

## **Entrega: Homeomorfismos y conexidad**

Alejandro Zubiri & David Mateos

### 1. Ejercicio 1 (6 puntos)

Demuestre que los únicos conjuntos conexos de  $\mathbb{R}$  son los intervalos,  $\mathbb{R}$  y el conjunto vacío.

**1.1. Solución.** Solución aquí.

### 2. Ejercicio 2 (3 puntos)

Sea  $X$  un espacio topológico y sea  $Y = \{0, 1\}$  considerado como espacio topológico con la topología discreta. Demuestre que si  $X$  es conexo, entonces  $X$  no puede ser homeomorfo a  $Y$ .

**2.1. Solución.** Si  $X \cong Y$ , existe una función continua y biyectiva  $f : X \rightarrow Y$ . Como  $Y$  tiene dos elementos, entonces hay dos casos:

- Caso 1:  $X$  más o menos de dos elementos: entonces la función ya no es biyectiva.
- Caso 2:  $X$  tiene dos elementos: entonces  $X$  no es conexo.