Análisis

Tabla de derivadas

y	y'
$[f]^n$	$n \cdot f^{n-1} \cdot f'$
e^f	$e^f \cdot f'$
a^f	$a^f \cdot \ln a \cdot f'$
$\ln f$	$\frac{f'}{f}$
$\sin f$	$\cos f \cdot f'$
$\cos f$	$-\sin f \cdot f'$
$\tan f$	$\frac{f'}{1-\cos^2 f}$
$\arcsin f$	$\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$
$\arccos f$	$\frac{-f'}{\sqrt{1-f^2}}$
$\arctan f$	$\frac{f'}{1+f^2}$

Elementos básicos

- **Dominio**: conjunto de valores de entrada que puede tomar la función y para los que está definida.
- **Rango**: conjunto de valores que puede dar la función.
- **Antiderivada**: función $F(x) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x} = f(x) \equiv \int f(x)dx = F(x)$
- **Definición de derivada** $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(h)}{h}$

Continuidad

Una función $f(x)$ es continua en un punto $x = a$ si se cumplen las **siguientes condiciones**:

1. $$\exists f(a)$$

2. $$\exists \lim_{x \to a} f(x) \Rightarrow \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

3. $$f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$$

Derivabilidad

Una función $f(x)$ es **derivable** en un punto $x = a$ si se cumple:

$$\exists \lim_{x \to a} f'(x) \Rightarrow \lim_{x \to a^-} f'(x) = \lim_{x \to a^+} f'(x)$$

Recta tangente en un punto

La recta tangente a un punto $x = a$ se define como:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

Recta normal en un punto

La recta normal a un punto $x = a$ se define como:

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

Integrales

Integrales por partes

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

Teoremas

Teorema de Bolzano. *Dada una función* $f(x)$*, continua en un intervalo* $[a, b]$*, si* $f(a) \cdot f(b) < 0$*, podemos afirmar que* $\exists c \in [a, b] / f(c) = 0$*.*
Esta fórmula se puede generalizar para afirmar que existe cualquier valor si este cumple que $f(a) \leq f(c) \leq f(b)$*.*

Teorema de Rolle. *Dada una función* $f(x)$*, continua en un intervalo* $[a, b]$*, derivable en un intervalo* (a, b)*, si* $f(a) = f(b)$*, entonces podemos afirmar que* $\exists c \in (a, b) / f'(c) = 0$

Representación gráfica

Para representar gráficamente una función, se deben desarrollar los siguientes elementos:

- Dominio de la función
- Puntos de corte con los ejes
- Asíntotas
- Monotonía

Asíntotas

Verticales

Para indeterminaciones $\frac{k}{0} / k \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to a} f(x) \underset{\frac{k}{0}}{=} \begin{cases} \lim_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty \\ \lim_{x \to a^-} f(x) = \mp\infty \end{cases}$$

Horizontales

Afirmamos que hay una asíntota horizontal en $\pm\infty$ si:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \in \mathbb{R}$$

Oblicuas

Para $\pm\infty$, una asíntota oblicua se expresa de la forma:

$$y = mx + n$$

siendo:

$$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \qquad n = \lim_{x \to \pm\infty} f(x) - mx$$

$$m \notin \mathbb{R} \vee n \notin \mathbb{R} \Rightarrow \text{no hay asíntota oblicua.}$$