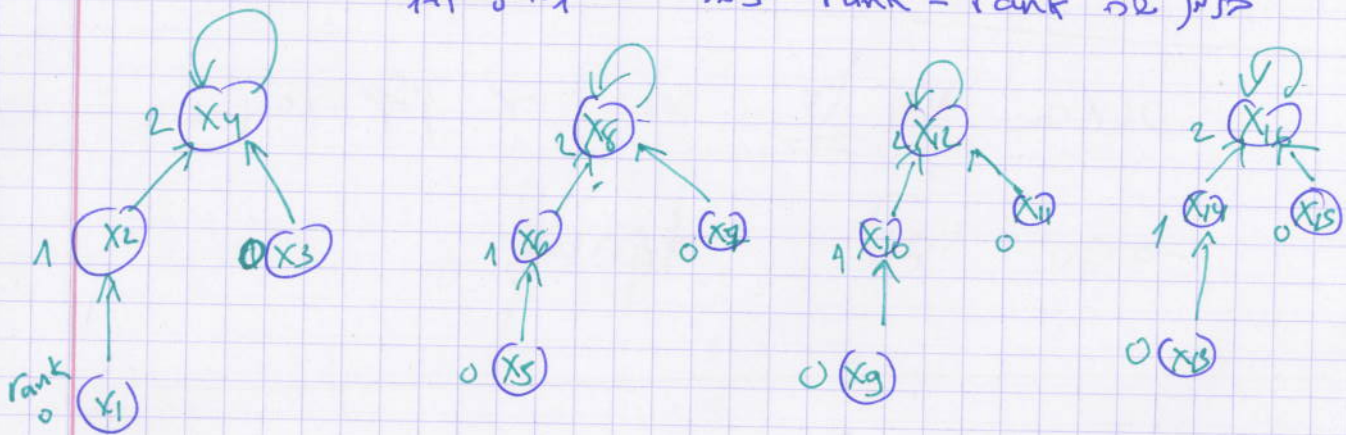
(5) for $i=2$ to 14 by 4.

do Union. (x_i, x_{i+1})

x_{i+1} נהפך ל- x_i הוריד של

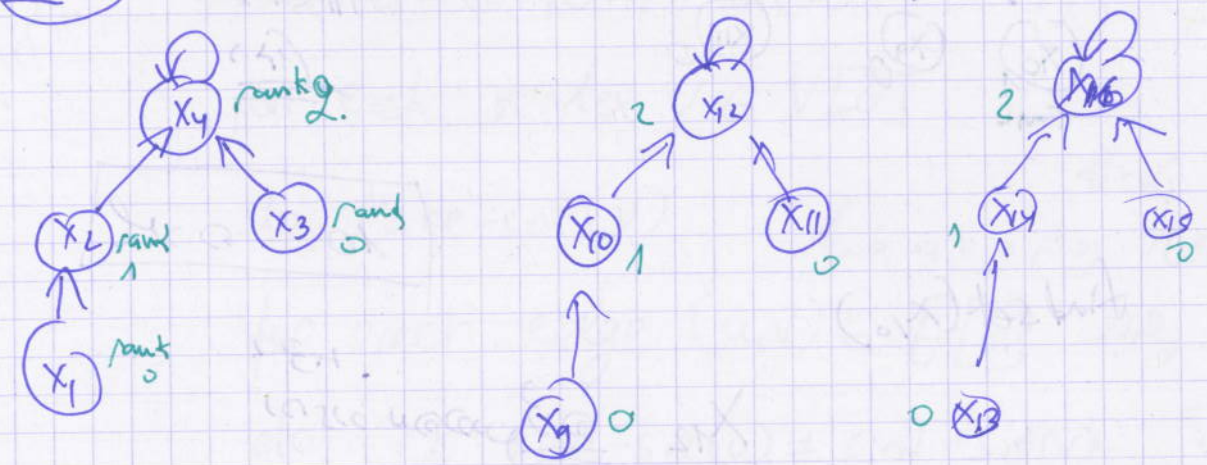
~~rank(x) = rank(y) אז~~

x_{i+1} נהפך ל- x_i אז rank = rank הדגל של

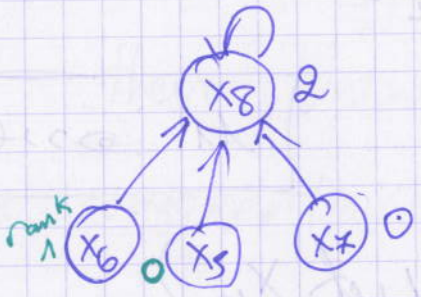


(3) Union(x_5, x_6) — link(find-set(x_5), find-set(x_6)) — כלומר $f_x(7)$

ציור — שימו לב שאנו רק מעדכנים את השורש



ציור



אלגוריתם לביצוע

Union

בודקים ש-

link(x, y)

$x == y$

אז לא נעשה כלום ויוצאים

אחרת — findset על x ועל y מוצאים

שורש x ו-y ונבדוק האם הם שווים, אז

findset(x_6)

x_8

שורש ב-

Union(x_{10}, x_{11})

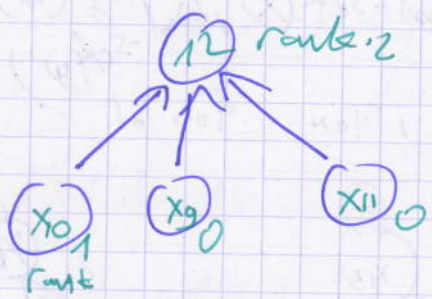
Union

link(findset(x_{10}), findset(x_{11}))

x_{12} x_{12}

כמה זמן אורכת (בדיוק) x_{12}

לכן נבדוק מעלה,



הפונקציה

לא משנה

כלום

שורש 10

findset(x_{10})

x_{12} נמצא שהשורש שלו

שורש 11

Union(x_5, x_{10})

link(findset x_5, findset x_{10})

x_8 שורש

rank=2

x_{12} שורש

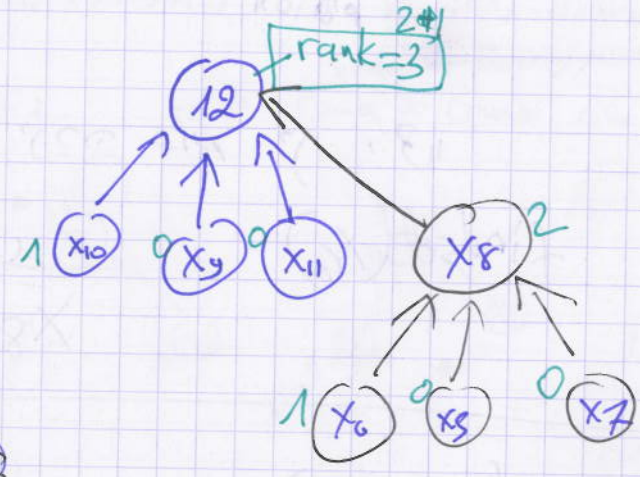
שורש

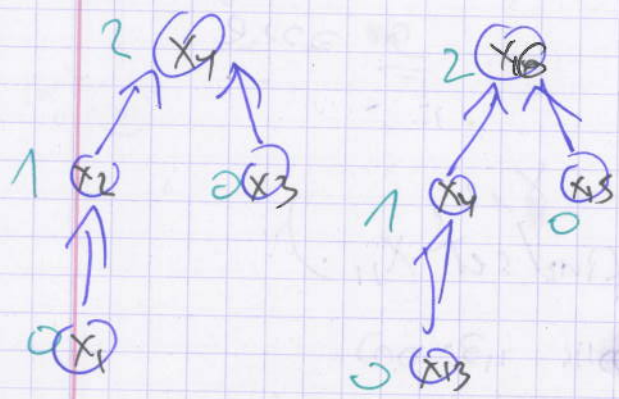
x_{12} ל x_8

rank

x_{12} שורש

2+1=3





(3) תרגיל

(א)

```
Connected-components(G)
for each vertex v ∈ V[G]
    do Make-set(v)
for each edge (u,v) ∈ E[G]
    do if find-set(u) ≠ find-set(v)
    then Union(u,v)
```

```
same component(u,v)
if find-set(u) = find-set(v)
    return true
else return false.
```

(ב)

(ב) אלגוריתם שמשתמש ברשימה מקושרת	(א) אלגוריתם שמשתמש ביער זרים
make set = $O(1)$	make-set(v) = $O(1)$
Find set = $O(\log n)$	Find set = $O(n)$
Union(u,v) = $O(1)$	Union(u,v) = $O(\frac{n}{2})$
connected-components	Connected-components
$O(V + E(\log V + 1))$	$O(V + E \cdot (\frac{V}{2} + 1))$
$O(V + E \log V)$	$O(V + E \cdot \frac{V}{2})$

$n = 2^h$

$h = \log n$

$O(V + E \log V)$

$E = V-1$

$O(V + (V-1)\log V)$

$O(V \log V)$

$O(V + EV)$

worst case →

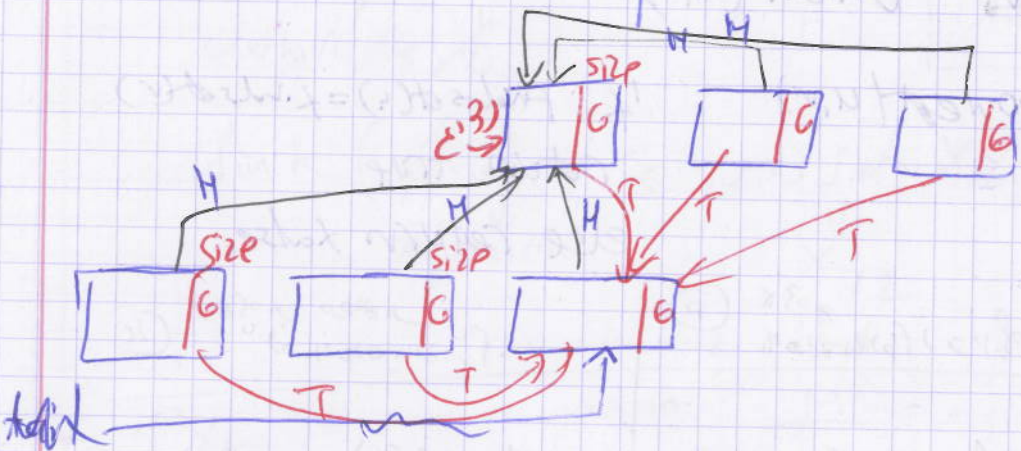
$E = V-1$

$O(V + (V-1)V)$

$O(V^2)$

⑥

H = Head



④

H = Head

T = Tail

```
make-set
{
    x->head = x
    x->tail = x          O(1)
    x->size = 1
}

find-set (x)
{
    return  x->first     O(1)
}
```

(7)

linksize(temp1, temp2, size)

temp1->size = temp1->size + temp2->size

Union (x, y)

```
if( findset(x) != findset(y))
1{
    if (x->size > y->size)
2{
    for x->first  to x->last
    {
        x->size = x->size + y->size
        x->last = y->first
    }
    temp = y->first
    for temp to y->last
    {
        y->size = x->size
        y->first = x->first
    }
}2
else.
{
    for y->first  to  y->last
    {
        y->size = x->size + y->size
        y->last = x->first
    }
```

```
temp x-> first
for temp to x-> last
{
    x-> size= y-> size
    x-> first =y-> first
}
}1
else
    return
}
```