Geometría Proyectiva

Alejandro Zubiri

January 30, 2025

Índice

1 Introducción

Correo: $mruizleo@campusunie.es$

2 Nomenclatura

- Punto: letras mayúsculas $P(a, b)$.
- Vectores: minúsculas con notación vector $\vec{u}(a, b)$

3 Espacio Afín

Definición 1. *Dados un conjunto de elementos, siendo estos puntos, A, y un espacio vectorial $\mathbb{V}$, llamamos el espacio afín a la terna $(A, \mathbb{V}, \varphi)$, siendo φ una aplicación entre elementos de A, tal que:*

$$\varphi : A \times A \mapsto \mathbb{V} \tag{1}$$

Esta terna debe cumplir que:

- $\forall p \in A \wedge \vec{v} \in \mathbb{V}, \exists! Q \in A / \varphi(P, Q) = \vec{PQ} = \vec{u} = Q - P$
- *Relación de Chasles:* $\forall P, Q, R \in A \wedge \varphi(P, Q) + \varphi(Q, R) = \varphi(P, R)$

$$\vec{PQ} + \vec{QR} = \vec{PR} \tag{2}$$

Demostración.

- $\vec{PQ} = Q - P$
- $\vec{QR} = R - Q$

$$\vec{PQ} + \vec{QR} = Q - P + R - Q = R - P = \vec{PR} \tag{3}$$

□

La dimensión del espacio afín va a ser la dimensión de $\mathbb{V}$.

3.1 Propiedades del espacio afín

1. $\forall P \in A, \varphi(P, P) = 0$
2. $\varphi(P, Q) = 0 \iff P = Q$
3. $\forall P, Q \in A, \varphi(P, Q) = -\varphi(Q, P)$
4. Regla del paralelogramo: $\forall P, Q, R, S \in A$:

$$\varphi(P, Q) = \varphi(R, S) \iff \varphi(P, R) = \varphi(Q, S) \tag{4}$$