

Examen Convocatoria Extraordinaria XX/07/2024

Nombre y apellidos:

1. **(1,5 puntos)** Sean las funciones $f(x) = 3x^3 - \frac{3}{5}x + \frac{A}{2}$. Demuestra la existencia de al menos una raíz para la función $f(x)$ y determina para que valores de A esta raíz es única.
2. **(1,5 puntos)** Calcula el área que queda encerrada entre la función $f(x) = e^{\frac{x}{3}}$ y $g(x) = (x - 2)^2$.
3. **(2,5 puntos)** Sea la función $f(x) = x^5 - x^3 + \frac{3}{4}$:
 - (a) Demuestra la existencia y la unicidad de una única raíz de f en todo \mathbb{R} .
 - (b) Explica cómo aplicarías el método de la bisección, en caso de que sea posible, para obtener el valor aproximado de dicha raíz y ejecuta las primeras 5 interacciones del método.
 - (c) A partir de la explicación anterior, razona y calcula también el número de número pasos necesarios para lograr un error absoluto menor que 10^{-2} en el valor de la raíz calculado. *Pista: no existe una solución única, dependerá de la forma en la que hayas ejecutado el método previamente.*
4. **(1 punto)** Resuelve la siguiente integral:
$$\int (\sin(x))^4 (\cos(x))^3 dx$$
5. **(2 puntos)** Dada una cierta función f y una serie de puntos $(-2, 0)$, $(0, -2)$, $(1, 6)$, $(3, 40)$, correspondientes con los diferentes valores de $(x_i, f(x_i))$, halla el valor de $f(2)$ mediante el método de diferencias divididas. Determina el error, absoluto y relativo, de la aproximación obtenida.
6. **(1,5 puntos)** Enuncia y demuestra el teorema fundamental del cálculo integral.