ת.ז. 039677588 | (4,2,1) 2 | ג.ב. אינפי 2 תרגיל 1

(1) $f(x,y)=y-x \iff x-y+z=0$

א. $D=\mathbb{R}^2$

ב. $(-\infty,+\infty)$

ג. קווי הגובה של הפונקציה הם משוואות ישרים $h+x=y$, $y=x+h$

כאשר h הוא הגובה.

(הפונקציה עצמה היא מישור במרחב $\mathbb{R}^3$)

ד-ו. תחום הגדרה הוא $\mathbb{R}^2$ ולכן לתחום אין נקודות שפה, הוא לא חסום, והוא גם "פתוח" וגם "סגור".

---

(2) $f(x,y)=4x^2+9y^2 \iff \frac{x^2}{9z}+\frac{y^2}{4z}=1$

כאשר z שונה מאפס. כאשר $z=0$ אז $x=y=0$

א. $D=\mathbb{R}^2$

ב. $[0,+\infty]$ (סכום ריבועים תמיד גדול או שווה 0)

ג. קווי הגובה של הפונקציה הם:

כאשר 0 הפונקציה היא נקודה - ראשית הצירים.

וגם הגובה האחרים הפונקציה היא אליפסה: $\frac{x^2}{(3\sqrt{z})^2}+\frac{y^2}{(2\sqrt{z})^2}=1$ כאשר z הוא הגובה.

(הפונקציה היא פרבולואיד אליפטי)

ד-ו. תחום הגדרה הוא $\mathbb{R}^2$ ולכן אין לו שפה, והוא לא חסום, והוא "פתוח" ו"סגור".

---

(4) $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{16-x^2-y^2}} \iff x^2+y^2=16-\frac{1}{z^2}$, $z>0$

א. $\sqrt{16-x^2}>|y| \iff \sqrt{16-y^2}>|x| \iff 16>x^2+y^2$

ב. מהגדרת הפונקציה $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{z}}$ לכן שורש ת"כ גדול מאפס $\Leftarrow S_1: z>0$

מהגדרת המשוואה $x^2+y^2=16-\frac{1}{z^2}$ מקבלים תחום נוסף: $16-\frac{1}{z^2}\geq 0 \Rightarrow S_2: z\geq\frac{1}{4}$

$\Rightarrow S = S_1\cap S_2 = z\geq\frac{1}{4} = [\frac{1}{4},+\infty)$

ג. קווי הגובה של הפונקציה הם מעגלים שמרכזם בנקודה $(0,0)$ ורדיוסם $\sqrt{16-\frac{1}{z}}$

כאשר z הוא הגובה.

ד. תחום ההגדרה הוא הפנים של ($x^2+y^2=4^2$).

ה. תחום הגדרה הוא חסום (לא סגור).

ו. תחום הגדרה הוא פתוח.

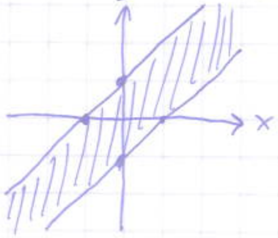
שמעון כהן
ת.ז. 039677588

בן אינני ב'
תרגיל 1

(6) (ב)

$$f(x,y)=\arcsin(y-x) \iff y=x+\sin z$$ (6)

א. $y-1 \geq x \geq y+1 \iff x-1 \geq y \geq 1+x \iff -1 \geq y-x \geq 1$



לכן התחום שנראה ~~[illegible]~~ כך:
כל הנקודות
בשטח שבציור והגבולות הם תחום
הגדרת הפונקציה.

ב. $\frac{\pi}{2} \geq z \geq -\frac{\pi}{2}$

ג. לכל ~~[illegible]~~ z (הנקודה) בתחום ההגדרה קיים ישר: $y=x+\sin z$.

ד. השפה של תחום ההגדרה היא 2 הישרים $y=x\pm1 \iff x-y\pm1=0$

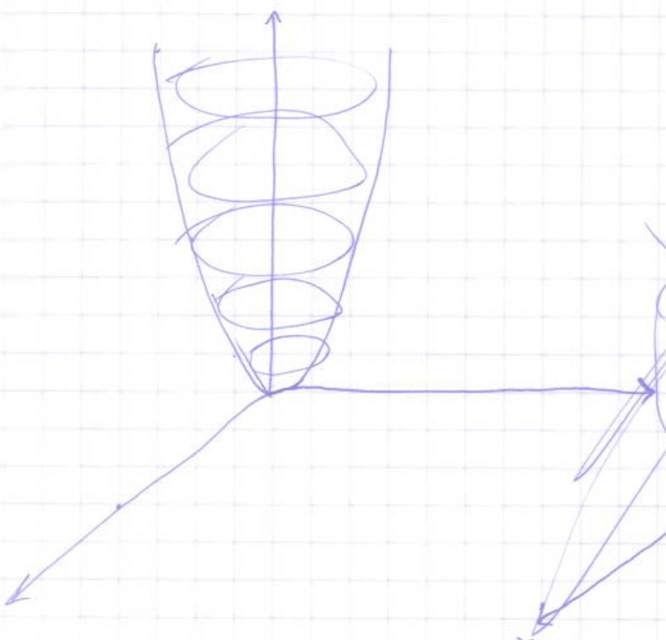
ה. תחום ההגדרה איננו חסום.

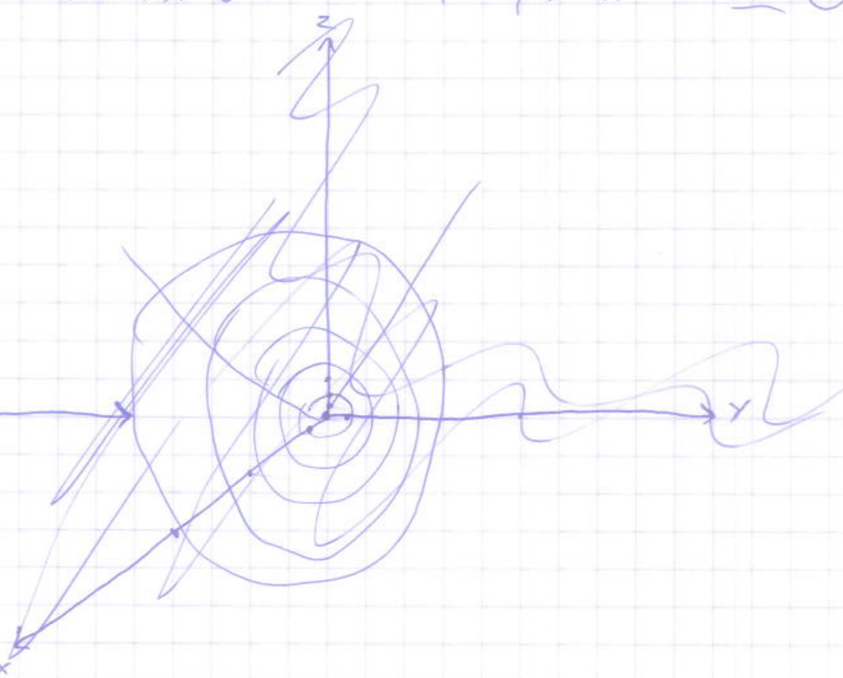
ו. תחום ההגדרה איננו פתוח (יש לו את נקודות השפה) ~~[illegible]~~ ואיננו סגור (כי הוא
עולה ויורד לאינסוף החיובי והשלילי בהתאמה $\Rightarrow x\in\mathbb{R}$, $y\in\mathbb{R}$, הנקודות מוגדרות
לכל x וגם לכל y אך לא לכל זוג).

[illegible] | ת.ז. [illegible] | ④, ⑥ | [illegible] | [illegible]

④ א) [illegible]

$f(x,y)=x^2+y^2$





ב)

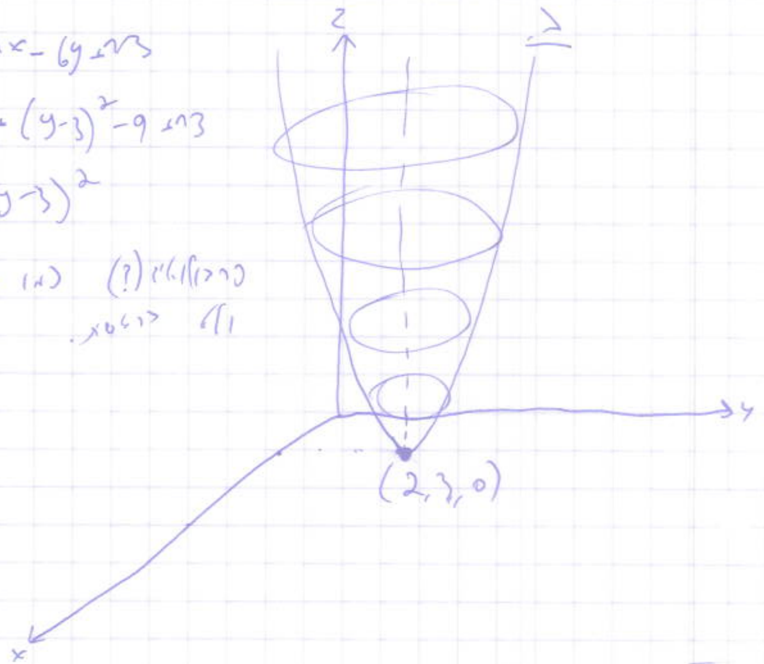
$f(x,y)=x^2+y^2-4x-6y+13$

$f(x,y)=(x-2)^2-4+(y-3)^2-9+13$

$f(x,y)=(x-2)^2+(y-3)^2$

פרבולואיד (?) כמו הקודם, אבל הקודקוד ב- [illegible] $(2,3,0)$

[illegible]

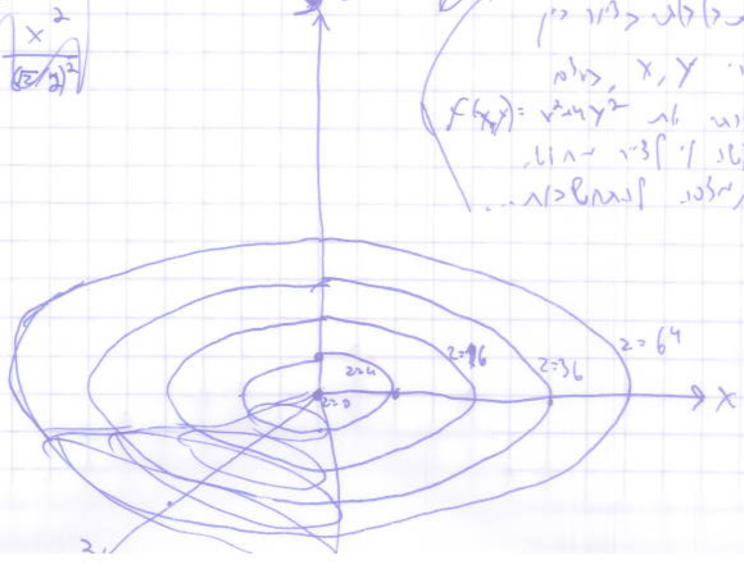


⑥

$f(x,y)=4x^2+y^2$

$\Rightarrow \dfrac{x^2}{(\sqrt{\frac{2}{4}})^2}+\dfrac{y^2}{\sqrt{2}^2}=1$

[illegible]



גולדמן רגב
ת.ז. 039677588

(8) - (9)

ב"ה חדו"א 2
תרגיל 1

---

(8) $f(x,y)=\int_x^y \frac{dt}{1+t^2} = \arctan t \Big|_x^y = \arctan y - \arctan x$

$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

~~$\Rightarrow f(-\sqrt{2},\sqrt{2}) = 2\arctan(\sqrt{2}) = 1.91\ldots$~~

~~$\Rightarrow \arctan y - \arctan x = 2\arctan\sqrt{2}$~~

~~$\Rightarrow \arctan y = \arctan x + 2\arctan\sqrt{2}$~~

~~$\Rightarrow \tan y = \tan(\underbrace{\arctan x}_{x=\alpha} + \underbrace{2\arctan\sqrt{2}}_{z=\beta}) = \frac{\tan x + \tan z}{\quad}$~~

$\Rightarrow f(x,y) = \arctan y - \arctan x$

$\Rightarrow y = \tan(z + \arctan x) = \frac{x + \tan z}{1 - x\tan z}$ $\tan(\alpha+\beta)$

$f(-\sqrt{2},\sqrt{2}) = 2\arctan(\sqrt{2}) = 1.91\ldots$

כי שלילי

נחשב את $\tan z$ או $\tan(\alpha+\alpha)$

~~$y = \frac{x + \tan(2\arctan(\sqrt{2}))}{\quad}$~~

$\tan z = \tan(2\arctan(\sqrt{2})) = \frac{2\sqrt{2}}{1-2} = -2\sqrt{2}$

(זה לפי נוסחת זווית כפולה)

$$\boxed{\Rightarrow y = \frac{x - 2\sqrt{2}}{1 + 2\sqrt{2}x} \Leftrightarrow x - y - 2\sqrt{2}xy - 2\sqrt{2} = 0}$$

---

(9) (a) סכום ריבועים שווה אפס אם״ם כל אחד שווה אפס, ולכן מדובר בנקודה: $(0,0,0)$

ולכן: $\boxed{(a) = \text{ג}.}$

(b) $z^2 = 0 \Leftrightarrow z = 0 \Leftrightarrow$ מישור ה-x,y, ולכן: $\boxed{(b) = \text{ב}.}$

(c) סכום ריבועים שווה אפס אם״ם כל אחד שווה אפס, ולכן מדובר בישר $x=0 \cap z=0 \Leftrightarrow \left\{t\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

$\Leftarrow \boxed{(c) = 2}$

(d) $x^2+y^2+z^2=-1$ אין פתרון מעל ממשיים, ולכן: $\boxed{(d) = \text{א}.}$

(e) $x^2 = y^2$ $\Rightarrow$ $x - y = 0$ מישור א. ; $x + y = 0$ מישור ב. $\Leftarrow$ 2 מישורים: $\boxed{(e) = \text{ה}.}$

[illegible]
ת.ז. 039677588

חדו״א אינפי ב
גיליון 1

13, 11

---

11 (1) $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(1,1)\\ x\neq y}} \dfrac{x^2-2xy+y^2}{x-y} = \lim\limits_{\substack{(x,y)\to(1,1)\\ x\neq y}} \dfrac{\cancel{(x-y)}(x-y)}{\cancel{x-y}} = \lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} (x-y) = \boxed{0}$

(2) $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0^+,0^+)\\ x\neq y}} \dfrac{x-y+2\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0^+,0^+)\\ x\neq y}} \dfrac{\cancel{(\sqrt{x}-\sqrt{y})}(\sqrt{x}+\sqrt{y}+2)}{\cancel{\sqrt{x}-\sqrt{y}}} = \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} (\sqrt{x}+\sqrt{y}+2) = \boxed{2}$

(3)

$$\begin{array}{l|l} \multicolumn{1}{l}{x+2} & \\ x^3+2x^2+xy^2+2y^2 & x^2+y^2 \\ -\ (x^3+xy^2) & \\ \hline =\ 2x^2+2y^2 & \\ \quad 2x^2+2y^2 & \\ \hline \quad = & \end{array}$$

$\Rightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^3+2x^2+xy^2+2y^2}{x^2+y^2} = \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\cancel{(x^2+y^2)}(x+2)}{\cancel{x^2+y^2}} = \lim\limits_{x\to 0} (x+2) = \boxed{2}$

---

13 א. $f(x,y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$

ננסה להגיע לראשית הצירים דרך הישרים $y=\pm x$

$f(x,\pm x) = \dfrac{\pm x^2}{2x^2} = \pm\dfrac{1}{2}$

הגענו לשני גבולות שונים, ולכן: $\boxed{\text{אין גבול}}$

ב. $f(x,y) = \dfrac{2x^2y}{x^4+y^2}$

גם כאן ננסה את אותם ישרים: $y=\pm x$

$f(x,\pm x) = \dfrac{\pm x^3}{x^4+x^2} = \pm\dfrac{1}{x+\frac{1}{x}} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} f(x,\pm x) = 0$

ועכשיו ננסה עם ~~[illegible]~~ הפרבולות $y=\pm x^2$

$f(x,\pm x^2) = \dfrac{\pm 2x^4}{2x^4} = \pm 1$

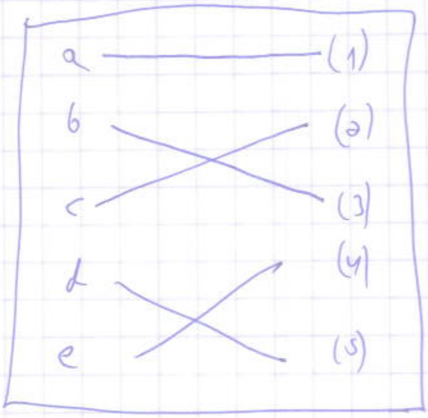
הגענו לשלושה גבולות שונים $(1,0,-1)$, ולכן: $\boxed{\text{אין גבול}}$.

עבריה כראל
ת.ז. 039677588

מרצה ומתרגל: פרופ' אהרוני

(14)

בחינה אינפי ב'
תרגיל ח'



(14)

א) הגרף של (2) מוגדר ע"י cos, ולכן היא דומה לגרף
של ... זה מתאים לציור c

א) הגרף של (1) היחיד בגרף, עם 4 נקודות מינימום ב-4 הפינות (הנקודות ...)
שהן $(x,y)=(2,\pm 2)$, $(x,y)=(-2,\pm 2)$ שכולן ... ונקודת מקסימום אחת $h(0,0)$
... זה מתאים לציור a, שנקודות המינימום הן ב-4 הפינות
והמקסימום באמצע.

א) הגרף של (3) תלוי רק ב-x, ולכן צריך להיות לו מינימום אחד
שזה מתאים ל-b או e.
בציור e נקודת המינימום שווה לקבוע, וזה לא מתאים לנו, כי בקבוע הגרף
קרוב ל-0 ($e^{-8} < 0.001$) ובמינימום צריך להיות בנקודה $(-2,0)$.
מסקנה: $(3) = b$.

א) נשארו רק $(4,5)$ ו-(d,e). הגרף של 4 תמיד חיובי והגרף של
5 סימטרי ... ע"י סימטריה ... (x,y). לכן 4 מתאים
לציור e ו-5 לציור d.
ניתן גם לראות בין קווי הגובה לציורים של המשטחים, וזה כדי הבחנה.