

# Probabilidad

## Definiciones

### Experimento aleatorio

Aquel del cual repitiéndolo en las mismas condiciones, **no puedo predecir el resultado**.

### Espacio muestral

Conjunto de **todos los posibles resultados** de un experimento aleatorio.

### Suceso

Subconjunto del espacio muestral.

### Contrario de un suceso

Conjunto de valores que **no** están en el conjunto de sucesos. Se expresa como  $\hat{A}$  o  $A^c$ .

---

## Operaciones con conjuntos

### Unión

Conjunto de los elementos que están en  $A$ , en  $B$ , o en ambos. Se expresa con  $A \cup B$ .

### Intersección

Conjunto de elementos que están en  $A$  y en  $B$ . Se expresa como  $A \cap B$ .

---

## Leyes de De Morgan

El contrario de la unión es la intersección de contrarios, y el contrario de la intersección es la unión de contrarios.

$$A \cup B = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$A \cap B = \bar{A} \cup \bar{B}$$

---

- **Ejemplo:** lanzar un dado.

Espacio muestral:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Suceso:

$$A : \text{sacar un número par.} = \{2, 4, 6\}$$

$$B : \text{sacar número mayor a dos} = \{3, 4, 5, 6\}$$

Unión:

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

Intersección:

$$A \cap B = \{4, 6\}$$

Contrario de un suceso:

$$\bar{A} = \{1, 3, 5\}$$

## Cálculo de probabilidades

### Regla de Laplace

Dado un suceso  $A$  de un experimento aleatorio, se define  $p(A)$  como la **probabilidad** de que ocurra el suceso  $A$ , y se calcula como:

$$p(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos totales}}$$

## Axiomática de Kolmogorov

1. Probabilidad de que ocurra un suceso:  $p(A) \geq 0$
2. Probabilidad de que ocurra algo del experimento:  $p(E) = 1$
3. Si dos sucesos son **incompatibles** o **mutuamente excluyentes**:  
 $A \cap B = \emptyset$

## Propiedades de la probabilidad

1.  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$
2.  $0 \leq p(A) \leq 1$
3.  $p(\emptyset) = 0$
4. Si  $A \subset B \implies p(A) \leq p(B)$
5.  $p(A - B) = p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A \cap B)$
6.  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

## Probabilidad condicionada

La probabilidad de que ocurra un suceso **después** de que ocurra otro primero. Dados 2 sucesos  $A$  y  $B$ , la probabilidad de que ocurra  $A$  **si** ha ocurrido  $B$  es:

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

## Sucesos independientes

Si el hecho de que ocurra  $A$  no depende de que ocurra  $B$ , decimos que  $A$  y  $B$  **son independientes**.

$$p(A/B) = p(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

$$p(A) \cdot p(B) = p(A \cap B)$$

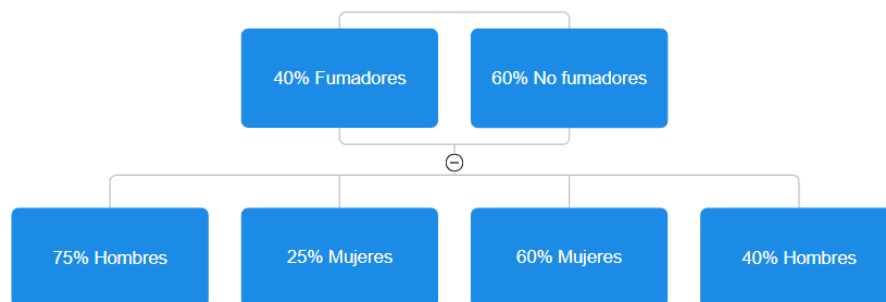
Si se cumple ese producto, dos sucesos **independientes**.

## Teorema de la probabilidad total y regla de Bayes

**Ejemplo:** un médico observa que el 40% de sus pacientes son fumadores. De estos, el 75% son hombres. Entre los que no fuman, el 60% son mujeres.

F: "fuman" - H: "hombre" - M: "mujer"

### Diagrama de árbol



#### a) Probabilidad de que sea mujer - aplicando probabilidad total

$$p(M) = p(F \cap M) + p(\bar{F} \cap M) = p(F) \cdot p(M/F) + p(\bar{F}) \cdot p(M/\bar{F}) = 0.4 \cdot 0.25 + 0.6 \cdot 0.6 = 0.46$$

#### b) Probabilidad de fumar y ser hombre

$$p(F \cap H) = p(F) \cdot p(H/F) = 0.4 \cdot 0.75 = 0.3$$

#### c) Probabilidad de que fume sabiendo que es mujer

$$p(F/M) = \frac{p(F \cap M)}{p(M)} = p(F) \cdot \frac{p(M/F)}{p(M)} = \frac{0.4 \cdot 0.25}{0.46} =$$