Topología Elemental

Alejandro Zubiri

January 27, 2025

Índice

1 Nociones básicas

Cuando definimos algo, tiene que estar definido de forma que cualquier persona esté de acuerdo con dicha definición.

Definición 1. *Un conjunto se puede definir por su* ***extensión****, mencionando todos sus elementos, o por* ***compresión****, defininiendo la regla que todos los elementos del conjunto deben cumplir.*

- *Extensión:*

$$S = \{1, 2, 3, \dots\} \tag{1}$$

- *Comprensión:*

$$S = \{x \in \mathbb{N}\} \tag{2}$$

Denotamos los conjuntos por letras mayúsculas, y sus elementos por letras minúsculas.
Si x es un elemento del conjunto S, decimos que $a \in S$, y si no pertenece, $a \notin S$

Definición 2. *El* ***cardinal*** *de un conjunto es el número de elementos del conjunto, denotado por $\#S$.*

Dados dos conjuntos A y B, decimos que A es un subconjunto de B si y solo si

$$\forall x \in A, x \in B \implies A \subset B \tag{3}$$

Sino, decimos que $A \not\subset B$.

Definición 3. *Decimos que A es subconjunto de B si*

$$A \subset B \iff (a \in A \implies a \in B) \tag{4}$$

Un ejemplo de conjuntos es el conjunto vacío:

$$\phi / \#\phi = 0 \tag{5}$$

Definición 4. *Decimos que dos conjuntos A y B son iguales si y solo si*

$$A \subset B \wedge B \subset A \tag{6}$$

1.1 Operaciones con conjuntos

Definición 5. *La unión S de dos conjuntos A y B es*

$$S = A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\} \tag{7}$$

Definición 6. *La intersección S de dos conjuntos A y B es*

$$S = A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\} \tag{8}$$

Definición 7. *Definimos la diferencia S de A menos B tal que*

$$S = A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\} \tag{9}$$

Definición 8. *La diferencia simétrica entre E y A es*

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) \tag{10}$$

Definición 9. *Definimos el complemento S^c de un conjunto S como*

$$\begin{aligned} S \cup S^c &= E \\ S \cap S^c &= \phi \end{aligned} \tag{11}$$

Siendo E el conjunto total.

2 Tablas de verdad

Una tabla de verdad nos permite analizar como se comportan dos proposiciones: Se puede deducir que

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	V	V

p	q	$p \implies q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$p \implies q \iff \neg p \vee q$