

Física II

Alejandro Zubiri

March 17, 2025

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{q}{\varepsilon_0} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

Índice

0.1	Bibliografía	3
1	Campo eléctrico	4
1.0.1	Sistema de cargas puntuales	4
1.1	Sistemas de coordenadas	5
1.2	Distribuciones de cargas continuas	5
1.3	Flujo eléctrico	6
1.4	Coordenadas cilíndricas	6
1.5	Coordenadas esféricas	6
1.6	Electrización de un cuerpo	6
1.6.1	Campo eléctrico por un dipolo	7
1.6.2	Par de fuerza sobre un dipolo en un campo exterior	7
2	Potencial Eléctrico	8
2.1	Trabajo y energía potencial	8
2.2	Potencial eléctrico	8
2.3	Campo vectorial	9
2.4	Potencial por una distribución de carga	9
2.5	Potencial por distribución de carga continua	9
2.5.1	Lineal	9

0.1 Bibliografía

- Física para la ciencia y la tecnología - Tipler y Mosca
- Física, Volumen II - Campos y Ondas - M. Alonso. E. J. Finn

Chapter 1

Campo eléctrico

Definición 1. Definimos la **fuerza de Coulomb** entre dos cargas, siendo una fija (foco) y otra la que se mueve (receptora).

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r \quad (N) \quad (1.1)$$

Siendo $k_0 = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{Nm^2}{r^2} \right)$, ϵ_0 la permitividad eléctrica del vacío, y \vec{u}_r el vector que va desde el foco al receptor.

Definición 2. El campo eléctrico es una region en el espacio alrededor de una carga en la que se pueda situar otra carga receptora para que esta sufra una fuerza repulsora o atractora.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \quad \left(\frac{N}{C} \right) \quad (1.2)$$

Podemos representar un campo eléctrico mediante punto-vector o líneas de fuerza.

Definición 3. Las líneas de fuerza es aquella que tienen como origen el foco, y su vector tangente es el campo eléctrico en cada uno de sus puntos.

1.0.1 Sistema de cargas puntuales

Supongamos un conjunto de N cargas q_1, \dots, q_n y están situadas en sus vectores $\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n$. La fuerza que actúa sobre una carga receptora Q cuyo vector posición es \vec{r}_p es la suma vectorial de las fuerzas creadas por el resto de las cargas:

$$\begin{aligned} \vec{F}_p &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i Q}{|r_p - r_i|^3} (r_p - r_i) \quad (N) \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|r_p - r_i|^3} (r_p - r_i) \quad (N) \\ &= Q \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \quad (N) \end{aligned} \quad (1.3)$$

1.1 Sistemas de coordenadas

Para unas coordenadas necesitamos un origen $\vec{0}$, y una base. Para unas coordenadas cartesianas, tenemos los vectores \vec{i} y \vec{j} . Sin embargo, también podemos utilizar las coordenadas polares, que consisten en una distancia al origen r , y un ángulo respecto al eje horizontal ϕ .

Para definir el ángulo, hay que tener en cuenta que, al desplazar el vector un ángulo, proyectamos el vector sobre el eje x positivo, y giramos el vector en sentido anti horario hasta alcanzar la posición del vector original. Ese ángulo es nuestra coordenada ϕ . Si trazamos el vector unitario de r , su vector perpendicular \vec{u}_ϕ es tangencial al ángulo ϕ . Para poder cambiar entre coordenadas cartesianas y polares, utilizamos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}x &= |r| \cos \phi \\y &= |r| \sin \phi \\r^2 &= x^2 + y^2 \\\phi &= \arctan \frac{y}{x} \\\vec{u}_r &= (\cos \phi, \sin \phi) \\\vec{u}_\phi &= (-\sin \phi, \cos \phi)\end{aligned}\tag{1.4}$$

Respecto a la velocidad en coordenadas polares, tenemos el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}v^2 &= \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \\&= \dot{r}^2 \cos^2 \phi - 2\dot{r}r\dot{\phi} \sin \phi \cos \phi + r^2 \sin^2 \phi \dot{\phi}^2 \\&\quad + \dot{r}^2 \sin^2 \phi + 2\dot{r}r\dot{\phi} \sin \phi \cos \phi + r^2 \cos^2 \phi \dot{\phi}^2 \\&= \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2\end{aligned}\tag{1.5}$$

1.2 Distribuciones de cargas continuas

En estas distribuciones se considera que no se pueden distinguir dos cargas vecinas. Por tanto, consideramos que la carga total Q se distribuye de forma continua a lo largo de un determinado volumen, superficie, etc. Esta aproximación es válida cuando se estudia el campo eléctrico a grandes distancias del objeto cargado.

Vamos a estudiar las diferentes distribuciones:

- Lineal: carga distribuida a lo largo de un camino:

$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

Cuando este valor es constante, la densidad es **homogénea**. Si tomamos un incremento de longitud dl , encontramos un diferencial de carga dq , obteniendo que

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

- Superficial: carga distribuida a lo largo de una superficie:

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

- Volumétrica: carga en un volumen:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

1.3 Flujo eléctrico

El flujo eléctrico es una medida del flujo del campo eléctrico que atraviesa una superficie:

$$\phi = \int_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA \left(\frac{N \cdot m^2}{C} \right)$$

Donde \mathbf{E} es el campo eléctrico y \mathbf{n} es el vector normal a la superficie en cada punto. Si dividimos la superficie total en áreas infinitesimalmente pequeñas dA . El flujo infinitesimal $d\phi$ que atraviesa esa superficie es

$$d\phi = \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA$$

El flujo que atraviesa una superficie cerrada se expresa de la siguiente forma:

$$\phi = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Teorema 1. *El teorema establece que el flujo neto que atraviesa una superficie cerrada A es igual a la carga total Q entre la permitividad del espacio encerrada por la superficie:*

$$\phi_{neto} = \oint_A \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA = \frac{Q_{interior}}{\epsilon_0}$$

1.4 Coordenadas cilíndricas

Las coordenadas cilíndricas se definen como

$$\mathbf{r} = (\rho, \phi, z)$$

Donde ρ es el radio en el plano XY , ϕ es el ángulo (en sentido antihorario) con respecto al eje X , y z es la "altura" o desplazamiento respecto al eje XY . En coordenadas cartesianas, esto sería

$$\mathbf{r} = (\rho \cos \phi, \rho \sin \phi, z)$$

La base definida por este sistema de coordenadas es:

$$\{(\cos \phi, \sin \phi, 0), (-\sin \phi, \cos \phi, 0), (0, 0, 1)\}$$

1.5 Coordenadas esféricas

El punto P se define mediante unas coordenadas esféricas.

$$P = (r, \phi, \theta) : \theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi]$$

En coordenadas cartesianas, esto pasa a ser:

$$P = (r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta)$$

1.6 Electrización de un cuerpo

Definición 4 (Dipolo eléctrico). *Un sistema formado por un centro de carga (positivo y negativo). La carga positiva es igual y opuesta a la negativa. La distancia entre ambos centros son constantes.*

Definición 5 (Momento dipolar). *A todo dipolo se le asocia un momento dipolar \mathbf{p} . El origen de este vector está en el centro de carga negativo. La dirección de este es la recta que une el centro de carga negativo con el positivo.
El módulo de este viene dado por*

$$|\mathbf{p}| = q \cdot d \text{ (C} \cdot \text{m)} = (e \cdot pm)$$

Cada enlace tendrá asociado un momento dipolar, y el total será la suma de todos ellos. Una molécula es apolar si su momento dipolar total es 0.

1.6.1 Campo eléctrico por un dipolo

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_r &= \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{u}_r \\ \mathbf{E}_\theta &= \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{u}_\theta \end{aligned} \tag{1.6}$$

1.6.2 Par de fuerza sobre un dipolo en un campo exterior

Situamos un dipolo en el interior de un campo eléctrico dado por $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{u}_r$. El dipolo gira, y se genera un momento de fuerza dado por

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Chapter 2

Potencial Eléctrico

2.1 Trabajo y energía potencial

Supongamos una carga q_2 , sometida a un determinado campo eléctrico \mathbf{E} , generado por una carga q_1 (en reposo). La carga q_2 se sitúa inicialmente en \mathbf{r}_i , y se desplaza, bajo el efecto del campo eléctrico, hasta \mathbf{r}_f .

Este trabajo, aplicando la ley de Coulomb, termina siendo

$$W = \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr = - \left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_f} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_i} \right) = U_i - U_f = -\Delta U$$

de aquí se deduce que el trabajo depende de la función **energía potencial** U . Esta depende únicamente de la posición de la partícula q_2 en cada momento t , y viene dada por

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|r|}$$

El trabajo realizado al desplazar la carga de \mathbf{r}_i a \mathbf{r}_f se puede expresar como la diferencia de la energía potencial:

$$W = -\Delta U$$

De aquí se puede deducir que el trabajo realizado para desplazar no depende de la trayectoria, sino únicamente de lo punto inicial y final.

2.2 Potencial eléctrico

Si la carga receptora q_2 está sometida a un campo eléctrico \mathbf{E} , se cumple que la fuerza generada es $\mathbf{F} = q_2 \mathbf{E}$. Por tanto, el trabajo realizado por el campo eléctrico al desplazar q_2 se puede definir como

$$\begin{aligned} W &= \int_{r_i}^{r_f} q_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \\ \frac{W}{q_2} &= \int_{r_i}^{r_f} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \\ \frac{W}{q_2} &= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_i} - \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_f} = -\Delta V \end{aligned} \tag{2.1}$$

por tanto, definimos el potencial eléctrico como

$$V(r) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} \left(\frac{J}{C} \right) = \frac{U}{q_2} \text{ (V)}$$

que es la energía potencial por unidad de carga. También podemos deducir que

$$[E] = \left[\frac{V}{m} \right]$$

2.3 Campo vectorial

Supongamos una carga q_1 que genera un campo eléctrico \mathbf{E} sobre una carga de 1 (C) a una distancia r del foco. Se dice que \mathbf{E} es conservativo si cumple que:

- \mathbf{E} solo depende de la posición, y no depende explícitamente del tiempo.
- Si se cumple 1, existe una función $V(\mathbf{r})$ tal que $V(\mathbf{r}_i)$
- $V(\mathbf{r}_f) = \frac{W}{q_2}$. La diferencia de potencial solo depende de la posición inicial y final de la carga desplazada.
- La integral del trabajo a lo largo de un camino cerrado es 0. Consecuentemente, la circulación de un vector siempre es nula.
- $dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$

2.4 Potencial por una distribución de carga

Supongamos un conjunto de cargas que se denotan $\{q_i\}^n$, la posición relativa de cada carga al punto P se denota \mathbf{r}_i .

El potencial en P es la suma de potenciales individuales:

$$V(\mathbf{r}_P) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\mathbf{r}_i|} \quad (2.2)$$

2.5 Potencial por distribución de carga continua

2.5.1 Lineal

El potencial debido a una distribución de carga lineal con densidad de carga

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

Al tener una carga infinitesimal dq , le corresponde un potencial infinitesimal dV , por lo que, integrando, tenemos

$$V(r) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{|r|} \quad (2.3)$$