

# Programação Funcional

(COMP0393)

Leila M. A. Silva

# Avaliação Preguiçosa

(COMP0393)

## Aula 17



# Ordem de avaliação

- Ordem de cálculos não altera o resultado
- Haskell utiliza estratégia de avaliação preguiçosa
  - argumentos são avaliados por demanda
  - argumentos são avaliados uma única vez
  - somente são avaliadas as partes necessárias de um argumento estruturado
- É possível escrever estruturas potencialmente infinitas
- Tem implicações no projeto de programas

# Avaliação por demanda

$$f\ x\ y = x + y$$

$$\begin{aligned} f\ (9-3)\ (f\ 34\ 3) &\rightsquigarrow (9-3) + (f\ 34\ 3) \\ &\rightsquigarrow 6 + (f\ 34\ 3) \\ &\rightsquigarrow 6 + (34 + 3) \\ &\rightsquigarrow 6 + 37 \\ &\rightsquigarrow 43 \end{aligned}$$

Aqui, os argumentos  
ainda não foram  
avaliados

# Argumentos podem não ser avaliados

$$g \ x \ y = x + 12$$
$$g \ (9-3) \ (g \ 34 \ 3) \rightsquigarrow (9-3) + 12 \rightsquigarrow 6 + 12 \rightsquigarrow 18$$

```
switch :: Int → a → a → a
switch n x y
  | n > 0 = x
  | otherwise = y
```

Aqui, ou  $x$  ou  $y$  serão avaliados mas não ambos

$$\text{switch } 2 \ (9-3) \ (34*8) \rightsquigarrow ?? \ 2>0 \rightsquigarrow ?? \ \text{True} \rightsquigarrow (9-3) \rightsquigarrow 6$$



Avaliação de ciclo curto é um caso particular de avaliação preguiçosa

$$\begin{aligned} (&&) &:: \text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \\ \text{True } \&\& x &= x \\ \text{False } \&\& x &= \text{False} \end{aligned}$$

Na segunda regra  $x$  não é avaliado

# Argumentos são avaliados uma única vez

$$h\ x = x + x$$

$$\begin{aligned} h\ (9 - 3) &\sim (9 - 3) + (9 - 3) \\ &\sim 6 + 6 \\ &\sim 12 \end{aligned}$$

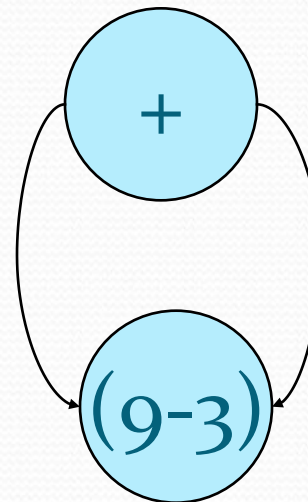
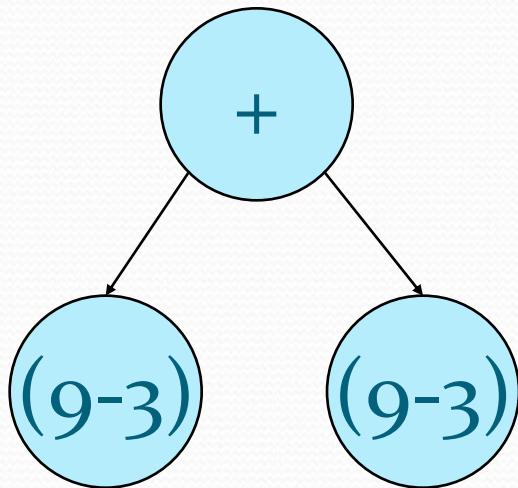
(9-3) será avaliado duas vezes? Não!

Num único passo

Após avaliado um argumento, o resultado é memorizado para no futuro usar o valor memorizado (*memoization*)

# Implementação de *memoization*

A avaliação é feita sobre grafos, não em árvores





# Avaliação sobre demanda em estruturas

```
sucH :: [Int] → Int  
sucH (x:xs) = x + 1  
sucH [] = 0
```

```
sucH [2+3, 4+5, 5+6] ~ sucH (2+3: [4+5, 5+6])  
                      ~ (2+3) + 1  
                      ~ 5 + 1  
                      ~ 6
```

# Regras de cálculo

```
f p1 p2 ... pk
| g1          = e1
| g2          = e2
...
| otherwise = er
  where
    v1 a11 a12 ... = r1
    ...
f q1 q2 ... qk
```

- Para casamento, args. são avaliados o suficiente
- Equações tentadas em ordem
- Guardas são avaliadas em ordem
- Valores em **where** são calculados por demanda

# Exemplos

```
f :: [Int] → [Int] → Int
f [ ] ys      = 0
f (x:xs) [ ] = 0
f (x:xs) (y:ys) = x + y
```

```
f [1..3] [2..5]
~ f (1:[2..3]) [2..5]
~ f (1:[2..3]) (2:[3..5])
~ 1+2
~ 3
```



# Exemplos

```
g :: Int → Int → Int → Int
g m n p
  | m >= n && m >= p = m
  | n >= m && n >= p   = n
  | otherwise        = p
```

```
g (2+3) (4-1) (3+9)
?? (2+3) >= (4-1) && (2+3) >= (3+9)
?? ~ 5 >= 3 && 5 >= (3+9)
?? ~ True && 5 >= (3+9)
?? ~ 5 >= (3+9)
?? ~ 5 >= 12
?? ~ False
?? 3 >= 5 && 3 >= 12
?? ~ False && 3 >= 12
?? ~ False
?? otherwise ~ True
~ 12
```

```

h :: Int → Int → Int
h m n
  | notNil xs = front xs
  | otherwise = n
  where
    xs = [m .. n]

front (x:y:zs)      = x+y
front [x]           = x

notNil [ ]         = False
notNil (_:_)       = True

```

```

h 3 5
?? notNil xs
?? | where
?? | xs = [3..5]
?? | ~ 3:[4..5]
?? ~ notNil (3:[4..5])
?? ~ True
~ front xs
|   where
|   xs = 3:[4..5]
|       ~ 3:4:[5]
~ 3+4
~ 7

```

# Avaliação de outras construções

- Operadores embutidos
  - && e outros, normalmente (preguiçosa)
  - +, \*, ... , necessita os dois argumentos
  - == varia
    - Em inteiros, necessita os dois argumentos
    - Em tipos compostos, avalia o necessário
- if\_then\_else avalia preguiçosamente
- let como where, por demanda
- Expressões lambda, similar a funções com nome
- Compreensões ...



# Ordem de avaliação

- Avaliação normal

- de fora para dentro

$$\frac{f \ e1 \ (\underline{f \ e2 \ e3})}{\underline{\hspace{1cm}}}$$

- de esquerda para direita

$$f \ e1 \ + \ f \ e2$$

- Avaliação preguiçosa = avaliação normal + *memoization*

# Programação dirigida por dados

- Estruturas de dados intermediárias são construídas
- Queremos definir uma função para calcular a soma das potências de 4 desde 1 até n
  - Construímos a lista  $[1..n]$
  - Calculamos a potência de 4 de cada número  $[1, 16, \dots, n^4]$
  - Somamos a lista

```
sumPot4 :: Int → Int
sumPot4 n = sum (map (^4) [1..n])
```

```
sumPot4 :: Int → Int
sumPot4 n = sum (map (^4) [1..n])
```

```
sumPot4 n sum map
  ~ sum (map (^4) [1..n])
  ~ sum (map (^4) (1:[2..n]))
  ~ sum (1^4 : map (^4) [2..n])
  ~ 1^4 + sum ( map (^4) [2..n])
  ~ 1 + sum ( map (^4) [2..n])
  ~ ...
  ~ 1 + (16 + sum ( map (^4) [3..n]))
  ~ ...
  ~ 1 + (16 + (81 + ... + n^4))
```

**Note que nenhuma  
lista intermediária é  
construída**



# Listas infinitas

- Avaliação preguiçosa permite descrever estruturas infinitas

```
ones :: [Int]
ones = 1 : ones

addFirstTwo :: [Int] → Int
addFirstTwo (x:y:zs) = x+y
```

```
addFirstTwo ones
~ addFirstTwo (1 : ones)
~ addFirstTwo (1 : 1: ones)
~ 1 + 1
~ 2
```

# Exemplos

- Notação pré-definida para listas infinitas

`[n .. ], [n,m .. ]`

```
pitagorasTri = [ (x,y,z) | z ← [2..], y ← [2 .. z-1],  
                  x ← [2.. y-1], x^2 + y^2 == z^2]
```

```
pitagorasTri = [(3,4,5), (6,8,10), (5,12,13), (9,12,15),...]
```

# Leitura Obrigatória

- Avaliação preguiçosa com compreensões



# Exercícios Recomendados

- Exercícios 17.1 a 17.8 do Livro do Simon Thompson