

Integer Bounding

AZZAM (IG: HAXUV.WORLD)

April 21, 2024

§1 General

1. Carilah seluruh bilangan bulat positif a, b, c dengan $FPB(a, b, c) = 1$ yang memenuhi $a < b < c$ dan

$$abc \mid a + b + c + ab + bc + ca.$$

2. (St. Petersburg 2001) Tunjukkan bahwa terdapat tak hingga banyaknya bilangan asli n sedemikian sehingga faktor prima terbesar dari $n^4 + 1$ lebih dari $2n$.
3. (IMO 1999) Tentukan seluruh pasangan bilangan bulat positif (n, p) dengan p adalah bilangan prima, $n \leq 2p$, dan $n^{p-1} \mid (p-1)^n + 1$.

§2 No Square Between Two Consecutive Squares

4. (AIME II 2013) Carilah bilangan bulat positif terkecil N sehingga himpunan 1000 bilangan bulat berurutan yang dimulai dari $1000 \cdot N$ tidak mengandung kuadrat sempurna dari suatu bilangan bulat.

§3 Fermat's Method of Infinite Descent

5. (Hungaria 2000) Carilah seluruh bilangan prima p sehingga terdapat bilangan bulat x, y, n yang memenuhi $p^n = x^3 + y^3$.

§4 Arithmetics Function

- $\phi(n)$ adalah fungsi Euler Totient Phi yang menyatakan banyaknya bilangan asli kurang dari sama dengan n yang relatif prima dengan n .

- $\sigma(n)$ menyatakan jumlah seluruh faktor positif berbeda dari n .
- $\tau(n)$ menyatakan banyaknya faktor positif berbeda dari n .

6. Jika n adalah bilangan asli komposit, buktikan bahwa

$$\phi(n) \leq n - \sqrt{n}.$$

7. Untuk sembarang bilangan asli n dengan $n \neq 2$ dan $n \neq 6$, buktikan bahwa

$$\phi(n) \geq \sqrt{n}.$$