1. **הכניסו את המפתחות הבאים לטבלת גיבוב בגודל 9, שבה התנגשויות נפתרות ע"י שרשור. פונקצית הגיבוב תהיה:**

**78, 41, 67, 18, 54, 614, 15, 8, 65, 18, 76, 9**

**מה מקדם העומס α אחרי הכנסת האיברים לטבלה הנ"ל?**

נסדר את הטבלה לרוחב העמוד, ונכניס את המפתחות מלמעלה למטה (כמובן שאם מדובר ברשימה מקושרת ללא מצביע לסוף הרשימה – אז נצטרך לקרוא את הרשימה ממטה למעלה):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 9 |  | 65 |  | 76 | 41 | 15 |  | 8 |
|  | 18 |  | 614 |  | 67 |  | 78 |  |  |
|  | 54 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 18 |  |  |  |  |  |  |  |  |

מקדם העומס הוא:

1. **הכניסו את המפתחות הבאים לטבלת גיבוב בגודל 13, שבה התנגשויות נפתרות ע"י שרשור. פונקצית הגיבוב תהיה לפי שיטת הכפל, כאשר A=0.5.**

**16, 2, 77, 4.4, 1.5, 8.17, 51, 91, 13, 22**

גם כאן הטבלה תהיה לרוחב העמוד וכנ"ל:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 22 | 8.17 | 4.4 |  |  |  | 13 |  |  | 1.5 |  |  |  |
|  | 2 |  |  |  |  |  | 91 |  |  |  |  |  |  |
|  | 16 |  |  |  |  |  | 51 |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 77 |  |  |  |  |  |  |

1. **האם יתכן שקיימת פונקצית גיבוב שלא גורמת לעולם להתנגשויות? נמקו את תשובתכם.**

פונקציה שלא גורמת להתנגשויות היא פונקציה חח"ע. האפשרות היחידה לפונקציה חח"ע שתתן מספרים שלמים בטווח מסוים היא רק כאשר האינדקסים נבנו מלכתחילה באופן שיתאים להכנסה זו (לדוגמא אם כל המספרים הם חזקה שלישית של מספר טבעי – אפשר לקחת שורש שלישי). בכל מצב אחר – ע"פ עקרון שובך היונים מכיון שמתקיים לא נוכל ליצור פונקציה ללא התנגשויות.

1. **נניח שבכל כניסה של טבלת הגיבוב אנו שומרים מבנה של עץ חיפוש בינארי עבור כל האיברים שפונקצית הגיבוב התאימה לכניסה זו. מה יהיה הזמן של הכנסה, חיפוש, והוצאה עבור מבנה נתונים זה, במקרה הטוב, הממוצע והגרוע? נמקו.**

כמה הערות לגבי הפתרונות דלקמן:

1. אין הבדל משמעותי בין הפעולות בעץ החיפוש, כיון שההכנסה עצמה היא בסיבוכיות של קבוע, והדבר היחיד שמסובך הוא מציאת המקום בו אנו מכניסים, ולכן מדובר על סיבוכיות החיפוש בעצמה. ההוצאה גם שקולה לפעולת החיפוש, כיון שצריכים למצוא את האיבר אותו אנו מוציאים, ואת העוקב-לו שייכנס במקומו, ומכיון שמדובר בשני חיפושים – הרי שהסיבוכיות שקולה לסיבוכיות החיפוש.
2. אני מניח שהשאלה היא על "המקרה הטוב ביותר" כאשר אנו בפועל הולכים לחפש את המקום. אם השאלה היתה על המקרה הטוב/ממוצע/גרוע של הפיזור – אז לא יהיה מדובר ב, אלא ב, וגם זה משתנה לפי הענין.
3. הוא מקדם העומס, הנתון ע"י הנוסחא .

במקרה הטוב – . כי תמיד ייתכן שעם הפניה הראשונה נמצא את האיבר הרצוי.

*במקרה הממוצע – , כי באופן ממוצע אמור להיות התפלגות שווה (יש על זה משפט בהסתברות), והחיפוש בעץ בינארי במקרה הממוצע הוא בסיבוכיות לוגריתמית של מספר האיברים בעץ.*

*במקרה הגרוע – , כי ייתכן שכל האיברים ייכנסו למקום אחד, ובתוך המקום הזה ייתכן שהאיברים יבואו לפי סדרם או בסדר הפוך וכיו"ב כך שנקבל עץ מנוון.*

1. **בשיטת החילוק, פונקצית הגיבוב היא: *h*(*k*) = *k* mod *m*, ובתוך הטבלה שומרים על המפתח *k* עצמו. במקרה שהמפתחות עצמם מאוד ארוכים, רוצים לחסוך במקום, ולשמור במקום כל מפתח *k* , מחרוזת יותר קצרה: *q*(*k*) כך שניתן יהיה – כשרוצים – לשחזר את *k* מתוך *q*(*k*) ו- *h*(*k*) הידועים כבר מתוך הטבלה. האם אכן ניתן לעשות זאת? הסבירו כיצד, או הוכיחו שלא ניתן.**

בהנחה שערכי המפתחות הם מספרים שלמים אכן זה ניתן, לשמור את , ואז מתקיים: .

1. **הכניסו את המפתחות הבאים לטבלת גיבוב בגודל *m*=17 באמצעות מיעון פתוח, עם פונקצית גיבוב ראשונית: *h*1(*k*) = *k* mod *m* : מה הממוצע של מספר הבדיקות הנעשות בעת החיפוש ע"י כל אחת משיטות אלו על קבוצת מפתחות זו?**

המפתחות להכנסה הם: 65, 18, 718, 10, 23, 3, 34, 21, 2, 14, 260

* 1. **כאשר משתמשים בבדיקה ליניארית,**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **איטרציה** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **תא** |
| **0** |  |  |  |  | **34** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **18** | **=** |
| **2** |  |  | **2** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **3** |  |  |  |  |  | **3** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **4** |  |  |  | **21** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **5** | **260** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **6** |  |  |  |  |  |  | **23** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  | **718**  **(אחרי 3 דילוגים)** | **=** | **=** |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  | **10** | **=** | **=** | **=** |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14** |  | **14** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **65**  **אחרי דילוג** |
| **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

היו בסה"כ 4 דילוגים ל11 מספרים, כלומר ממוצע הבדיקות הוא .

* 1. **כאשר משתמשים בבדיקה ריבועית עם *c*1=1, *c*2=5,**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **איטרציה** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **תא** |
| **0** |  |  |  |  | **34** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **18** | **=** |
| **2** |  |  | **2** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **3** |  |  |  |  |  | **3** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **4** |  |  |  | **21** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **5** | **260** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **6** |  |  |  |  |  |  | **23** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  | **718**  **אחרי דילוג על מקומות 4,10** | **=** | **=** |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  | **10** | **=** | **=** | **=** |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **65**  **אחרי דילוג על מקומות**  **14,3,2** |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14** |  | **14** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

היו בסה"כ 5 דילוגים ל11 מספרים, כלומר ממוצע הבדיקות הוא .

* 1. **כאשר משתמשים בגיבוב כפול כאשר *h*2(*k*) = 1 + (*k* mod 13)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **איטרציה** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| **תא** |
| **0** |  |  |  |  | **34** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **18** | **=** |
| **2** |  |  | **2** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **3** |  |  |  |  |  | **3** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **4** |  |  |  | **21** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **5** | **260** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **6** |  |  |  |  |  |  | **23** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  | **718**  **אחרי דילוג על 4** | **=** | **=** |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  | **10** | **=** | **=** | **=** |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14** |  | **14** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** | **=** |
| **15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **65**  **אחרי דילוג על 14** |
| **16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

כאן היו רק 2 דילוגים ל11 מספרים, כלומר ממוצע הבדיקות הוא .

הערת סיכום: במקרה ספציפי זה הדילוג היעיל ביותר מבחינת מספר הבדיקות היה הגיבוב הכפול, אחריו הליניארי, ואחריו הריבועי. אך אם נספור את מספר הפעמים שהיה עלינו לחשב את פונקציות הגיבוב הבסיסיות (h) – הרי שהגיבוב הליניארי נתן את הפתרון האופטימלי!