

Fungsi Bulat

AZZAM (IG: HAXUV.WORLD)

July 1, 2024

1. Jika $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ merupakan fungsi tak terbatas, dan $f(a) \mid c$ untuk konstanta c dan $a \in T \subseteq \mathbb{Z}$.
Buktikan jika $|T| = \infty$ maka $c = 0$.

2. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga untuk setiap bilangan bilangan asli a, b berlaku:

$$f(a) + b \mid (f(b) + a)^2$$

3. Tentukan semua $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ yang memenuhi

$$n + f(m) \mid f(n) + nf(m)$$

untuk semua $m, n \in \mathbb{N}$

4. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ yang memenuhi:

$$f(a) + f(b) \mid a + b, \forall a, b \in \mathbb{N}$$

5. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga:

$$x^2 + f(y) \mid f(x)^2 + y$$

untuk setiap $x, y \in \mathbb{N}$

6. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga:

$$m^2 + f(n) \mid mf(m) + n$$

untuk semua bilangan asli berbeda m dan n .

7. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ sehingga $f(a) + b$ membagi $2(f(b) + a)$ untuk semua a, b bilangan bulat positif.

8. Tentukan semua polinomial $f \in \mathbb{Z}[x]$ sehingga untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{N}$ berlaku

$$a + b + c \mid f(a) + f(b) + f(c)$$

9. Diberikan $n \geq 1$ bilangan asli ganjil. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ sehingga untuk semua bilangan asli berbeda x dan y berlaku:

$$f(x) - f(y) \mid x^n - y^n$$

10. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga untuk semua bilangan asli m dan n , $f(m) + f(n) - mn > 0$ dan membagi $nf(m) + mf(n)$

11. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sedemikian sehingga $f(n!) = f(n)!$ untuk semua bilangan asli n dan m sehingga $m - n$ membagi $f(m) - f(n)$ untuk setiap bilangan asli berbeda m, n .

12. Diberikan bilangan asli k . Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga untuk setiap $m, n \in \mathbb{N}$ berlaku:

$$f(m) + f(n) \mid (m + n)^k$$

13. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ yang memenuhi:

$$f^2(m) + f(n) \mid (m^2 + n)^2$$

untuk semua bilangan asli m dan n .

14. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ sehingga $f(m) \geq m$ dan $f(m + n) \mid f(m) + f(n)$ untuk setiap $m, n \in \mathbb{Z}^+$

15. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga untuk semua bilangan asli berbeda m dan n , $f(m - n) \mid f(m) - f(n)$. Buktikan bahwa untuk semua bilangan asli m dan n dengan $f(m) \leq f(n)$, $f(m) \mid f(n)$.

16. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga $af(a) + bf(b) + 2ab$ untuk setiap $a, b \in \mathbb{N}$ adalah bilangan kuadrat.

17. Tentukan semua fungsi $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sehingga:

$$(f(m) + n)(f(n) + m)$$

adalah bilangan kuadrat untuk semua $m, n \in \mathbb{N}$.