

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

FELIPE AZZOLINO VARELLA

**Investigação de diferentes configurações de  
observadores para o monitoramento da saúde  
estrutural de uma suspensão veicular ativa**

Santo André, SP  
2023

Felipe Azzolino Varella

**INVESTIGAÇÃO DE DIFERENTES CONFIGURAÇÕES DE OBSERVADORES  
PARA O MONITORAMENTO DA SAÚDE ESTRUTURAL DE UMA SUSPENSÃO  
VEICULAR ATIVA**

Monografia apresentada ao Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do ABC, como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Instrumentação, Automação e Robótica.

Orientador: Prof. Dr. Helói Francisco Gentil Genari.

Santo André, SP  
2023

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Nanci Azzolino Varella e Fernando José Pereira Varella, por todo amor, incentivo e suporte não só durante a minha graduação, como também durante toda a minha vida.

À minha irmã, Gabriela Azzolino Varella, que conjuntamente aos meus pais pavimentou o caminho para que isto fosse possível.

À minha namorada, Bárbara Alcace Frutuoso, que se tornou um dos pilares da minha vida, me ajudando ativamente a superar os obstáculos que enfrentei durante todo esse processo.

À minha avó, Nilce Macias Azzolino, que foi essencial no processo de moldagem do meu caráter e personalidade, sendo uma das maiores entusiastas da minha trajetória e uma das maiores motivações para tudo que tenho feito e superado.

A todos os professores, em especial ao Prof. Dr. Helói Francisco Gentil Genari e ao Prof. Dr. Wallace Gusmão Ferreira, que foram de suma importância para o meu desenvolvimento acadêmico e profissional.

Além de todos os demais familiares e amigos que estiveram presentes durante a minha trajetória me fornecendo todo o apoio necessário.

## RESUMO

Componente indispensável em veículos, a suspensão veicular é um sistema cujo principal propósito consiste em transmitir as forças entre veículo e estrada, afetando diretamente a sua dirigibilidade e, portanto, influenciando diretamente na segurança do veículo. Desta forma, a identificação prévia de danos neste componente torna-se de suma importância não só para manter um bom manuseio, como também garantir segurança aos passageiros. Isto posto, a presente monografia buscou identificar danos em uma suspensão ativa por meio da análise de resíduos gerados por observadores de estado. Para tal, realizou-se a modelagem do sistema no espaço de estados e investigou-se diferentes tipos de observadores, incluindo o observador de Luenberger e o filtro de Kalman, além de diferentes formas de excitação e configurações de observadores. Para determinar o sistema estimador que melhor identificava danos na referida planta, realizou-se diversas simulações de situações de danos envolvendo o amortecimento e rigidez da suspensão. Nestas simulações, utilizou-se um sinal de entrada de *chirp* para que fosse possível verificar a resposta da planta para diferentes frequências e adicionou-se ruído de saída e processo para tornar a simulação mais fiel ao que seria encontrado na prática. Dentre as configurações analisadas, concluiu-se que o observador de Luenberger em configuração de um único observador e excitado diretamente pelo atuador era a combinação mais eficaz, visto que os resíduos foram pequenos para a planta saudável e altos para a planta danificada. Conjuntamente, projetou-se um classificador baseado em *thresholds* para sinalizar de forma automática a ocorrência de danos na planta. Foram feitas simulações adicionais com danos menos severos para validar o classificador. Os resultados das simulações mostram que a configuração de observador investigada em conjunto com uma adequada sintonia de *thresholds* é uma estratégia eficaz para detecção de danos em uma suspensão ativa.

**Palavras-chave:** detecção de dano; monitoramento da saúde estrutural; suspensão ativa; observador de Luenberger; filtro de Kalman.

## ABSTRACT

An indispensable component in vehicles, the active suspension is a system whose main purpose is to transmit forces between the vehicle and the road, directly affecting the vehicle drivability and, then, directly influencing vehicle safety. Therefore, prior damage identification to this component becomes extremely important not only to maintain good handling but also to ensure passenger safety. Thus, by using a state observer approach, this monograph aimed to identify damage in an active suspension through residue analysis. To this end, the system was modeled in state space and different types of observers were investigated, including the Luenberger observer and the Kalman filter, as well as different forms of excitation and observer configurations. In order to determine the estimator system that best identifies damage to the plant, several simulations of damage situations involving the suspension damping and stiffness were made. In these simulations, a chirp input signal was used to check the plant response to different frequencies, and output and process noise were added to make the simulation more realistic. Among the configurations analyzed, it was concluded that the Luenberger observer in a single configuration directly excited by the actuator was the most effective combination, since the residual signals were small for the healthy plant and high for the damaged plant. Additionally, a threshold-based classifier was designed to automatically identify the occurrence of plant damage. Additional simulations were carried out with less severe damage to validate the classifier. The results of the simulations show that the observer configuration investigated, concurrently with the appropriate tuning of the thresholds, is an effective strategy for detecting damage in an active suspension.

**Keywords:** damage detection; structural health monitoring; active suspension; Luenberger observer; Kalman filter.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação uma suspensão veicular ativa.	19
Figura 2 – Diagrama de corpo livre para o bloco de massa $m_v$ .	20
Figura 3 – Diagrama de corpo livre para o bloco de massa $m_r$ .	20
Figura 4 – Diagrama de blocos da planta.	22
Figura 5 – Uso de um único observador para detecção de dano.	24
Figura 6 – Uso de um banco de observadores para detecção de dano.	25
Figura 7 – Diagrama de blocos dos observadores de Luenberger e filtro da Kalman.	27
Figura 8 – Sinal de <i>chirp</i> utilizado para entrada $\omega(t)$ , cuja frequência de varredura é de 0 a 6Hz e a amplitude igual a 0,1m/s.	29
Figura 9 – Sinal de <i>chirp</i> utilizado para entrada $u(t)$ , cuja frequência de varredura é de 0 a 6Hz e a amplitude igual a 5N.	30
Figura 10 – Sinal de ruído adicionado a saída $y_1(t)$ quando a entrada é $\omega(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.	31
Figura 11 – Sinal de ruído adicionado a saída $y_2(t)$ quando a entrada é $\omega(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.	31
Figura 12 – Sinal de ruído adicionado a saída $y_1(t)$ quando a entrada é $u(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.	32
Figura 13 – Sinal de ruído adicionado a saída $y_2(t)$ quando a entrada é $u(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.	32
Figura 14 – Sinal de ruído de processo, seu histograma e densidade de probabilidade.	33
Figura 15 – Diagrama de bode do filtro utilizado.	34
Figura 16 – Exemplo da utilização de filtro para aprimorar a resolução de um sinal.	34
Figura 17 – Exemplo de resíduo visualizado adotando a restrição de polos com mesma velocidade.	37
Figura 18 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é $\omega(t)$ e $b_s$ varia.	41
Figura 19 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é $\omega(t)$ e $k_s$ varia.	42
Figura 20 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é $u(t)$ e $b_s$ varia.	42
Figura 21 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é $u(t)$ e $k_s$ varia.	43
Figura 22 – Resíduos para a situação em que a entrada é $\omega(t)$ e ocorre a redução do coeficiente de amortecimento da suspensão a 50% de seu valor nominal.	44
Figura 23 – Resíduos para a situação em que a entrada é $u(t)$ e ocorre a redução do coeficiente de amortecimento a 50% de seu valor nominal.	44

Figura 24 – Resíduos para a situação em que a entrada é $\omega(t)$ e ocorre a redução do coeficiente de rigidez da suspensão a 50% de seu valor nominal. . . . .	45
Figura 25 – Resíduos para a situação em que a entrada é $u(t)$ e ocorre a redução do coeficiente de rigidez da mola da suspensão a 50% de seu valor nominal	45
Figura 26 – Resíduos para a situação em que a entrada é $\omega(t)$ e ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão a 50% de seus valores nominais. . . . .	46
Figura 27 – Resíduos para a situação em que a entrada é $u(t)$ e ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão a 50% de seus valores nominais. . . . .	46
Figura 28 – Fluxograma utilizado para classificar o sistema enquanto situação de dano. . . . .	49
Figura 29 – Representação dos <i>thresholds</i> utilizados e resíduos nas situação em que a planta encontra-se saudável. . . . .	50
Figura 30 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de amortecimento da suspensão a 50% de seu valor nominal. . . . .	50
Figura 31 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de rigidez da mola da suspensão a 50% de seu valor nominal. . . . .	51
Figura 32 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão a 50% de seus valores nominais. . . . .	51
Figura 33 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de amortecimento da suspensão de 10% de seu valor nominal. . . . .	52
Figura 34 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de rigidez da mola da suspensão de 10% de seu valor nominal. . . . .	52
Figura 35 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão de 10% de seus valores nominais. . . . .	53

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Descrição das variáveis no modelo de suspensão veicular.	19
Tabela 2 – Parâmetros da suspensão da Quanser®	22
Tabela 3 – Cenários analisados.	35
Tabela 4 – RMS (m) calculado para resíduo 1 quando a entrada é $\omega(t)$ .	47
Tabela 5 – RMS (m/s <sup>2</sup> ) calculado para resíduo 2 quando a entrada é $\omega(t)$ .	47
Tabela 6 – RMS (m) calculado para resíduo 1 quando a entrada é $u(t)$ .	48
Tabela 7 – RMS (m/s <sup>2</sup> ) calculado para resíduo 2 quando a entrada é $u(t)$ .	48

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

<b>FDI</b>	Detecção e isolamento de falhas, do inglês <i>Fault detection and isolation</i>
<b>SHM</b>	Monitoramento da saúde estrutural, do inglês <i>Structural health monitoring</i>
<b>SNR</b>	Relação sinal-ruído, do inglês <i>Signal-noise ratio</i>
<b>EDO</b>	Equação diferencial ordinária
<b>RMS</b>	Raiz do valor quadrático, do inglês <i>Root mean square</i>
<b>RMSE</b>	Raiz do valor quadrático do erro, do inglês <i>Root mean square error</i>
<b>LU</b>	Observador único de Luenberger
<b>LB</b>	Banco de observadores de Luenberger
<b>KU</b>	Observador único de Kalman
<b>KB</b>	Banco de observadores de Kalman

## LISTA DE SÍMBOLOS

$m_v$	Massa referente a 1/4 do veículo
$k_s$	Constante elástica da mola da suspensão
$b_s$	Constante de amortecimento da suspensão
$m_r$	Massa referente ao eixo-rodas
$k_p$	Constante elástica do pneu
$b_p$	Constante de amortecimento do pneu
$t$	Tempo
$y_v(t)$	Posição vertical da massa $m_v$ com relação a condição de equilíbrio
$y_r(t)$	Posição vertical da massa $m_r$ com relação a condição de equilíbrio
$y_p(t)$	Posição do perfil da pista percorrido pela roda
$u(t)$	Força exercida pelo atuador
$\omega(t)$	Distúrbio de entrada
$F_{yi}(t)$	Força de índice $i$ exercida em $y$
$F_{ki}(t)$	Força exercida pela mola de constante elástica $k_i$
$F_{bi}(t)$	Força exercida pelo amortecedor de constante de amortecimento $b_i$
$\mathbf{x}(t)$	Vetor de variáveis de estado
$x_i(t)$	Variável de estado $i$ .
<b>A</b>	Matriz de estado
<b>B<sub>1</sub></b>	Matriz de entrada do distúrbio
<b>B<sub>2</sub></b>	Matriz de entrada do atuador
<b>C</b>	Matriz de saída
<b>D</b>	Matriz de transmissão direta do atuador
$O_b$	Matriz de observabilidade
$\mathbb{R}^{i \times j}$	Conjunto dos números reais de dimensão $i$ por $j$

$\mathbf{v}(t)$	Vetor de ruídos adicionados às saídas
$v_i(t)$	Ruído adicionado a saída $i$
$\mathbf{d}_l(t)$	Representação do dano como um sinal adicionado a equação de estado
$\mathbf{L}$	Matriz de ganho do dano da equação de estado
$\mathbf{d}_m(t)$	Representação do dano como um sinal adicionado a equação de saída
$\mathbf{M}$	Matriz de ganho do dano da equação de saída
$\mathbf{r}(t)$	Vetor de resíduos
$r_i(t)$	Resíduo $i$
$\hat{\mathbf{x}}(t)$	Vetor de estados estimador
$\hat{\mathbf{y}}(t)$	Vetor de saída estimador
$\hat{y}_i(t)$	Saída estimada $i$
$\mathbf{K}_o$	Matriz de ganho do observador
$\mathbf{e}(t)$	Vetor de erro de estados estimados
$\mathbf{W}$	Covariância do ruído de processo
$\mathbf{V}$	Covariância do ruído de saída
$\mathbf{I}$	Matriz identidade
$E[Z]$	Esperança da variável aleatória $Z$
$\mathbf{P}$	Matriz de solução da equação algébrica de Riccati
$\mathbf{M}^T$	Transposta da matriz $\mathbf{M}$
$T$	Período
$f$	Frequência em Hz
$\Omega$	Frequência angular em rad/s
$\mathbb{N}$	Conjunto dos números naturais
$\text{SNR}_{dB}$	Relação sinal-ruído calculada em decibéis
$P_y$	Potência de um sinal $y(t)$
$y_{\text{RMS}}$	Valor RMS do sinal $y(t)$

$\sigma$	Desvio-padrão
$\Omega_c$	Frequência angular de corte em rad/s
$p_{o,i}$	Polo $i$ do observador
$p_{p,i}$	Polo $i$ da planta
$\text{Re}\{p\}$	Parte real de $p$
$\text{Im}\{p\}$	Parte imaginária de $p$
$\mathbf{K}_o^r$	Ganho do observador único quando a entrada é $r(t)$
$\mathbf{K}_{o,i}^r$	Ganho do observador $i$ do banco quando a entrada é $r(t)$
$L_{ri}$	<i>Threshold</i> do resíduo $i$

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	15
1.1	Objetivos . . . . .	16
1.2	Organização do trabalho . . . . .	17
2	MODELAGEM DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR ATIVA . . . . .	18
2.1	Descrição de uma Suspensão Veicular Ativa . . . . .	18
2.2	Modelagem da Suspensão Veicular Ativa . . . . .	18
3	DETECÇÃO DE DANOS UTILIZANDO OBSERVADORES DE ESTADO . . . . .	23
3.1	Observabilidade . . . . .	23
3.2	Detecção de Danos com Observadores de Estado . . . . .	23
3.3	Observador de Luenberger . . . . .	25
3.4	Filtro de Kalman . . . . .	26
3.5	Diagrama de Blocos para os Observadores . . . . .	27
4	SIMULAÇÃO . . . . .	28
4.1	Descrição da Simulação . . . . .	28
4.2	Descrição dos Sinais . . . . .	28
4.2.1	Sinal de <i>Chirp Linear</i> . . . . .	28
4.2.2	Ruído de Medição . . . . .	30
4.2.3	Ruído de Processo . . . . .	32
4.3	Filtro de Butterworth . . . . .	33
4.4	Projeto dos Observadores . . . . .	34
4.4.1	Cenários Analisados . . . . .	35
4.4.2	Projeto do Observador de Luenberger . . . . .	35
4.4.3	Projeto do Filtro de Kalman . . . . .	38
5	RESULTADOS . . . . .	41
5.1	Descrição das Situações de Análise . . . . .	41
5.2	Resultados . . . . .	43
5.2.1	Redução do Coeficiente de Amortecimento da Suspensão . . . . .	43
5.2.2	Redução do Coeficiente de Rigidez da Mola da Suspensão . . . . .	44
5.2.3	Redução Simultânea do Coeficiente de Amortecimento e Rigidez da Suspensão . . . . .	45
5.2.4	Comparação dos Estimadores e Cenários Analisados . . . . .	46

5.3	Classificador de Condição Dano . . . . .	49
6	CONCLUSÃO . . . . .	54
	REFERÊNCIAS . . . . .	56

## **APÊNDICES** 58

### **APÊNDICE A – CÓDIGOS EM MATLAB® E SIMULAÇÕES** 59

# 1 INTRODUÇÃO

Componente indispensável em veículos, a suspensão veicular consiste em um sistema responsável por transmitir as forças entre o veículo e a estrada, fazendo com que haja conforto de direção, segurança de condução e dirigibilidade. De forma geral, pode-se classificar a suspensão veicular dentre três grupos: passiva, ativa e semiativa. A suspensão passiva é o sistema mais simples e popular dentre os três, sendo composta por uma mola, um amortecedor e um pneu. Desta forma, os parâmetros de rigidez e amortecimento deste sistema são fixos e estabelecidos de acordo com a natureza destes componentes. Já a suspensão ativa, além dos componentes previamente citados, possui um sistema eletrônico que permite, por meio de um atuador, exercer forças diretamente sob o sistema, alterando a dinâmica da suspensão. Por fim, tem-se a suspensão semiativa que, por não possuir um atuador, difere da ativa e assemelha-se mais a passiva, com a diferença de que o coeficiente de amortecimento pode ser variado de acordo as condições de operação (SUN; GAO; SHI, 2019; MELO, 2017).

Como a capacidade de manuseio de veículos é diretamente influenciada pela dinâmica da suspensão, tal sistema influência diretamente a segurança do veículo e consequentemente dos passageiros. Desta forma, torna-se altamente importante identificar previamente danos nestes sistemas, de forma que não só o conforto e dirigibilidade do veículo mantenham-se boas, como também seja possível prevenir eventuais tragédias. Se conhecido os parâmetros e equações que descrevem o funcionamento da suspensão saudável, pode-se projetar observadores de estado: sistemas que reconstruem as variáveis do sistema a partir da leitura das entradas e saídas. Como estes sistemas nos permitem estimar as saídas esperadas dada uma determinada entrada, se compararmos estes valores com aqueles reais, obtidos pela instrumentação da planta, pode-se utilizar essa informação para identificar possíveis danos na suspensão (ISERMANN, 2005).

O emprego de observadores de estado para a detecção de dano tem se mostrado uma abordagem notavelmente versátil e estudada, fato esse visualizado no volume de pesquisas elaboradas a mais de duas décadas, como a desenvolvida por Patton e Chen (1997), em que realizou-se o estudo de detecção e isolamento de falha (FDI) no escopo de turbinas a jato. Além disso, pode-se verificar que tal técnica mantém sua relevância em estudos mais recentes, como no monitoramento de saúde estrutural (SHM) de uma estrutura metálica de três andares (JUNIOR et al., 2008) e de trincas em máquinas rotativas (LEÃO et al., 2019) por meio de observadores de estados modal, além da determinação de danos em estruturas compósitas a partir do uso de filtro de Kalman (SOMAN et al., 2018). Já no contexto de sistemas de suspensão, verifica-se na literatura tanto o uso de técnicas diversas para a detecção de dano, como o uso de algoritmos de aprendizado de máquina

como árvores de decisão (BALAJI; SUGUMARAN, 2023) e redes neurais (BURDZIK, 2022), quanto por meio da utilização de observadores, como uma abordagem comparativa entre o uso observador para estimar falhas aditivas e uma abordagem de identificação de parâmetros, que se destina a estimar falhas multiplicativas (HERNANDEZ-ALCANTARA et al., 2015).

Isto posto, a presente monografia buscou investigar e determinar a melhor combinação entre forma de excitação, modalidade de observador e configuração do sistema observador no contexto da detecção de danos, em especial em um sistema de suspensão ativa da Quanser® . Para isto, estudou-se duas modalidades de estimadores, sendo elas o observador de Luenberger e o filtro de Kalman, duas configurações de sistemas estimadores, sendo uma o uso de um observador único e a outra o uso de um banco de observadores, e duas formas distintas de se excitar o sistema, sendo uma diretamente pelo atuador e a outra pela simulação de um maquinário externo acoplado ao eixo-roda. Para realizar os cálculos, simulações, projetos e validações, utilizou-se o software MATLAB® e sua ferramenta integrada Simulink® .

## 1.1 Objetivos

Para este projeto, buscou-se modelar uma suspensão veicular ativa para, então, projetar um sistema capaz de identificar se este sistema encontra-se ou não em situação de dano. Desta forma, esta monografia teve como objetivos específicos:

- Modelar um sistema de suspensão ativa veicular a partir do modelo de um quarto de um carro;
- Projetar e analisar diferentes modalidades de observadores de estado, sendo elas observadores de Luenberger e filtro de Kalman;
- Analisar e comparar diferentes configurações de observadores, sendo elas o uso de um único observador de estado e o uso de um banco de observadores;
- Analisar e comparar diferentes formas de excitação do sistema, sendo elas por meio de um maquinário externo acoplado ao eixo-roda e por meio de sinais passados ao atuador;
- Projetar um filtro passa-baixas para atenuar os ruídos visualizados nos resíduos (diferença entre o valor real obtido por sensoriamento da planta e estimado pelo sistema observador);
- Projetar um classificador de resíduos baseado em limiares;
- Analisar o desempenho dos sistemas para algumas situações de dano;

- Determinar qual combinação de modalidade de observador, configuração e forma de excitação resultam em uma melhor classificação para as situações de dano propostas.

## 1.2 Organização do trabalho

O Capítulo 2 aborda a descrição detalhada de uma suspensão veicular ativa, incluindo a sua descrição, dedução das equações diferenciais deste sistema, as equações no espaço de estados e o diagrama de blocos que o representa.

O Capítulo 3 aborda os conceitos referentes ao uso de observadores estado para a detecção de danos, incluindo a definição de observabilidade, as possíveis configurações de sistemas observadores, a descrição matemática dos observadores de Luenberger e filtro de Kalman e, por fim, o diagrama de bloco utilizado para representar tais sistemas.

O Capítulo 4 apresenta a descrição dos procedimentos computacionais adotados neste projeto, incluindo a descrição das simulações conduzidas, a explicação e motivação dos sinais empregados na entrada do sistema e dos ruídos adicionados nas simulações, o projeto do filtro passa-baixas utilizado para atenuar os ruídos visualizados nos resíduos e o projeto dos observadores utilizados nesta monografia.

O Capítulo 5 descreve as situações de dano analisadas, os resultados obtidos para cada sistema estimador, a determinação da melhor modalidade, configuração e forma de excitação e, por fim, a determinação de um classificador de situação de dano baseado em limiares.

Por fim, o Capítulo 6 traz as conclusões acerca desta monografia e perspectivas futuras que possam aprimorar os resultados aqui obtidos.

## 2 MODELAGEM DE UMA SUSPENSÃO VEICULAR ATIVA

Este capítulo aborda os conceitos que envolvem a modelagem de uma suspensão veicular ativa, incluindo a descrição do sistema, a dedução das equações diferenciais que o modelam, as equações no espaço de estados e o diagrama de blocos que o representa.

### 2.1 Descrição de uma Suspensão Veicular Ativa

A suspensão é um componente veicular cujo propósito é maximizar a quantidade de fricção entre os pneus e a estrada, aumentando o conforto dos passageiros e melhorando a estabilidade do veículo durante operações de direção e frenagem (MELO, 2017). Em geral, o sistema de uma suspensão é composto por 3 componentes principais, sendo eles:

- **Mola:** responsável por sustentar o peso do veículo (mantendo a carroceria suficientemente distante das rodas) e fornecer resistência aos movimentos de compressão (absorvendo energia) e expansão (liberando energia) que ocorrem quando o veículo passa por irregularidades na pista, ajudando a absorver impactos e proporcionando conforto aos passageiros;
- **Amortecedor:** responsável por controlar os movimentos oscilatórios gerados pela mola após o veículo passar por irregularidades na pista, tendo como principal objetivo dissipar energia do sistema;
- **Pneu:** responsável por fornecer o contato entre o veículo e a pista, sendo essencial para a segurança e o desempenho do veículo. Além disso, complementa o trabalho da mola e do amortecedor e proporciona tração e aderência à estrada, absorvendo as irregularidades da superfície.

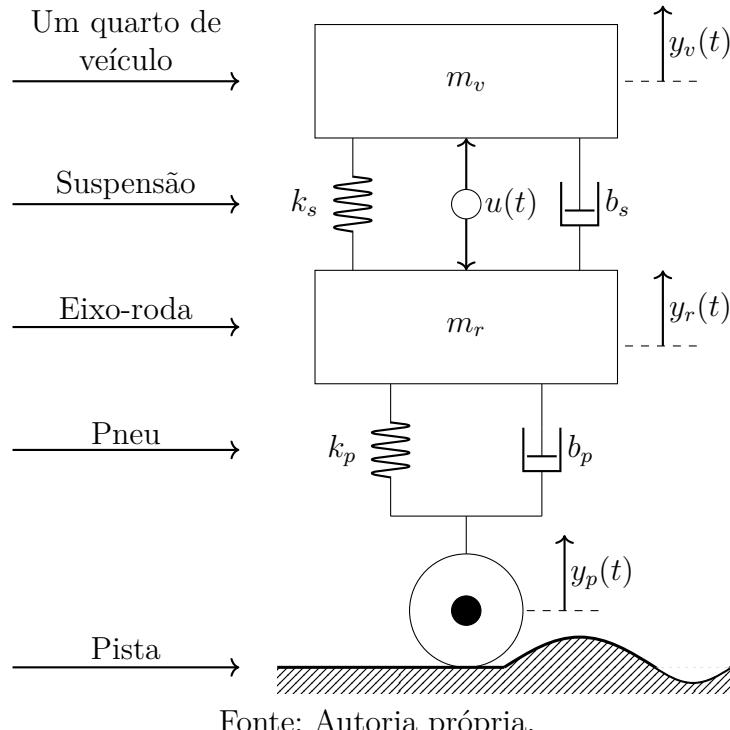
Em um sistema de suspensão ativa, além dos componentes mecânicos citados acima, existe um sistema eletrônico que permite, através de um atuador, agir diretamente sob a suspensão, seja para ajustar os parâmetros de rigidez e amortecimento do sistema ou qualquer outro propósito.

### 2.2 Modelagem da Suspensão Veicular Ativa

Alguns sistemas mais complexos, como é o caso de uma suspensão veicular, podem ser modelados a partir da associação de sistemas mala-mola-amortecedor. Para o caso em que há apenas um grau de liberdade, uma suspensão veicular ativa genérica pode ser

modelada levando em conta apenas um quarto do veículo e representado por uma associação de dois sistemas massa-mola-amortecedor, conforme reproduzido na Figura 1 (SANTOS, 2021). Na Tabela 1 tem-se a descrição das variáveis representadas no esquemático da Figura 1.

Figura 1 – Representação uma suspensão veicular ativa.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 1 – Descrição das variáveis no modelo de suspensão veicular.

Variável	Valor
$m_v$	Massa referente a 1/4 do veículo
$k_s$	Constante elástica da mola da suspensão
$b_s$	Constante de amortecimento da suspensão
$m_r$	Massa referente ao eixo-rodas
$k_p$	Constante elástica do pneu
$b_p$	Constante de amortecimento do pneu
$y_v(t)$	Posição vertical da massa $m_v$ com relação a condição de equilíbrio
$y_r(t)$	Posição vertical da massa $m_r$ com relação a condição de equilíbrio
$y_p(t)$	Posição do perfil da pista percorrido pela roda
$u(t)$	Força exercida pelo atuador

Fonte: Autoria própria.

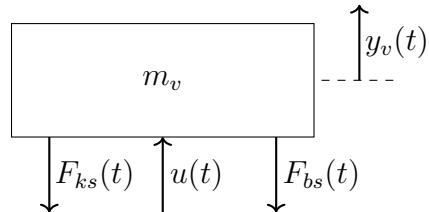
Para que seja possível realizar a modelagem de um sistema no espaço de estados, é necessário obter as equações diferenciais que descrevem a sua dinâmica. Para sistemas

mecânicos (como é o caso da suspensão veicular), as equações diferenciais podem ser obtidas por meio da segunda lei de Newton que, para o caso translacional e unidimensional, é dada por (SERWAY; JEWETT, 2014):

$$\sum_i F_{y_i}(t) = m\ddot{y}(t).$$

Além disso, forças externas constantes, como a força peso, não influenciam na dinâmica interna do sistema, mas apenas afetam sua posição de equilíbrio. Portanto, durante a modelagem, essas forças podem ser desconsideradas, de forma que a posição vertical seja referenciada com relação à posição de equilíbrio do sistema. Desta forma, partindo do modelo representado na Figura 1, pode-se traçar para o bloco de massa  $m_v$  na condição de equilíbrio o diagrama de corpo livre representado na Figura 2.

Figura 2 – Diagrama de corpo livre para o bloco de massa  $m_v$ .



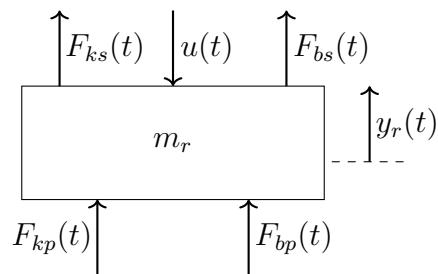
Fonte: Autoria própria.

Partindo da segunda lei de Newton e das equações dos componentes, obtêm-se a Equação 2.1:

$$\begin{aligned} \sum_i F_{y_i}(t) &= m_v \ddot{y}_v(t) \\ -F_{ks}(t) - F_{bs}(t) + u(t) &= m_v \ddot{y}_v(t) \\ -k_s(y_v(t) - y_r(t)) - b_s(\dot{y}_v(t) - \dot{y}_r(t)) + u(t) &= m_v \ddot{y}_v(t) \\ \therefore \ddot{y}_v(t) &= -\frac{k_s}{m_v}(y_v(t) - y_r(t)) - \frac{b_s}{m_v}(\dot{y}_v(t) - \dot{y}_r(t)) + \frac{1}{m_v}u(t). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Já para o bloco de massa  $m_r$ , o diagrama de corpo livre pode ser dado pela Figura 3:

Figura 3 – Diagrama de corpo livre para o bloco de massa  $m_r$ .



Fonte: Autoria própria.

Analogamente, obtém-se a Equação 2.2 para esta parte do sistema:

$$\begin{aligned} \sum_j F_{y_j}(t) &= m_r \ddot{y}_r(t) \\ k_s(y_v(t) - y_r(t)) + b_s(\dot{y}_v(t) - \dot{y}_r(t)) + k_p(y_p(t) - y_r(t)) + b_p(\dot{y}_p(t) - \dot{y}_r(t)) - u(t) &= m_r \ddot{y}_r(t) \\ \therefore \ddot{y}_r(t) &= \frac{k_s}{m_r}(y_v(t) - y_r(t)) + \frac{b_s}{m_r}(\dot{y}_v(t) - \dot{y}_r(t)) - \frac{k_p}{m_r}(y_r(t) - y_p(t)) - \\ &\quad \frac{b_p}{m_r}(\dot{y}_r(t) - \dot{y}_p(t)) - \frac{1}{m_r}u(t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Para este caso, é conveniente realizar a escolha de variáveis de estado como sendo  $x_1(t) = y_v(t) - y_r(t)$  (curso da suspensão),  $x_2(t) = \dot{y}_v(t)$  (velocidade vertical do carro),  $x_3(t) = y_r(t) - y_p(t)$  (curso do conjunto eixo-roda) e  $x_4(t) = \dot{y}_r(t)$  (velocidade vertical do conjunto eixo-roda) (SANTOS, 2021).

Além disso, adotando que o perfil de velocidade da pista  $\dot{y}_p(t) = \omega(t)$  é modelado por um distúrbio de entrada e partindo das Equações 2.1 e 2.2, tem-se que as derivadas destas variáveis de estado serão dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \dot{y}_v(t) - \dot{y}_r(t) = x_2(t) - x_4(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \ddot{y}_v(t) = -\frac{k_s}{m_v}x_1(t) - \frac{b_s}{m_v}x_2(t) + \frac{b_s}{m_v}x_4(t) + \frac{1}{m_v}u(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \dot{y}_r(t) - \dot{y}_p(t) = x_4(t) - \omega(t) \\ \dot{x}_4(t) &= \ddot{y}_r(t) = \frac{k_s}{m_r}x_1(t) + \frac{b_s}{m_r}x_2(t) - \frac{k_p}{m_r}x_3(t) - \frac{(b_s + b_p)}{m_r}x_4(t) + \frac{b_p}{m_r}\omega(t) - \frac{1}{m_r}u(t). \end{aligned}$$

Por fim, adotando como variáveis de saída o curso da suspensão ( $y_1(t) = x_1(t)$ ) e a aceleração vertical da massa  $m_v$  ( $y_2(t) = \dot{x}_2(t)$ ), as equações de estado e saída do sistema serão dadas, respectivamente, por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) + \mathbf{B}_2u(t) \quad (2.3)$$

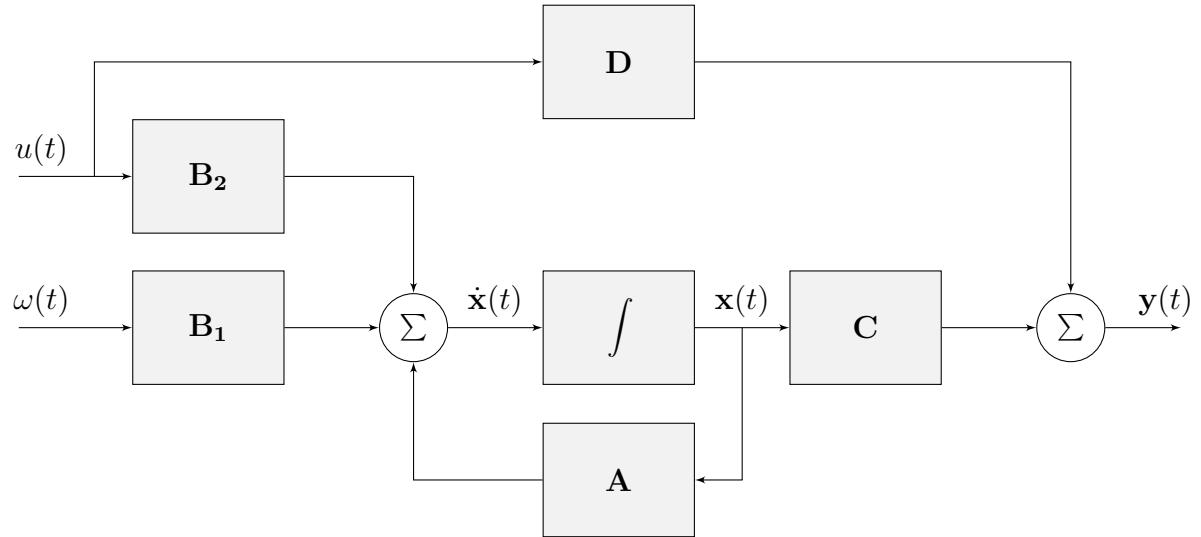
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t), \quad (2.4)$$

em que:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_s}{m_v} & -\frac{b_s}{m_v} & 0 & \frac{b_s}{m_v} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_r} & \frac{b_s}{m_r} & -\frac{k_p}{m_r} & -\frac{(b_s+b_p)}{m_r} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{b_p}{m_r} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_v} \\ 0 \\ -\frac{1}{m_r} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_v} & -\frac{b_s}{m_v} & 0 & \frac{b_s}{m_v} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_v} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Assim, o sistema descrito pelas Equações 2.3 e 2.4 pode ser representado pelo diagrama de blocos representado na Figura 4:

Figura 4 – Diagrama de blocos da planta.



Fonte: Autoria própria.

Para este projeto utilizou-se os parâmetros de um protótipo de suspensão veicular da Quanser<sup>®</sup>, cujos valores de massa, constante elástica e constante de amortecimento são dados conforme a Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros da suspensão da Quanser<sup>®</sup>

Parâmetro	Valor
$m_v$	2,45 kg
$k_s$	900 N/m
$b_s$	7,5 Ns/m
$m_r$	1 kg
$k_p$	1250 N/m
$b_p$	5 Ns/m

Fonte: Autoria própria.

### 3 DETECÇÃO DE DANOS UTILIZANDO OBSERVADORES DE ESTADO

Este capítulo aborda os conceitos que envolvem o uso de observadores para a detecção de danos em estruturas, incluindo a definição de observabilidade, como é feita a detecção de danos por meio observadores de estado, a definição do observador de Luenberger e filtro de Kalman, e o diagrama de blocos para estes sistemas.

#### 3.1 Observabilidade

Sendo um observador um sistema que estima as variáveis de estado a partir das medidas das variáveis de saída e entrada, um observador pode ser projetado se, e somente se, for possível estimar os estados  $\mathbf{x}(t_0)$  a partir da leitura da saída  $\mathbf{y}(t)$  em um intervalo de tempo finito  $t_0 \leq t \leq t_1$ , condição esta chamada de observabilidade. Para um sistema descrito pelas Equações 2.3 e 2.4, a matriz de Observabilidade  $O_b$  é definida por:

$$O_b = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

que, por meio dela, é possível demonstrar que uma condição necessária e suficiente para que um sistema seja observável é que se  $O_b \in \mathbb{R}^{nm \times m}$ , então é necessário que  $\text{rank}(O_b) = n$  (OGATA, 2010).

#### 3.2 Detecção de Danos com Observadores de Estado

Como os observadores de estado permitem a estimação de um conjunto de variáveis de uma planta, se estas puderem ser comparadas com as variáveis medidas, é possível utilizá-los para a detecção de danos. Para tal, supõe-se que a estrutura e os parâmetros do modelo sejam conhecidos com precisão (ISERMANN, 2005).

Considerando que o sistema analisado está sujeito a distúrbios não mensuráveis  $\omega(t)$  e  $\mathbf{v}(t)$  e modelando os danos no sistema como sinais  $\mathbf{d}_l(t)$  e  $\mathbf{d}_m(t)$  adicionados, respectivamente, às equações de estado e saída, o sistema será descrito pelas Equações 3.2 e 3.3 (ISERMANN, 2005):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) + \mathbf{B}_2u(t) + \mathbf{Ld}_l(t) \quad (3.2)$$

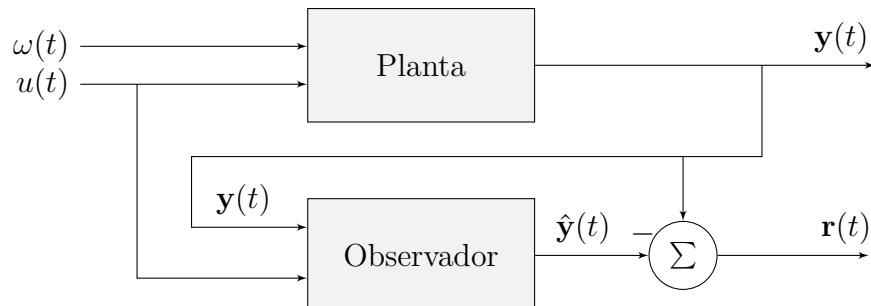
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t) + \mathbf{v}(t) + \mathbf{Md}_m(t). \quad (3.3)$$

Assim, com o objetivo de se encontrar alguma anomalia ou dano no sistema de análise, pode-se projetar um observador único que visa estimar todas as saídas da planta, para então calcular o resíduo que, neste contexto, é definido como a diferença entre a saída medida do sistema real e a estimada pelo observador:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) - \hat{y}_1(t) \\ y_2(t) - \hat{y}_2(t) \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Para a planta descrita pelas Equações 2.3 e 2.4, o sistema pode ser representado pelo diagrama retratado na Figura 5.

Figura 5 – Uso de um único observador para detecção de dano.



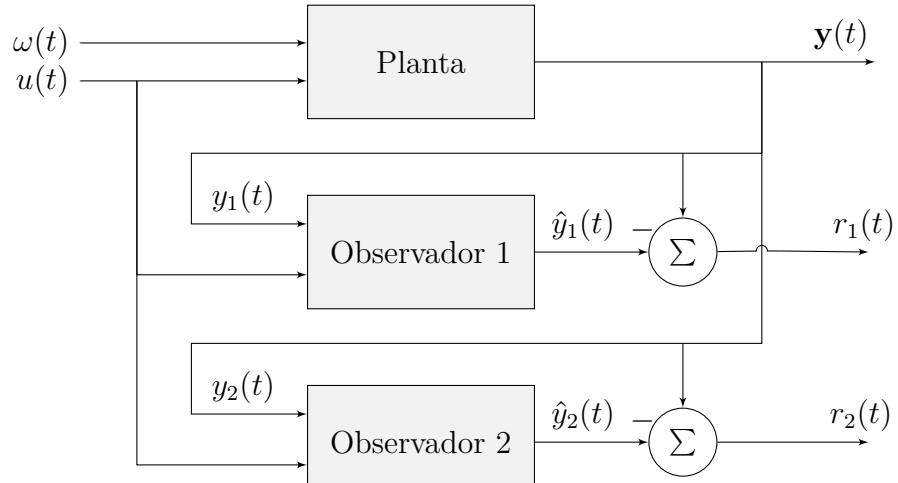
Fonte: Autoria própria.

Outra possível solução para analisar situações de danos é a utilização de um banco de observadores que consiste, basicamente, em um conjunto de estimadores de estados projetados para estimar cada saída separadamente. Para tal, cada observador do sistema recebe uma única saída da planta, de forma que para o sistema descrito pelas Equações 2.3 e 2.4 têm-se que os resíduos serão dados pela Equação 3.5:

$$\begin{aligned} r_1(t) &= y_1(t) - \hat{y}_1(t) \\ r_2(t) &= y_2(t) - \hat{y}_2(t). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Para este caso, o sistema utilizado para determinar danos na planta descrita pelas Equações 2.3 e 2.4 pode ser representado pelo diagrama disponível na Figura 6.

Figura 6 – Uso de um banco de observadores para detecção de dano.



Fonte: Autoria própria.

### 3.3 Observador de Luenberger

Para o sistema descrito pelas Equações 2.3 e 2.4, o modelo matemático do observador de Luenberger é dado por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_2u(t) + \mathbf{K}_o(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}u(t),\end{aligned}\quad (3.6)$$

em que  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  é o vetor de estados estimados,  $\hat{\mathbf{y}}(t)$  é o vetor de saída estimada e  $\mathbf{K}_o$  a matriz do ganho do observador (que dita a penalização do termo de correção entre a saída medida e estimada) (OGATA, 2010). Como  $\omega(t)$  é considerado como um sinal de distúrbio não mensurável, o estado estimado independe deste valor.

Definindo a diferença entre os vetores de estados reais e estimados como o vetor de erro de estados estimados  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$ , pode-se deduzir a respectiva dinâmica usando as Equações 2.3, 2.4 e 3.6:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ &= (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) + \mathbf{B}_2u(t)) - [\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_2u(t) + \mathbf{K}_o(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t))] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{K}_o[(\mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t)) - (\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}u(t))] \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{K}_o\mathbf{C}(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) + \mathbf{B}_1\omega(t) \\ \therefore \dot{\mathbf{e}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C})\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t).\end{aligned}\quad (3.7)$$

Para a situação em que a perturbação  $\omega(t)$  é desconsiderada, a localização dos autovalores de  $\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C}$  determinam a convergência do erro (OGATA, 2010). No entanto, quando  $\omega(t)$  não puder ser desconsiderado, o observador é projetado de forma a minimizar

o efeito de  $\omega(t)$  na estimativa dos estados. Para isso, é necessário que a dinâmica do observador seja consideravelmente mais rápida do que a da planta (NASCIMENTO, 2022).

### 3.4 Filtro de Kalman

Além do observador de Luenberger, outra técnica amplamente utilizada para estimar os estados de um sistema dinâmico é o chamado filtro de Kalman, um algoritmo matemático que considera não só entradas determinísticas, como também os ruídos de processo e saída  $\omega(t)$  e  $\mathbf{v}(t)$ , modelados como ruídos branco de média zero e covariância  $\mathbf{W}$  e  $\mathbf{V}$ , respectivamente. Diferentemente dos outros observadores, o modelo de Kalman adiciona a Equação 2.4 ruído de medição, de forma que seja dada por (ALAZARD, 2017):

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t) + \mathbf{v}(t). \quad (3.8)$$

De forma semelhante ao observador de Luenberger, para o sistema descrito pelas Equações 2.3 e 2.4 tem-se que os estados e saída estimados são dados pela Equação 3.6. Desta forma, a dinâmica do erro é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \\ &= (\mathbf{Ax}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) + \mathbf{B}_2u(t)) - [\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_2u(t) + \mathbf{K}_o(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t))] \\ &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{K}_o[(\mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t) + \mathbf{v}(t)) - (\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}u(t))] \\ &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{K}_o\mathbf{Cx}(t) - \mathbf{K}_o\mathbf{v}(t) + \mathbf{K}_o\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C})\mathbf{x}(t) - (\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) - \mathbf{K}_o\mathbf{v}(t) \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C})(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) + \mathbf{B}_1\omega(t) - \mathbf{K}_o\mathbf{v}(t) \\ \therefore \dot{\mathbf{e}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C})\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_1\omega(t) - \mathbf{K}_o\mathbf{v}(t). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Diferentemente do observador de Luenberger, cujo projeto utiliza métodos como alocação de polos para determinar a dinâmica do erro, o projeto de um filtro de Kalman consiste em determinar  $\mathbf{K}_o$  de tal forma que a esperança do erro quadrático seja reduzida, *i.e.*, busca-se encontrar um  $\mathbf{K}_o$  ótimo que minimize a seguinte função de custo:

$$\mathbf{P}(t) = E[\mathbf{e}(t)^T \mathbf{e}(t)] = E[(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))^T \cdot (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))], \quad (3.10)$$

chamada de matriz de covariância do erro (ALAZARD, 2017). Assim, é possível demonstrar a partir da Equação 3.9 que a covariância do erro descrita na Equação 3.10 é governada pela equação diferencial de Lyapunov (BELETI, 2023):

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C})\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)(\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C})^T + \mathbf{B}_1\mathbf{WB}_1^T + \mathbf{K}_o\mathbf{VK}_o^T, \quad (3.11)$$

e que o valor ótimo de  $\mathbf{K}_o$  é dado por:

$$\mathbf{K}_o = \mathbf{P}(t)\mathbf{CV}^{-1}. \quad (3.12)$$

Em regime permanente, a matriz de covariância do erro torna-se estacionária e, portanto,  $\dot{\mathbf{P}}(t) = 0$  e  $\mathbf{P}(t) = \text{constante} \Rightarrow \mathbf{P}(t) = \mathbf{P}$ . Assim, substituindo-se a Equação 3.12 em 3.11, obtém-se a equação algébrica de Riccati (BELETI, 2023):

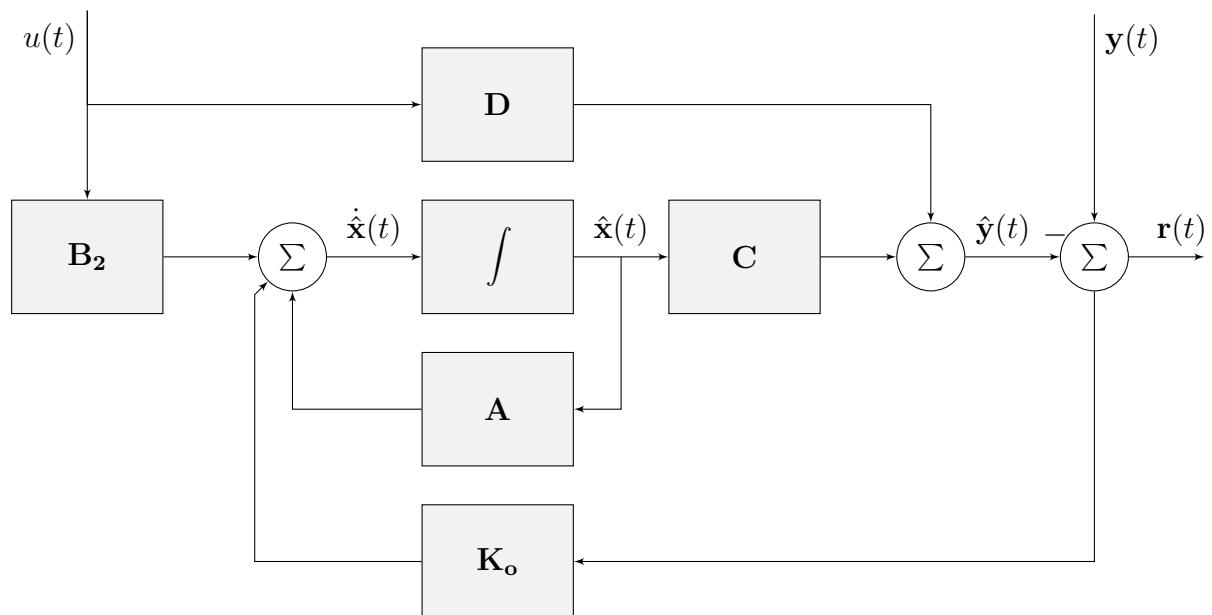
$$\begin{aligned} 0 &= [\mathbf{A} - (\mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{V}^{-1})\mathbf{C}]\mathbf{P} + \mathbf{P}[\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C}]^T + \mathbf{B}_1\mathbf{W}\mathbf{B}_1^T + (\mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{V}^{-1})\mathbf{V}\mathbf{K}_o^T \\ &= \mathbf{A}\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{V}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{K}_o^T + \mathbf{B}_1\mathbf{W}\mathbf{B}_1^T + \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{K}_o^T \\ \therefore \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{V}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} + \mathbf{B}_1\mathbf{W}\mathbf{B}_1^T &= 0. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Desta forma, encontrada a matriz  $\mathbf{P}$  que satisfaz a Equação 3.13, a matriz de ganhos  $\mathbf{K}_o$  do filtro pode ser encontrada ao substituir  $\mathbf{P}$  na Equação 3.12. Como a determinação de  $\mathbf{K}_o$  leva em conta as covariâncias dos ruídos de processo e saída  $\mathbf{W}$  e  $\mathbf{V}$ , estes valores se relacionam com a confiança na modelagem da planta e na medida da saída (ALAZARD, 2017).

### 3.5 Diagrama de Blocos para os Observadores

Assim como feito para a planta, pode-se representar os sistemas observadores por meio de diagrama de blocos. Para tal, utiliza-se a Equação 3.6. Como tanto o Observador de Luenberger quanto Filtro de Kalman são descritos pela mesma equação, pode-se utilizar o mesmo diagrama para ambos os sistemas, em que a diferença entre eles será a matriz  $\mathbf{K}_o$ , visto que esta é obtida de forma diferente para cada sistema. Desta forma, tem-se que o diagrama representado na Figura 7 pode ser utilizado para ambos os sistemas.

Figura 7 – Diagrama de blocos dos observadores de Luenberger e filtro da Kalman.



Fonte: Autoria própria.

## 4 SIMULAÇÃO

Esse capítulo aborda a descrição de todo procedimento computacional feito para este projeto, incluindo a descrição das simulações feitas, a definição e motivação dos sinais utilizados na entrada do sistema e dos ruídos adicionados as saídas e entrada. Além disso, aborda a descrição do filtro Butterworth utilizado para a atenuação de possíveis ruídos visualizados nos resíduos e o projeto dos observadores.

### 4.1 Descrição da Simulação

Para este projeto, utilizou-se o software MATLAB® em conjunto com a sua ferramenta integrada Simulink® para realizar o projeto dos observadores e as simulações. Assim, partindo das Equações 2.3 e 2.4 e dos valores disponibilizados na Tabela 1, utilizou-se os diagramas representados nas Figuras 4 e 7 como referência para construir os sistemas no Simulink®. Além disso, para tornar a simulação mais fiel ao que seria encontrado na prática, adicionou-se ruído branco as equações de estado e saída, simulando ruídos de processo e medição (processos detalhados nas Subseções 4.2.2 e 4.2.3).

Com relação as possibilidades de excitação do sistema, foram analisadas duas formas distintas de se realizar isto: uma usando um maquinário externo acoplado ao eixo-roda, em que apenas  $\omega(t)$  é passado como entrada, mantendo  $u(t) = 0$ , e outra usando o sistema ativo para excitar o sistema, em que apenas  $u(t)$  é passado como entrada, mantendo  $\omega(t) = 0$ . Para ambos os casos, utilizou-se um sinal de *chirp* (detalhado na Subseção 4.2.1).

### 4.2 Descrição dos Sinais

Esta seção aborda a descrição dos sinais utilizados nas simulações e a motivação em usá-los neste projeto.

#### 4.2.1 Sinal de *Chirp* Linear

Visando excitar o sistema com um sinal de frequência variável, pode-se utilizar um sinal de entrada de *chirp* linear, um sinal de varredura senoidal em que a frequência é variada linearmente de  $f_1 = k_1 f_0$  a  $f_2 = k_2 f_0$  em um intervalo  $0 \leq t \leq T_0$ . Desta forma, um sinal de *chrip* linear genérico pode ser representado por:

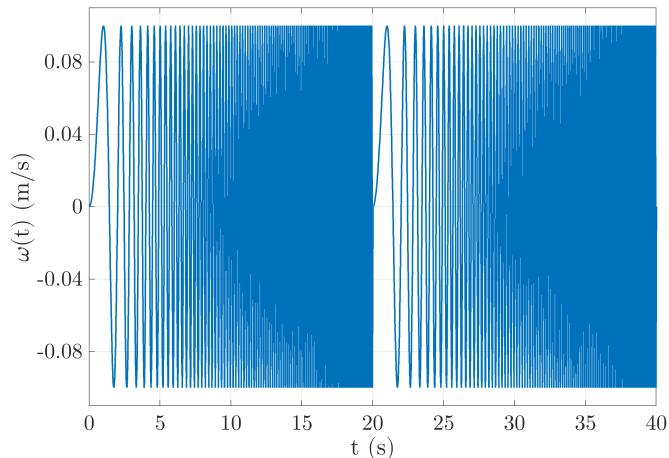
$$w(t) = A_w \operatorname{sen}((at + b)t), \quad (4.1)$$

em que  $A_w$  é a amplitude máxima do sinal,  $T_0$  o seu período,  $f_0 = 1/T_0$  é frequência de resolução e  $k_1 f_0$  e  $k_2 f_0$  são, respectivamente, a menor e maior frequência da varredura

$(k_2 > k_1 \in \mathbb{N})$ . Para tal, as constantes  $a$  e  $b$  são calculadas por  $a = \pi(k_2 - k_1)f_0^2$  e  $b = 2\pi k_1 f_0^2$  (PINTELON; SCHOUKENS, 2012).

Para o sistema descrito pelas Equações 2.3 e 2.4, o referido sinal foi utilizado para representar tanto a velocidade vertical do perfil da pista (*i.e.*, a perturbação  $\omega(t)$  adotada) quanto a força exercida pelo atuador (*i.e.*, o sinal  $u(t)$ ). Assim, para a situação de análise em que a excitação é feita por meio do perfil da pista, utilizou-se uma amplitude de  $A_\omega = 0,1\text{m/s}$  (conforme representado na Figura 8), enquanto para a situação em que a excitação é feita pelo atuador utilizou-se uma amplitude de  $A_u = 5\text{N}$  (conforme representado na Figura 9)<sup>1</sup>. Para ambos os casos, utilizou-se uma banda de varredura de 0 a 6Hz (implicando em  $k_1 = 0$  e  $k_2 = 96$ ) e aplicou-se o sinal em duas varreduras, de forma que a primeira fosse feita de  $0 \leq t \leq 20\text{s}$  para a planta saudável e segunda de  $20 < t \leq 40\text{s}$  para a planta em alguma condição de dano.

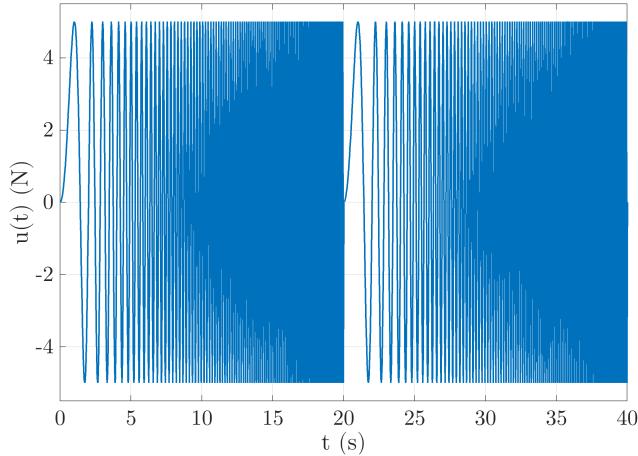
Figura 8 – Sinal de *chirp* utilizado para entrada  $\omega(t)$ , cuja frequência de varredura é de 0 a 6Hz e a amplitude igual a 0,1m/s.



Fonte: Autoria própria.

<sup>1</sup> É importante ressaltar que tal valor foi determinado dentro dos limites impostos pela planta que, segundo Santos (2021), é de aproximadamente  $\pm 38\text{N}$ .

Figura 9 – Sinal de *chirp* utilizado para entrada  $u(t)$ , cuja frequência de varredura é de 0 a 6Hz e a amplitude igual a 5N.



Fonte: Autoria própria.

#### 4.2.2 Ruído de Medição

Em geral, dados obtidos pela instrumentação de sistemas físicos vem, em sua maioria, poluídos pela adição de ruído, limitando a exatidão e confiabilidade do dado obtido (BALBINOT; BRUSAMARELLO, 2019). Idealmente, tais ruídos poderiam ser estimados em experimentos de bancada com o sistema físico real. Todavia, como neste projeto isto não foi possível, adicionou-se ruído branco a cada saída do sistema, modelando a incerteza adicionada por um sistema de instrumentação real e, portanto, objetivando tornar esta simulação mais fiel a um sistema físico real. Como por definição seu valor médio é 0, o único parâmetro a ser definido é a variância do ruído. Para tal, utilizou-se a relação sinal-ruído (SNR):

$$\text{SNR}_{dB} = 10 \log \left( \frac{P_{\text{sinal}}}{P_{\text{ruído}}} \right), \quad (4.2)$$

em que  $P$  representa a potência do sinal ou ruído.

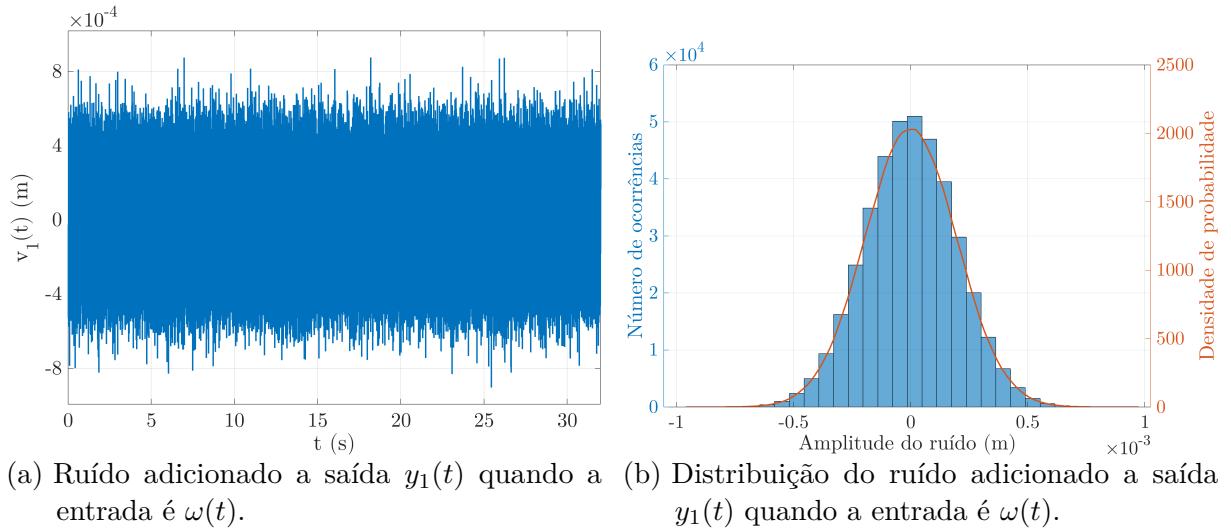
Além disso, sabe-se que a potência de um sinal qualquer  $y(t)$  pode ser calculada a partir do quadrado de seu seu valor RMS, *i.e.*,  $P_y = y_{\text{RMS}}^2$ . No caso de um ruído branco  $v(t)$ , como a sua média é nula, seu valor RMS coincide com o desvio-padrão da sua distribuição  $v_{RMS} = \sigma_v$ . Desta forma, pode-se manipular a Equação 4.2 de forma a encontrarmos uma relação direta entre a variância do ruído  $\sigma_v^2$  e o valor RMS de um sinal  $y(t)$ :

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{dB} &= 10 \log \left( \frac{y_{\text{RMS}}^2}{\sigma_v^2} \right) \\ \therefore \sigma_v^2 &= \frac{y_{\text{RMS}}^2}{10^{\text{SNR}_{dB}/10}}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Para este projeto, considerando que o sensor que obtém os dados das variáveis de saída é pouco ruidoso, possuindo um  $\text{SNR}_{dB} = 30dB$ , submeteu-se o sistema descrito pelas

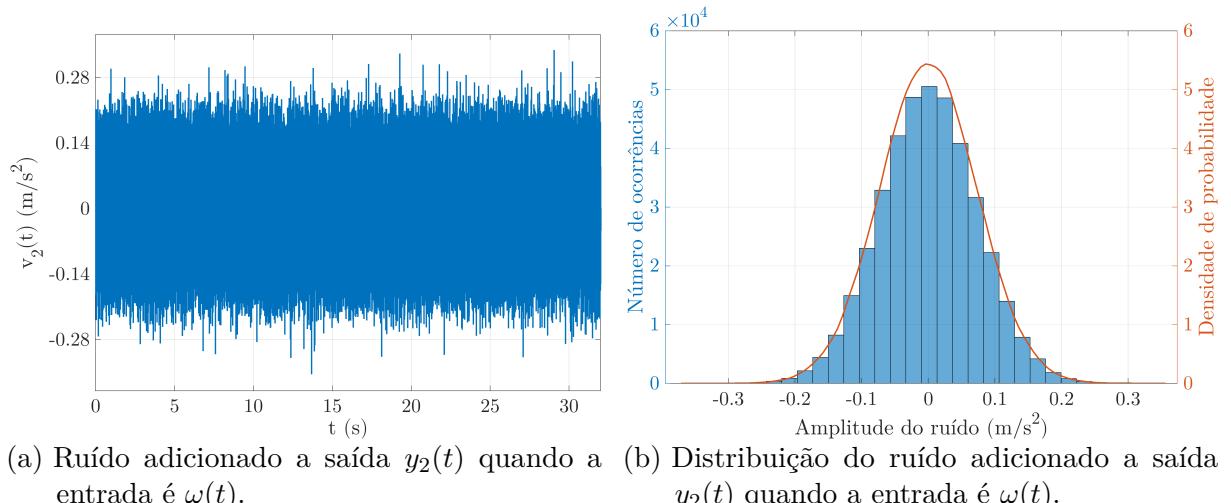
Equações 2.3 e 2.4 aos sinais de *chirp* descritos na Subseção 4.2.1. Para a excitação feita pelo eixo-roda, obteve-se  $y_{1,\text{RMS}} = 6,17\text{mm}$  e  $y_{2,\text{RMS}} = 2,30\text{m/s}^2$ , resultando nos sinais de ruído representados nas Figuras 10 e 11, cujos valores de variância são dados por  $\sigma_{v,y_1}^2 = 3,81 \cdot 10^{-8}\text{m}^2$  e  $\sigma_{v,y_2}^2 = 5,27 \cdot 10^{-3}\text{m}^2/\text{s}^4$ . Já para a excitação feita pelo atuador, obteve-se  $y_{1,\text{RMS}} = 5,47\text{mm}$  e  $y_{2,\text{RMS}} = 1,99\text{m/s}^2$ , resultando nos sinais de ruído representados nas Figuras 12 e 13, cujos valores de variância são dados por  $\sigma_{v,y_1}^2 = 3,00 \cdot 10^{-8}\text{m}^2$  e  $\sigma_{v,y_2}^2 = 3,97 \cdot 10^{-3}\text{m}^2/\text{s}^4$ .

Figura 10 – Sinal de ruído adicionado a saída  $y_1(t)$  quando a entrada é  $\omega(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.



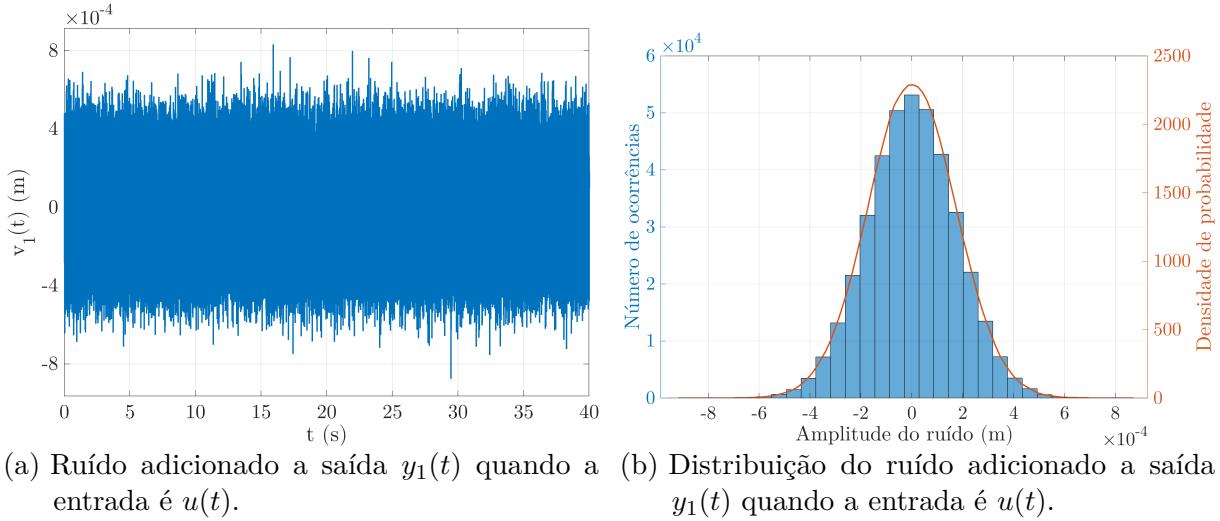
Fonte: Autoria própria.

Figura 11 – Sinal de ruído adicionado a saída  $y_2(t)$  quando a entrada é  $\omega(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.



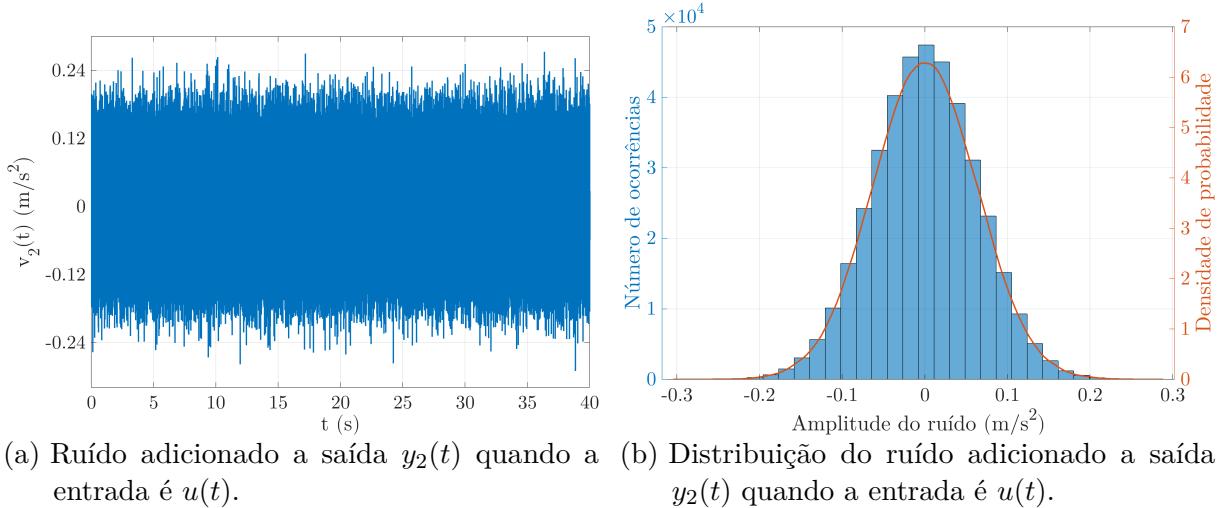
Fonte: Autoria própria.

Figura 12 – Sinal de ruído adicionado a saída  $y_1(t)$  quando a entrada é  $u(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.



Fonte: Autoria própria.

Figura 13 – Sinal de ruído adicionado a saída  $y_2(t)$  quando a entrada é  $u(t)$ , seu histograma e densidade de probabilidade.



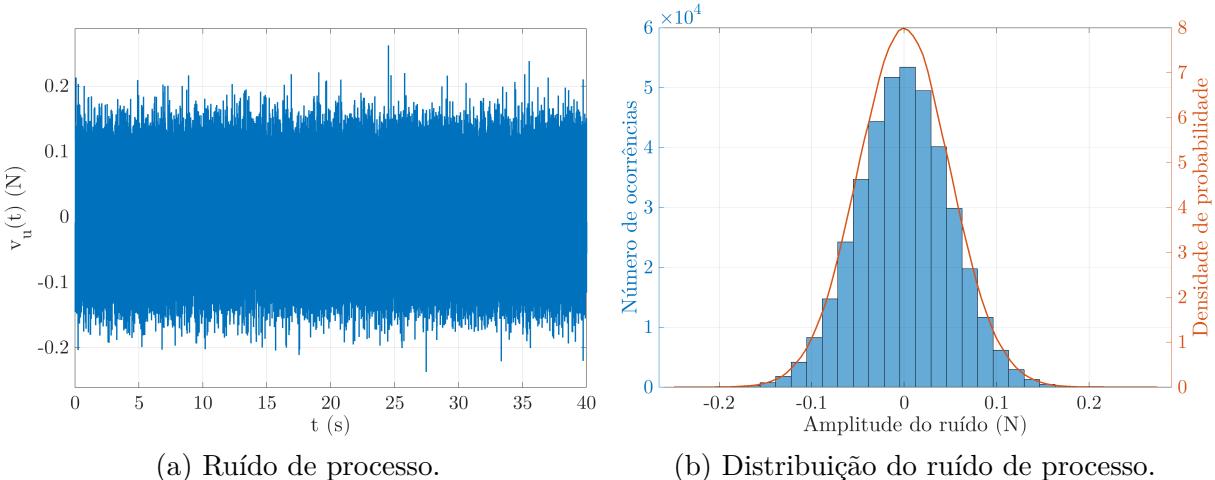
Fonte: Autoria própria.

#### 4.2.3 Ruído de Processo

Quando busca-se representar um processo real por meio de um modelo matemático, parte-se do pressuposto de que este segue a rigor o modelo proposto. Todavia, isto não acontece na prática. Visando contornar isto, pode-se modelar as incertezas associadas aos valores reais das variáveis de estado por meio de um ruído de processo adicionado a equação de entrada de estado do sistema (MATLAB, s.d.).

Assim como explicado para o ruído de medição, o ruído de processo poderia ser estimado com base em experimentos com o sistema físico real. Todavia, como neste projeto isto não foi possível, buscou-se estimar tal ruído com base em simulações computacionais. Para a planta descrita pelas Equações 2.3 e 2.4 com excitação feita pelo atuador com um sinal de *chirp* (desconsiderando a presença do sinal  $\omega(t)$ , conforme descrito na Subseção 4.2.1), considerou-se que o ruído de processo correspondia a um ruído branco  $v_u(t)$  com desvio-padrão igual a 1% do valor máximo do sinal de entrada (*i.e.*,  $\sigma_{vu} = 0,05N$ ) adicionado a entrada, de forma que esta passasse a ser dada por  $u(t) + v_u(t)$  e a matriz de ganho associada a  $v_u(t)$  fosse a mesma que a de  $u(t)$ , *i.e.*,  $\mathbf{B}_2$ . Tal ruído e sua distribuição podem ser visualizados pela Figura 14.

Figura 14 – Sinal de ruído de processo, seu histograma e densidade de probabilidade.



Fonte: Autoria própria.

### 4.3 Filtro de Butterworth

Visando atenuar o ruído visualizado nos resíduos gerados pelos observadores, pode-se projetar um filtro passa-baixas. Para que a banda passante seja plana, opta-se pela utilização de um filtro de Butterworth, cujo ganho é dado pelo módulo de sua função de transferência, conforme representada pela Equação 4.4:

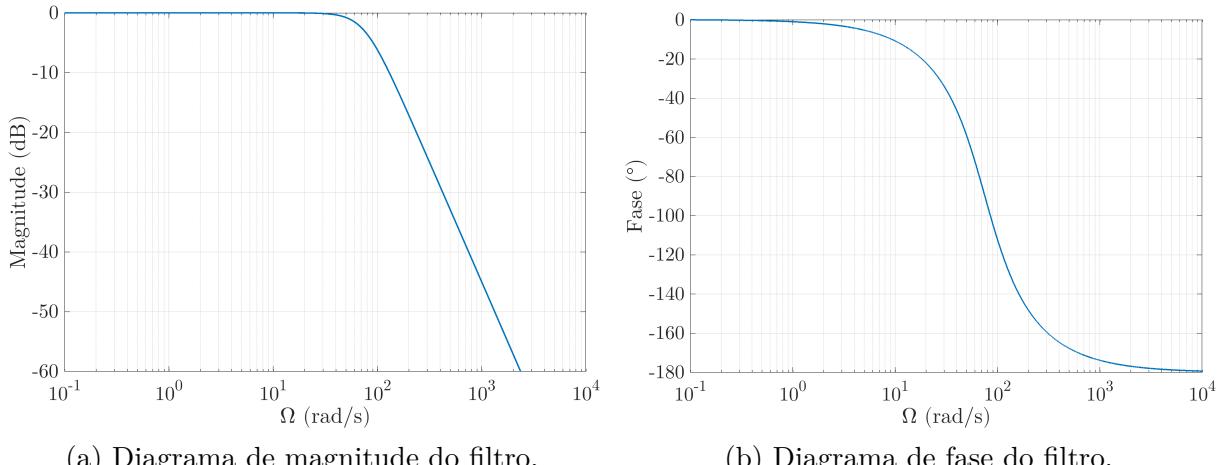
$$|G(\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\Omega/\Omega_c)^{2N}}}, \quad (4.4)$$

em que  $\Omega_c$  representa a frequência de corte e  $N$  representa a ordem do filtro (relacionada a atenuação na banda de rejeição) (PROAKIS; MANOLAKIS, 1995).

Para a planta saudável (sem dano), tem-se que a segunda frequência natural é de aproximadamente 50rad/s. Desta forma, optando-se pela utilização de um filtro de ordem 2 e determinando que a frequência de corte deve ser igual a segunda frequência natural acrescida de 25rad/s ( $\Omega_c = 75$ rad/s), pode-se projetar um filtro de Butterworth digital

utilizando o comando **butter** do MATLAB<sup>®</sup>, cujos argumentos são a ordem do filtro, frequência de corte e o tipo do filtro. Utilizando estes parâmetros, o diagrama de bode do filtro pode ser representado pelas curvas de magnitude e fase presentes na Figura 15. Além disso, aplicando este filtro a um sinal poluído com o ruído referenciado anteriormente, pode-se perceber uma melhora significativa na resolução do sinal conforme representado na Figura 16.

Figura 15 – Diagrama de bode do filtro utilizado.

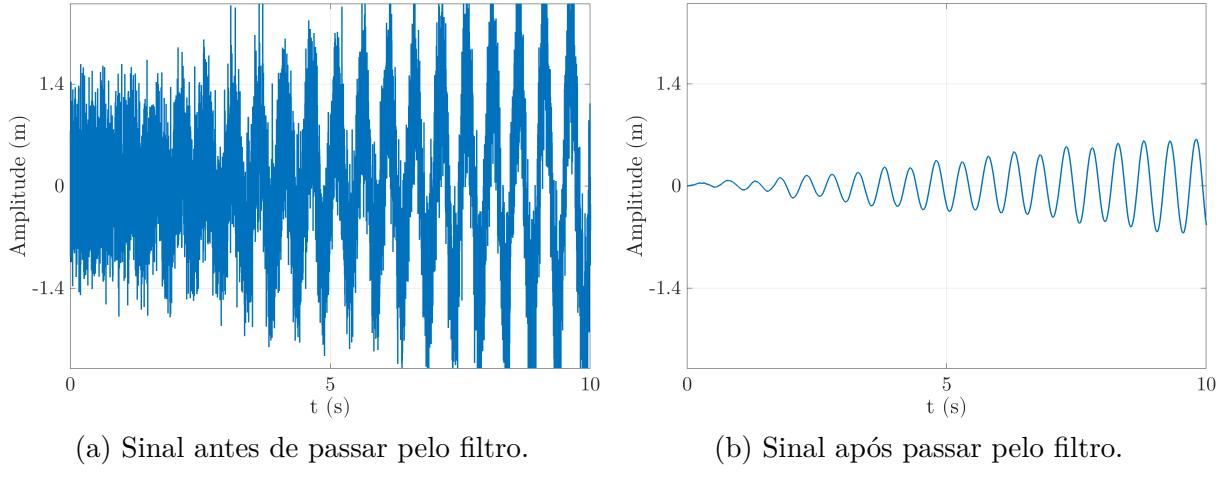


(a) Diagrama de magnitude do filtro.

(b) Diagrama de fase do filtro.

Fonte: Autoria própria.

Figura 16 – Exemplo da utilização de filtro para aprimorar a resolução de um sinal.



(a) Sinal antes de passar pelo filtro.

(b) Sinal após passar pelo filtro.

Fonte: Autoria própria.

## 4.4 Projeto dos Observadores

Definido o sistema, as equações no espaço de estado que regem seu funcionamento e os parâmetros utilizados para calcular as suas matrizes, pode-se utilizar o software

MATLAB® para projetar as matrizes de ganho para o Observador de Luenberger e para o Filtro de Kalman.

#### 4.4.1 Cenários Analisados

Neste estudo foram exploradas diferentes abordagens, envolvendo duas modalidades de observadores (Observador de Luenberger e Filtro de Kalman), duas formas de excitação (utilizando apenas  $\omega(t)$  ou apenas  $u(t)$ ) e duas configurações de sistemas estimadores (utilização de um único observador e a utilização de um banco de observadores). Desta forma, projetou-se 12 matrizes de ganho diferentes, 6 considerando o modelo de Luenberger e 6 considerando o modelo de Kalman, resultando nos seguintes cenários analisados:

Tabela 3 – Cenários analisados.

Cenário	Descrição
1	Sistema com entrada $\omega(t)$ e composto por observador único
2	Sistema com entrada $\omega(t)$ e composto por banco de observadores
3	Sistema com entrada $u(t)$ e composto por observador único
4	Sistema com entrada $u(t)$ e composto por banco de observadores

Fonte: Autoria própria.

Antes de efetuar o projeto dos observadores, realizou-se a análise da observabilidade do sistema. Para tal, obteve-se a matriz de observabilidade por meio do comando `obsv` do MATLAB® (cujos parâmetros são matrizes de estado e saída) e, então, utilizou-se a rotina `rank` (cujo único argumento passado foi a matriz de observabilidade) para verificar se o posto desta matriz era igual ao número de estados. Como esta condição foi satisfeita, pode-se concluir que o sistema é observável e, portanto, que é possível projetar os referidos observadores.

#### 4.4.2 Projeto do Observador de Luenberger

Para este caso, a matriz de ganho  $\mathbf{K}_o$  é determinada com base na posição desejada para os polos da matriz  $\mathbf{A} - \mathbf{K}_o\mathbf{C}$ , o que pode ser realizado no software MATLAB® por meio da rotina `place`, cujos parâmetros são as transpostas das matrizes de estados, saída e os polos desejados para o observador.

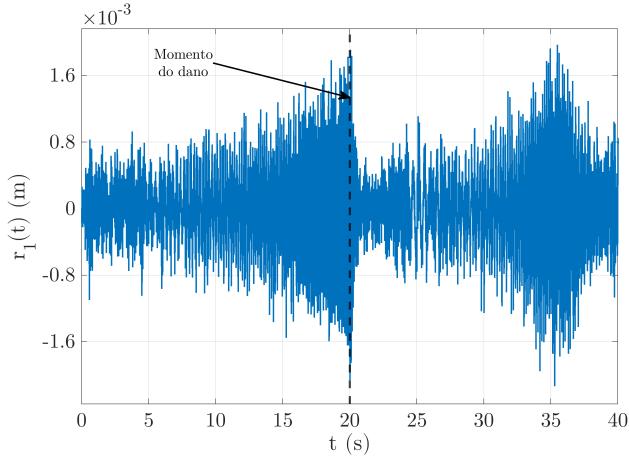
Em geral, os polos do observador são determinados de forma que sejam consideravelmente mais rápidos que os da planta. Além disso, deve-se ressaltar que além da velocidade da resposta, a escolha destes polos deve considerar questões como a confiabilidade nas saídas lidas e na modelagem da planta. Se a saída estiver muito contaminada por ruídos e os ganhos da matriz  $\mathbf{K}_o$  forem consideravelmente altos, os estados estimados pelo observador ficarão muito sensíveis a ruídos. Por outro lado, se os ganhos da matriz  $\mathbf{K}_o$

forem consideravelmente baixos, os estados estimados considerarão que o sinal de entrada  $u(t)$  e a modelagem da planta são altamente confiáveis, desconsiderando as incertezas nas matrizes do sistema e na entrada. Isto posto, torna-se essencial realizar diversas simulações para ajustar os ganhos do observador (OGATA, 2010; KUMAR; JEROME; AYYAPPAN, 2013).

Visando determinar quais os melhores polos para cada cenário, realizou-se inúmeras simulações. Para cada simulação considerou-se que os sinais de entrada correspondiam a um sinal de *chirp* e que a planta estava poluída por ruídos, conforme detalhado nas Subseções 4.2.1, 4.2.2 e 4.2.3. Além disso, como espera-se que ocorra uma divergência entre os valores estimados pelo observador e obtidos na planta nas situações de dano, analisou-se um cenário em que o coeficiente de amortecimento  $b_s$  fosse reduzido para 50% do seu valor nominal durante a segunda varredura do sinal de *chirp*. Posteriormente, calculou-se os resíduos para cada situação e aplicou-se o filtro Butterworth, referenciado na Seção 4.3, para aprimorar a resolução dos resíduos. Realizadas as simulações, analisou-se para cada cenário descrito os resultados, objetivando determinar quais polos (e, portanto, qual matriz de ganho  $\mathbf{K}_o$ ) resultavam em baixo resíduo nas situações em que a planta estava saudável (primeira varredura) e alto quando em situação de dano (segunda varredura).

Em uma primeira abordagem, determinou-se que os polos do observador deveriam ser de 4 a 10 vezes mais rápidos que os da planta, de forma que todos fossem multiplicados por um mesmo valor  $n \in [4, 10]$ . Assim, sendo  $\{p_{p,1} \ p_{p,2} \ p_{p,3} \ p_{p,4}\}$  o conjunto de polos da planta, determinou-se que o conjunto de polos alocados para o observador deveria ser  $\{n \cdot p_{p,1} \ n \cdot p_{p,2} \ n \cdot p_{p,3} \ n \cdot p_{p,4}\}$ . Adotando tal restrição, observou-se resultados insatisfatórios, uma vez que foram visualizados resíduos elevados tanto em cenários de operação saudável da planta quanto em condições de dano, tornando inviável a detecção de danos no sistema. A Figura 17 ilustra um exemplo dentre os resultados insatisfatórios verificados em que  $n = 6$ .

Figura 17 – Exemplo de resíduo visualizado adotando a restrição de polos com mesma velocidade.



Fonte: Autoria própria.

Assim, objetivando aprimorar estes resultados, elaborou-se um algoritmo em MATLAB® para realizar uma busca sistemática da posição dos polos para cada observador, de forma que estes pudessem ter diferentes velocidades entre si. Para cada um dos cenários descritos, colocou-se como restrição que a parte real de cada polo do observador deveria estar dentro da faixa de 4 a 10 vezes o valor da parte real do respectivo polo da planta, enquanto a parte imaginária deveria estar dentro da faixa de 0 a 10 vezes o valor da parte imaginária do respectivo polo da planta. Assim, sendo  $p_{o,i}$  e  $p_{p,i}$  respectivamente o polo  $i$  do observador e da planta, determinou-se que  $p_{o,i} = a_i \cdot \text{Re}\{p_{p,i}\} + b_i \cdot \text{Im}\{p_{p,i}\}$ , em que  $a_i \in [4, 10]$  e  $b_i \in [0, 10]$  são os valores a serem definidos durante a execução do algoritmo. Para determinar tais valores, realizou-se diversas simulações testando as possíveis combinações dos parâmetros  $a_i$  e  $b_i$ .

Após diversas simulações com diferentes combinações de  $a_i$  e  $b_i$ , obteve-se para a situação em que a entrada é  $\omega(t)$  e o estimador observa todas as saídas (cenário 1), que o melhor resultado para primeiro polo do observador era  $a_1 = 7$  e  $b_1 = 0$  (*i.e.*,  $p_{o,1} = 7 \cdot \text{Re}\{p_{p,1}\}$ ), para o segundo  $a_2 = 8,75$  e  $b_2 = 0$ , para o terceiro  $a_3 = 7$  e  $b_3 = 0$ , e para o quarto  $a_4 = 8,75$  e  $b_4 = 0$ . Isto posto, obteve-se a seguinte matriz de ganho para este cenário:

$$\mathbf{K}_o^\omega = \begin{bmatrix} -6,41 \cdot 10^1 & -2,71 \cdot 10^{-1} \\ -1,29 \cdot 10^3 & -6,11 \cdot 10^{-1} \\ -2,00 \cdot 10^2 & -1,14 \cdot 10^{-1} \\ 1,18 \cdot 10^4 & 2,27 \cdot 10^1 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Já para a situação em que a excitação é feita por  $\omega(t)$  e a configuração do sistema estimador é de banco de observadores (cenário 2), determinou-se que os polos dos observadores 1 e 2 deveriam ser iguais a 4 vezes os polos da planta (*i.e.*,  $a_i = b_i = 4$ ), resultando nas seguintes matrizes de ganho:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{o},1}^{\omega} = \begin{bmatrix} 1,56 \cdot 10^1 \\ 9,35 \cdot 10^4 \\ -1,36 \cdot 10^2 \\ 5,63 \cdot 10^4 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{K}_{\mathbf{o},2}^{\omega} = \begin{bmatrix} 8,15 \cdot 10^{-1} \\ -2,55 \cdot 10^2 \\ 1,55 \cdot 10^0 \\ -1,42 \cdot 10^2 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Para a situação em que a excitação é feita por  $u(t)$  e a configuração do sistema é de observador único (cenário 3), obteve-se o mesmo resultado que aquele verificado para o cenário 1: polos 1 e 3 iguais a 7 vezes a parte real dos respectivos polos da planta ( $a_1 = a_3 = 7$  e  $b_1 = b_3 = 0$ ) e polos 2 e 4 iguais a 8,75 vezes a parte real dos polos correspondentes da planta ( $a_2 = a_4 = 8,75$  e  $b_2 = b_4 = 0$ ). Para este caso, obteve-se a seguinte matriz de ganho:

$$\mathbf{K}_o^u = \begin{bmatrix} -6,41 \cdot 10^1 & -2,71 \cdot 10^{-1} \\ -1,29 \cdot 10^3 & -6,11 \cdot 10^{-1} \\ -2,00 \cdot 10^2 & -1,14 \cdot 10^{-1} \\ 1,18 \cdot 10^4 & 2,27 \cdot 10^1 \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Por fim, para a configuração de banco de observadores e entrada  $u(t)$  (cenário 4), determinou-se que a parte real dos polos dos observadores 1 e 2 deveriam ser iguais a 5,5 vezes a parte real dos polos da planta, enquanto que a parte imaginária dos polos dos estimadores deveriam ser iguais a 2,5 vezes a parte imaginária dos polos da planta ( $a_i 5,5$  e  $b_i = 2,5$ ). Isto posto, obteve-se as seguintes matrizes para este cenário:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{o},1}^u = \begin{bmatrix} 7,00 \cdot 10^1 \\ 1,51 \cdot 10^4 \\ 2,71 \cdot 10^1 \\ 1,23 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{K}_{\mathbf{o},2}^u = \begin{bmatrix} 1,35 \cdot 10^{-1} \\ -4,17 \cdot 10^1 \\ -5,22 \cdot 10^{-2} \\ -2,58 \cdot 10^0 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

#### 4.4.3 Projeto do Filtro de Kalman

No caso do Filtro de Kalman, como a determinação da matriz  $\mathbf{K}_o$  é feita com base nas covariâncias dos ruídos de processo e medição, não é possível escolher diretamente a posição dos polos deste observador. Desta forma, a determinação da matriz de ganhos baseia-se na confiabilidade da saída lida e na modelagem da planta. Tal ideia fica clara se analisada as situações extremas: se a incerteza na saída for nula e a do processo for não nula, o estado estimado pelo filtro dependerá apenas da saída lida, fazendo com que o ganho torne-se suficientemente alto a ponto de que a saída do observador seja dada por  $\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t)$ , desconsiderando completamente o modelo matemático da planta; contudo, caso a incerteza da saída seja não nula e a do processo sim, o estado estimado pelo filtro levará em conta apenas o modelo matemático e a entrada do sistema, desconsiderando completamente a saída, resultando em  $\mathbf{K}_o \rightarrow \bar{\mathbf{0}}$  e  $\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_2 u(t)$ . Desta forma,

como o projeto do Filtro de Kalman depende única e exclusivamente da modelagem e da natureza dos sinais utilizados, se conhecida as matrizes de covariância referenciadas na Seção 3.4, pode-se utilizar o comando `lqe` do MATLAB® passando como parâmetros as matrizes de estado, perturbação e covariância de dos ruídos de processo e saída para obter a matriz de ganhos deste estimador.

Assim como feito para Luenberger, determinou-se as matrizes de ganho para o filtro de Kalman para cada um dos cenários mencionados. Nos casos 1 e 2, em que somente a entrada  $\omega(t)$  é considerada (mantendo  $u(t) = 0$ ), assumiu-se que a entrada representava o sinal de perturbação do sistema, de forma que a matriz  $\mathbf{B}_1$  fosse considerada como a matriz de perturbação e a covariância do sinal de *chirp* referenciado fosse a utilizada para o projeto. Como tal sinal não é um resíduo branco (conforme adotado como uma das premissas para o projeto do Filtro de Kalman) e tampouco aleatório, as matrizes de ganho do observador podem divergir do desejado. Desta forma, obteve-se para a configuração de observador único e banco de observadores com entrada  $\omega(t)$  (cenários 1 e 2, respectivamente) as seguintes matrizes de ganho:

$$\mathbf{K}_\omega^\omega = \begin{bmatrix} 3,89 \cdot 10^1 & -1,58 \cdot 10^{-1} \\ -1,51 \cdot 10^2 & 8,52 \cdot 10^{-2} \\ 9,34 \cdot 10^1 & -7,44 \cdot 10^{-1} \\ -2,64 \cdot 10^3 & 1,58 \cdot 10^1 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

$$\mathbf{K}_{\omega,1}^\omega = \begin{bmatrix} 1,20 \cdot 10^2 \\ -3,66 \cdot 10^2 \\ 2,42 \cdot 10^2 \\ -7,51 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{K}_{\omega,2}^\omega = \begin{bmatrix} -1,97 \cdot 10^{-1} \\ 5,68 \cdot 10^{-15} \\ -7,77 \cdot 10^{-1} \\ 1,75 \cdot 10^1 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Já para os casos 3 e 4, em que somente a entrada  $u(t)$  é considerada (mantendo  $\omega(t) = 0$ ), considerou-se o ruído de processo descrito na Subseção 4.2.3 para realizar o projeto, de forma que a matriz de perturbação fosse dada pela matriz  $\mathbf{B}_2$  e  $v_u(t)$  fosse dado conforme a Figura 14. Isto posto, obteve-se para a configuração de observador único e banco de observadores com entrada  $u(t)$  (cenários 3 e 4, respectivamente) as seguintes matrizes de ganho:

$$\mathbf{K}_u^\omega = \begin{bmatrix} 2,78 \cdot 10^0 & -7,89 \cdot 10^{-3} \\ 9,05 \cdot 10^0 & -5,09 \cdot 10^{-2} \\ -6,56 \cdot 10^{-1} & 1,93 \cdot 10^{-3} \\ 9,75 \cdot 10^{-1} & 7,67 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

$$\mathbf{K}_{\text{o},1}^{\text{u}} = \begin{bmatrix} 3,26 \cdot 10^0 \\ 8,48 \cdot 10^0 \\ -5,56 \cdot 10^{-1} \\ 3,18 \cdot 10^0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{K}_{\text{o},2}^{\text{u}} = \begin{bmatrix} -8,82 \cdot 10^{-3} \\ -5,11 \cdot 10^{-2} \\ 1,59 \cdot 10^{-3} \\ 7,47 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

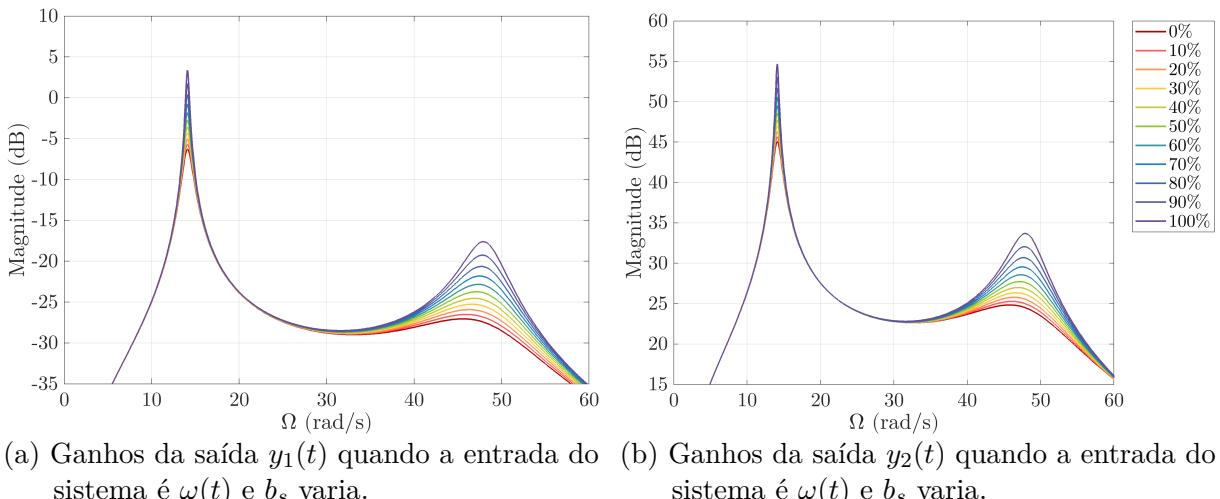
## 5 RESULTADOS

Este capítulo aborda as situações de dano analisadas, os resultados obtidos para cada observador utilizado neste projeto, incluindo a comparação entre os estimadores e cenários de análise, determinação da melhor combinação entre estes e, por fim, a definição de um possível classificador de situação de dano para o melhor estimador.

### 5.1 Descrição das Situações de Análise

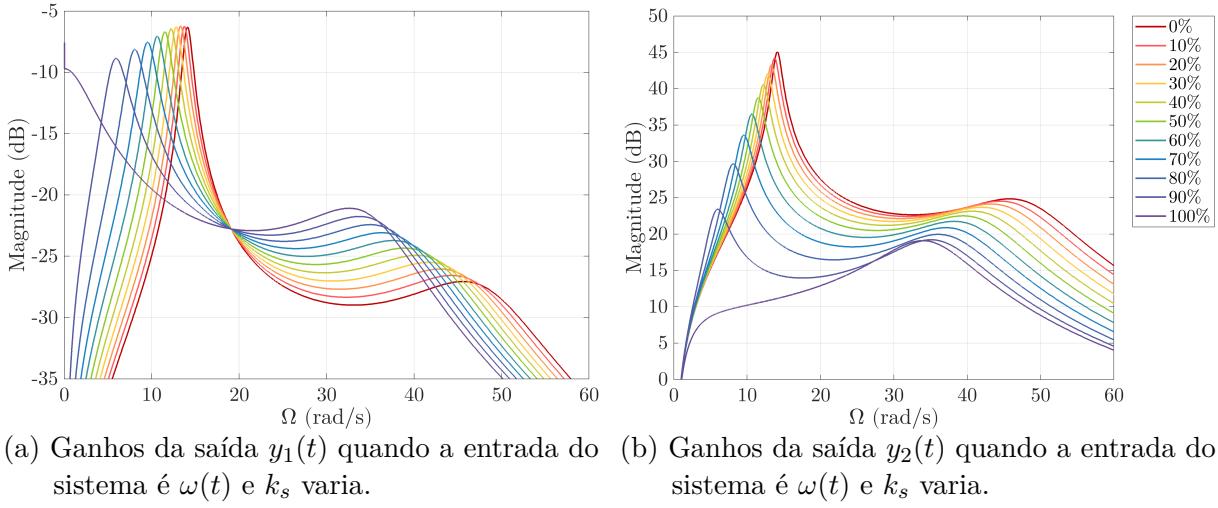
Neste estudo, os parâmetros alterados para simular as condições de dano foram a constante de amortecimento  $b_s$  e de rigidez da suspensão  $k_s$ . Assim posto, pelos diagramas de Bode representados nas Figuras 18 e 19 pode-se verificar, respectivamente, a influência das constantes de amortecimento e rigidez nas saídas quando a entrada do sistema é  $\omega(t)$ . Já por meio dos gráficos representados nas Figuras 20 e 21, pode-se analisar a influência dos mesmos parâmetros nas saídas quando a entrada é  $u(t)$ . Em cada um destes diagramas, reduziu-se  $b_s$  e  $k_s$  a fatores percentuais de seus valores nominais, em que 0% representa que o parâmetro da planta está com o valor nominal, enquanto 100% representa uma redução total (parâmetro está com valor zero).

Figura 18 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é  $\omega(t)$  e  $b_s$  varia.



Fonte: Autoria própria.

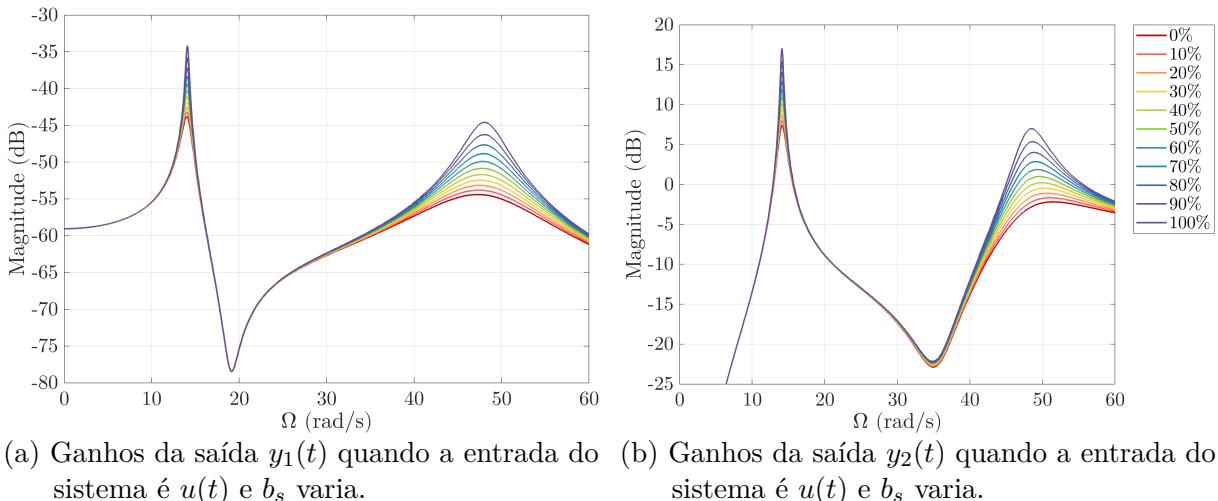
Figura 19 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é  $\omega(t)$  e  $k_s$  varia.



Fonte: Autoria própria.

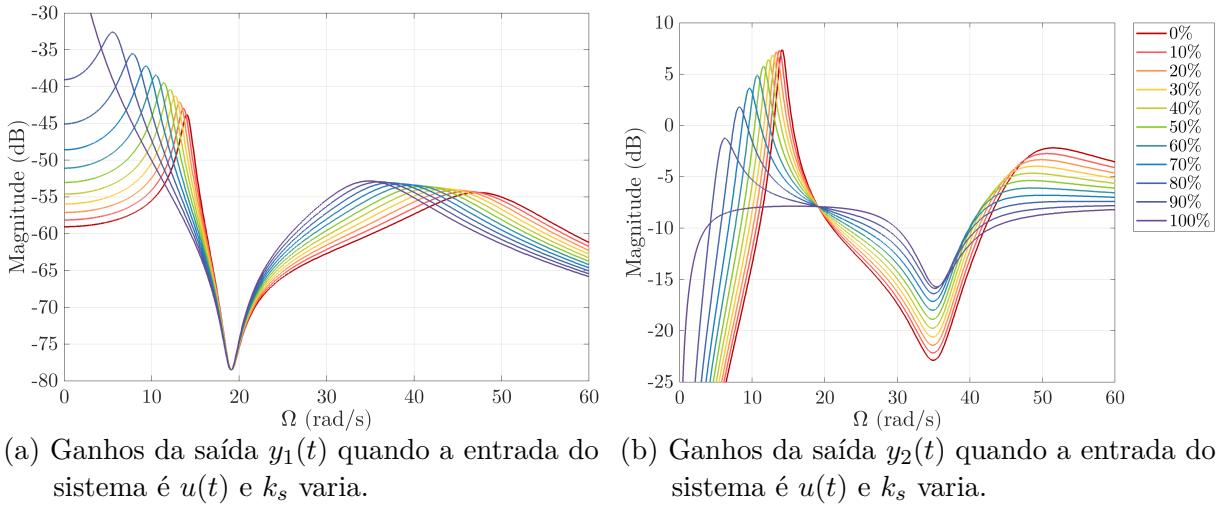
Para a situação em que a entrada é  $\omega(t)$ , conforme ocorre a redução do coeficiente de amortecimento  $b_s$ , há um aumento na amplitude nas frequências de ressonância. Já na situação em que ocorre a redução do coeficiente de rigidez  $k_s$ , há a diminuição dos valores das frequências de ressonância, em que na primeira há redução do ganho nas duas saídas, enquanto na segunda há ampliação do ganho na saída  $y_1(t)$  e redução na  $y_2(t)$ .

Figura 20 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é  $u(t)$  e  $b_s$  varia.



Fonte: Autoria própria.

Figura 21 – Variações do ganho do sistema quando a entrada do sistema é  $u(t)$  e  $k_s$  varia.



Fonte: Autoria própria.

Já para a situação em que a entrada é  $u(t)$ , assim como verificado para a primeira forma de excitação, conforme ocorre a redução do coeficiente de amortecimento  $b_s$ , há um aumento da amplitude nas frequências de ressonância. Já na situação em que ocorre a redução do coeficiente de rigidez  $k_s$ , há a diminuição dos valores das frequências de ressonância, e ampliação da saída  $y_1(t)$  e redução na  $y_2(t)$  na primeira e segunda frequências naturais.

## 5.2 Resultados

Para validar os resultados obtidos para cada modalidade de estimador e forma de excitação, submeteu-se cada sistema a três condições de dano diferentes e verificou-se o seu desempenho para cada uma, sendo desejado baixo resíduo na situação saudável (primeira metade do intervalo) e alto na situação de dano (segunda metade). Para facilitar, adotou-se as seguintes siglas:

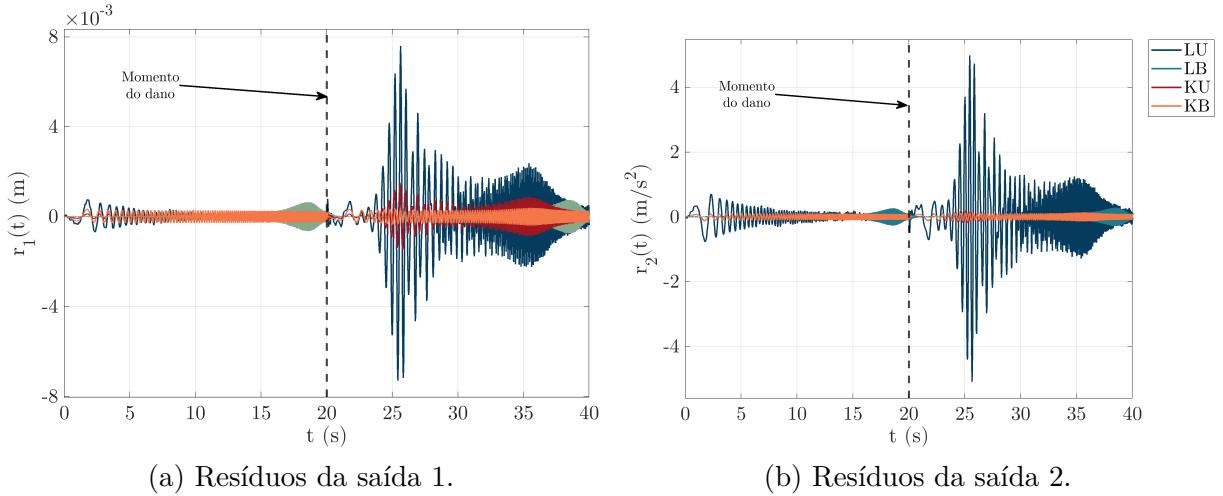
- **LU:** Observador único de Luenberger;
- **LB:** Banco de observadores de Luenberger;
- **KU:** Observador único de Kalman;
- **KB:** Banco de observadores de Kalman.

### 5.2.1 Redução do Coeficiente de Amortecimento da Suspensão

Neste caso, buscou-se simular uma situação em que o coeficiente de amortecimento da suspensão foi reduzido a 50% de seu valor nominal (*i.e.*,  $b_s \rightarrow 0,5b_s$ ). Excitando o

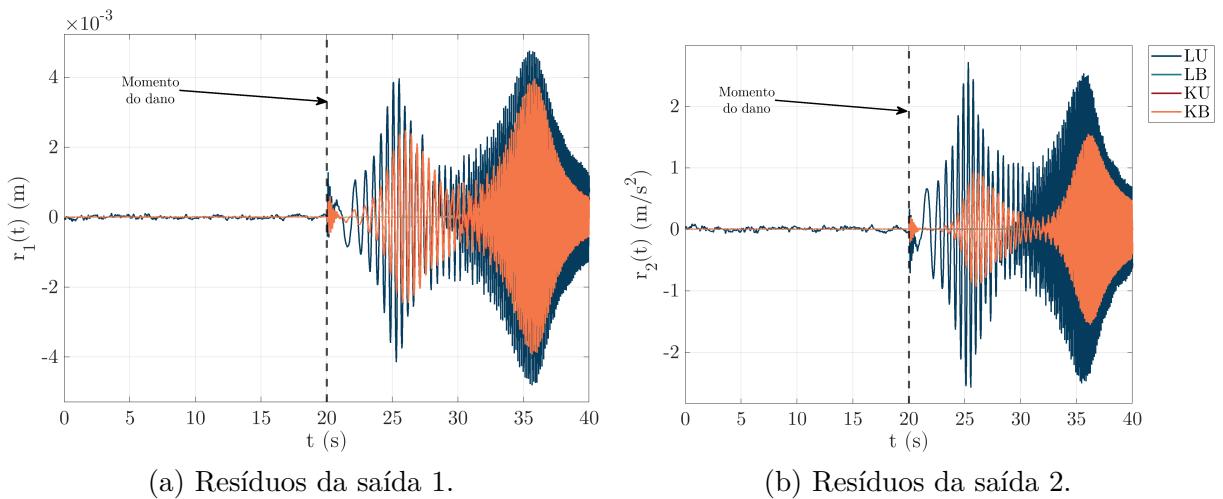
sistema pelo eixo-roda (entrada  $\omega(t)$ ), pode-se obter obter as curvas de resíduo  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$  representadas, respectivamente, nas Figuras 22a e 22b. Já para a situação em que a excitação é feita pelo atuador (entrada  $u(t)$ ), pode-se obter as curvas presentes nas Figuras 23a e 23b.

Figura 22 – Resíduos para a situação em que a entrada é  $\omega(t)$  e ocorre a redução do coeficiente de amortecimento da suspensão a 50% de seu valor nominal.



Fonte: Autoria própria.

Figura 23 – Resíduos para a situação em que a entrada é  $u(t)$  e ocorre a redução do coeficiente de amortecimento a 50% de seu valor nominal.



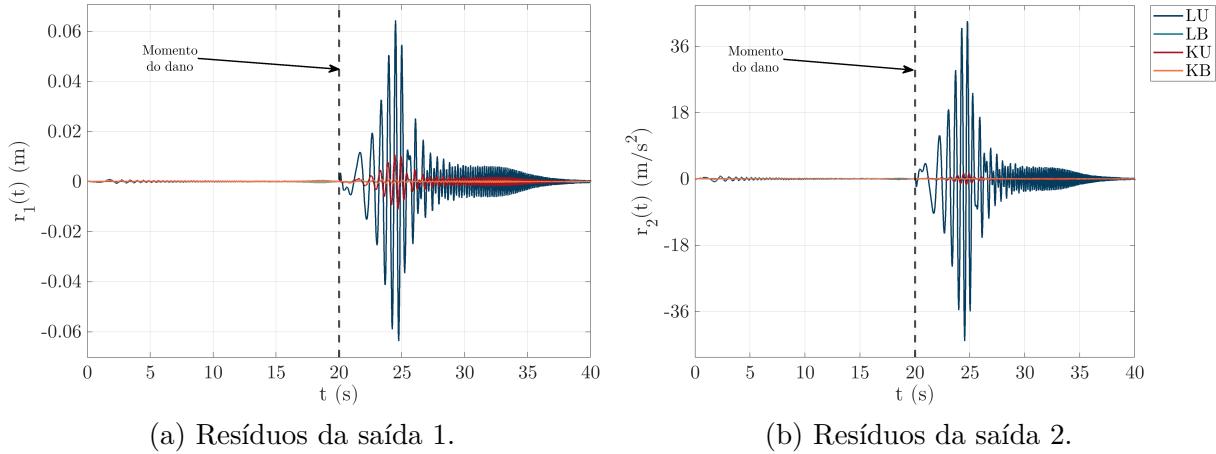
Fonte: Autoria própria.

### 5.2.2 Redução do Coeficiente de Rigidez da Mola da Suspensão

De forma similar ao caso anterior, buscou-se simular uma situação em que o coeficiente de rigidez da mola da suspensão reduziu a 50% de seu valor nominal (*i.e.*,  $k_s \rightarrow 0,5k_s$ ). Excitando o sistema pelo eixo-roda obteve-se as curvas de resíduo  $r_1(t)$  e

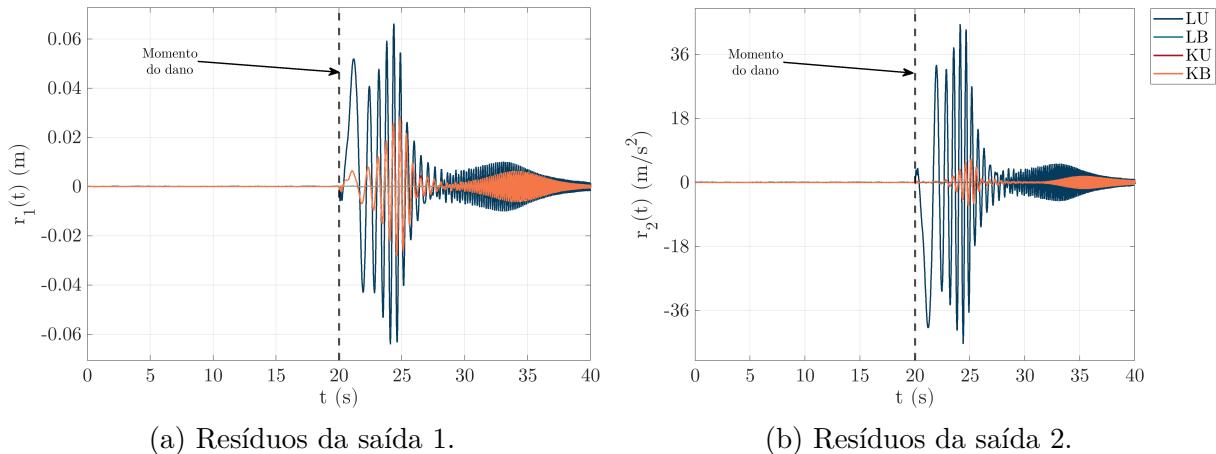
$r_2(t)$  representadas, respectivamente, nas Figuras 24a e 24b, enquanto para a situação em que a excitação é feita pelo atuador, pode-se obter as curvas representadas nas Figuras 25a e 25b.

Figura 24 – Resíduos para a situação em que a entrada é  $\omega(t)$  e ocorre a redução do coeficiente de rigidez da suspensão a 50% de seu valor nominal.



Fonte: Autoria própria.

Figura 25 – Resíduos para a situação em que a entrada é  $u(t)$  e ocorre a redução do coeficiente de rigidez da mola da suspensão a 50% de seu valor nominal



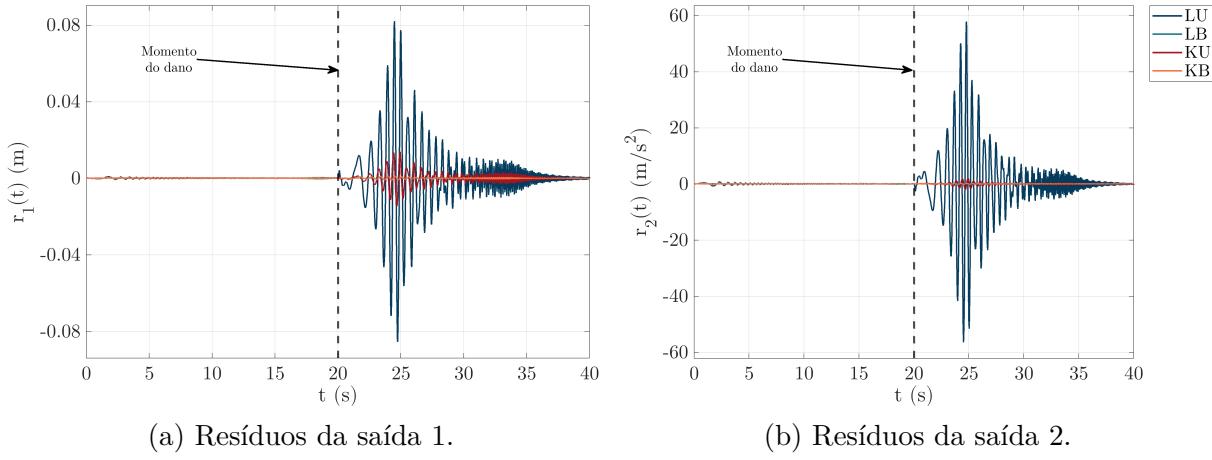
Fonte: Autoria própria.

### 5.2.3 Redução Simultânea do Coeficiente de Amortecimento e Rigidez da Suspensão

Por fim, buscou-se simular uma situação de dano que consiste na combinação das duas anteriores, em que tanto o coeficiente de amortecimento quanto de rigidez da mola da suspensão fossem reduzidos a 50% dos seus valores nominais (*i.e.*,  $b_s \rightarrow 0,5b_s$  e  $k_s \rightarrow 0,5k_s$ ). Analogamente, para o sistema excitado pelo eixo-roda obteve-se as curvas de resíduo  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$  representadas, respectivamente, nas Figuras 24a e 24b, enquanto para

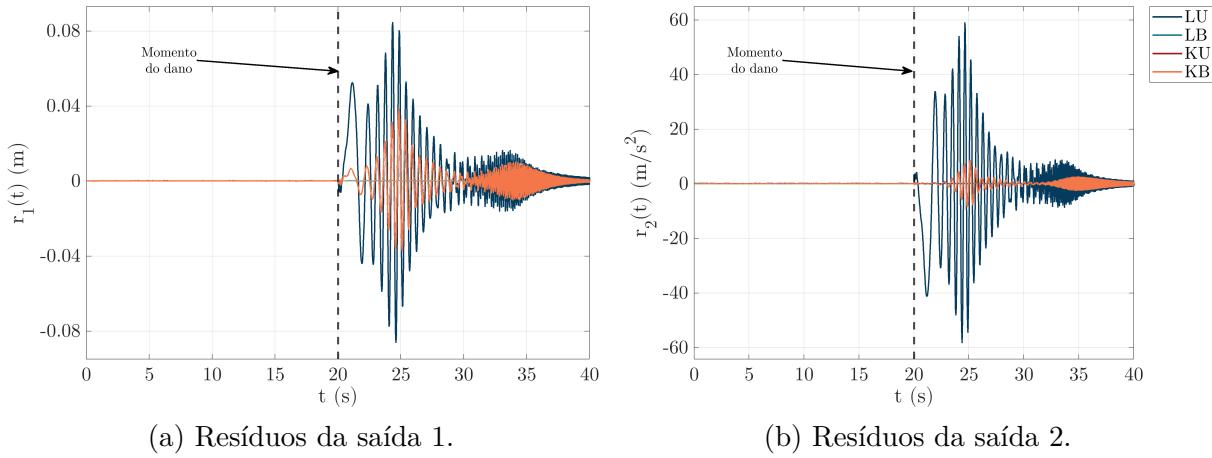
a situação em que a excitação é feita pelo atuador obteve-se as curvas representadas nas Figuras 25a e 25b.

Figura 26 – Resíduos para a situação em que a entrada é  $\omega(t)$  e ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão a 50% de seus valores nominais.



Fonte: Autoria própria.

Figura 27 – Resíduos para a situação em que a entrada é  $u(t)$  e ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão a 50% de seus valores nominais.



Fonte: Autoria própria.

#### 5.2.4 Comparação dos Estimadores e Cenários Analisados

Objetivando quantificar os resultados encontrados e, portanto, auxiliar na determinação do melhor estimador, pode-se calcular a raiz do valor quadrático médio (RMS<sup>1</sup>) do

<sup>1</sup> Como, por definição, o resíduo é calculado como a subtração entre o valor real (medido) e estimado, pode ser interpretado como um erro. Desta forma, pode-se interpretar o seu valor RMS como o valor RMSE do nosso sistema, sendo esta uma métrica amplamente utilizada para validação de modelos estimadores.

resíduo para as situações em que a planta encontra-se saudável ( $0 \leq t < 20s$ ) e em situação de dano ( $20 \leq t \leq 40s$ ). De forma simplificada, o valor RMS nos permite quantificar o quão distante de zero o resíduo está. Para tal, pode-se utilizar a Equação 5.1:

$$\bar{r}_i = \sqrt{\frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} r_i^2(\tau) d\tau}. \quad (5.1)$$

em que  $\bar{r}_i$  é o valor RMS do resíduo  $i$  ( $i \in [1, 2]$ ). Como em nossa simulação o nosso sinal de resíduo é discreto e amostrado a uma taxa  $f_{sr} = N/T$ , pode-se reescrever a Equação 5.1 como:

$$\bar{r}_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^N r_i^2[k]}, \quad (5.2)$$

em que  $N$  corresponde ao número de amostras do sinal discretizado (WEISTEINN, s.d.; CHAI; DRAXLER, 2014). Obtido o resíduo na simulação, pode-se utilizar a rotina **rms** do MATLAB® para calcular o referido valor. Adotando as mesmas siglas citadas anteriormente, pode-se sumarizar os resultados para o primeiro e segundo resíduos conforme representado nas Tabelas 4 a 7:

Tabela 4 – RMS (m) calculado para resíduo 1 quando a entrada é  $\omega(t)$ .

Situação	LU	LB	KU	KB
Planta saudável	$2,12 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$6,78 \cdot 10^{-5}$	$1,85 \cdot 10^{-4}$
Decréscimo de 50% de $b_s$	$1,69 \cdot 10^{-3}$	$1,85 \cdot 10^{-4}$	$4,15 \cdot 10^{-4}$	$2,09 \cdot 10^{-4}$
Decréscimo de 50% de $k_s$	$1,33 \cdot 10^{-2}$	$1,16 \cdot 10^{-4}$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$3,05 \cdot 10^{-4}$
Decréscimo de 50% de $b_s$ e $k_s$	$1,81 \cdot 10^{-2}$	$1,30 \cdot 10^{-4}$	$3,10 \cdot 10^{-3}$	$3,73 \cdot 10^{-4}$

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5 – RMS (m/s<sup>2</sup>) calculado para resíduo 2 quando a entrada é  $\omega(t)$ .

Situação	LU	LB	KU	KB
Planta saudável	$2,20 \cdot 10^{-1}$	$6,17 \cdot 10^{-2}$	$6,46 \cdot 10^{-2}$	$6,89 \cdot 10^{-2}$
Decréscimo de 50% de $b_s$	$1,11 \cdot 10^0$	$6,98 \cdot 10^{-2}$	$6,70 \cdot 10^{-2}$	$7,52 \cdot 10^{-2}$
Decréscimo de 50% de $k_s$	$9,09 \cdot 10^0$	$2,91 \cdot 10^{-2}$	$3,33 \cdot 10^{-1}$	$5,97 \cdot 10^{-2}$
Decréscimo de 50% de $b_s$ e $k_s$	$1,24 \cdot 10^1$	$2,66 \cdot 10^{-2}$	$4,52 \cdot 10^{-1}$	$6,95 \cdot 10^{-2}$

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6 – RMS (m) calculado para resíduo 1 quando a entrada é  $u(t)$ .

Situação	LU	LB	KU	KB
Planta saudável	$4,17 \cdot 10^{-5}$	$4,65 \cdot 10^{-6}$	$9,12 \cdot 10^{-6}$	$9,12 \cdot 10^{-6}$
Decréscimo de 50% de $b_s$	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$1,42 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-3}$	$1,26 \cdot 10^{-3}$
Decréscimo de 50% de $k_s$	$1,85 \cdot 10^{-2}$	$3,98 \cdot 10^{-4}$	$6,03 \cdot 10^{-3}$	$6,47 \cdot 10^{-3}$
Decréscimo de 50% de $b_s$ e $k_s$	$2,34 \cdot 10^{-2}$	$5,41 \cdot 10^{-4}$	$8,34 \cdot 10^{-3}$	$8,94 \cdot 10^{-3}$

Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 – RMS ( $\text{m/s}^2$ ) calculado para resíduo 2 quando a entrada é  $u(t)$ .

Situação	LU	LB	KU	KB
Planta saudável	$2,94 \cdot 10^{-2}$	$1,64 \cdot 10^{-3}$	$3,21 \cdot 10^{-3}$	$3,23 \cdot 10^{-3}$
Decréscimo de 50% de $b_s$	$1,03 \cdot 10^0$	$5,18 \cdot 10^{-2}$	$4,22 \cdot 10^{-1}$	$4,77 \cdot 10^{-1}$
Decréscimo de 50% de $k_s$	$1,33 \cdot 10^1$	$8,32 \cdot 10^{-2}$	$1,14 \cdot 10^0$	$1,37 \cdot 10^0$
Decréscimo de 50% de $b_s$ e $k_s$	$1,66 \cdot 10^1$	$1,12 \cdot 10^{-1}$	$1,54 \cdot 10^0$	$1,83 \cdot 10^0$

Fonte: Autoria própria.

A partir dos resultados visualizados nas Tabela 4 a 7 e nas Figuras 22 a 27, pode-se verificar que quando a excitação é feita diretamente pelo atuador, os resíduos visualizados na condição saudável são menores que aqueles visualizados quando a excitação é feita externamente pelo eixo-roda. Além disso, verificou-se que a ineficácia da utilização de um banco de observadores quando a excitação é feita por meio de  $\omega(t)$ , visto que a variação do perfil do resíduo nas situações de planta saudável e com dano é pouco perceptível.

Com relação a modalidade de estimadores, verificou-se que no intervalo saudável da planta, os resíduos visualizados pelo filtro de Kalman foram, em geral, menores que os visualizados pelo uso de observadores de Luenberger. Todavia, no intervalo em que a planta estava em situação de dano, os resíduos visualizados pelo observador de Luenberger foram consideravelmente maiores, em especial na configuração de observador único.

Já com relação a configuração do estimador, verificou-se que a utilização de um único estimador tende a ser melhor se comparada com o uso de um banco de observadores, visto que os resíduos na situação de dano foram maiores.

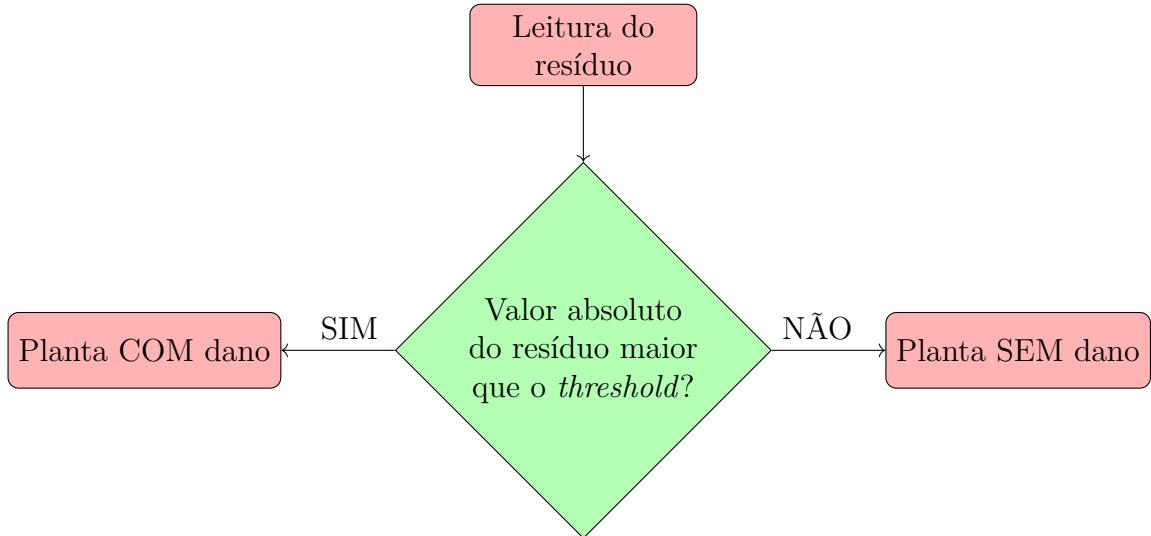
Isto posto, determinou-se que a excitação feita por meio do atuador na configuração de um observador único de Luenberger foi a que trouxe os melhores resultados, visto que foi possível visualizar baixos resíduos para planta saudável, altos resíduos para a planta em situação de dano e diferença no perfil dos resíduos para diferentes condições de dano (como a mudança na frequência ampliada e amplitude do sinal para diferentes frequências).

### 5.3 Classificador de Condição Dano

Determinado a melhor modalidade de estimador, configuração e forma de excitação, pode-se projetar um classificador automático que busca determinar se o sistema encontra-se ou não em condição de dano a partir dos resíduos visualizados, de forma que se o resíduo ultrapassar um determinado valor, consideramos que o sistema encontra-se em situação de dano.

Desta forma, buscando determinar o valor utilizado como *threshold*, realizou-se para o sistema excitado pelo atuador com estimador como sendo um observador único de Luenberger, uma simulação para a planta saudável, de forma que valores diferentes de zero nos resíduos fossem decorrentes unicamente dos ruídos de processo e medição. Após isto, obteve-se o maior valor absoluto encontrado nos resíduos, multiplicou-o por 1,375 (definido com base em algumas simulações, de forma que não fosse tão alto a ponto do sistema ser incapaz de determinar pequenas condições de dano e nem tão baixo a ponto de ruído ser interpretado como dano) e então criou-se um classificador binário que determina que o sistema está em situação de dano se o resíduo ultrapassar esse valor. Desta forma, pode-se sumarizar esta lógica pelo diagrama representado na Figura 28.

Figura 28 – Fluxograma utilizado para classificar o sistema quanto situação de dano.



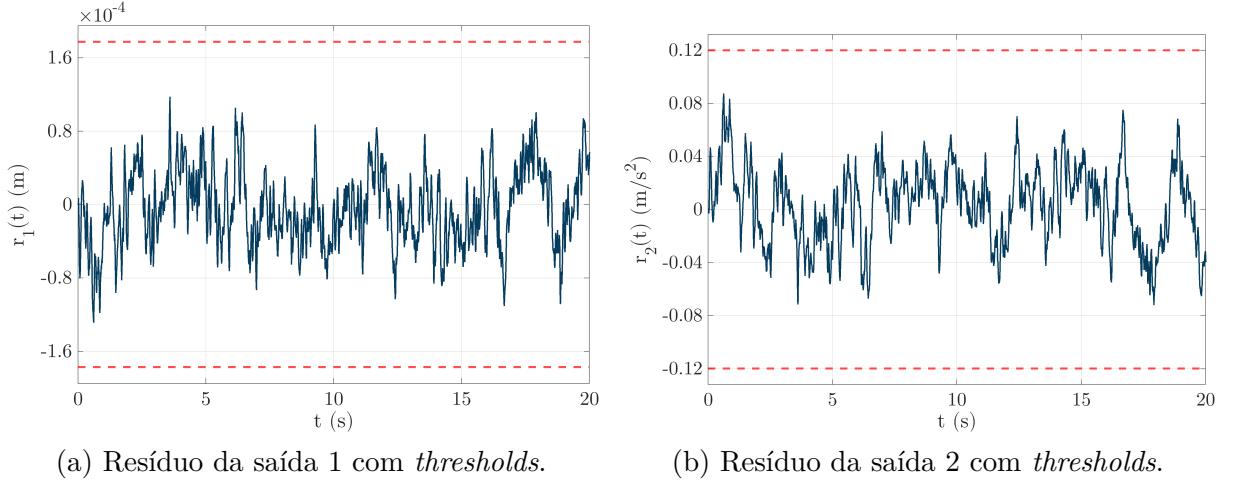
Fonte: Autoria própria.

Aplicando esta lógica, encontrou-se os seguintes *thresholds* para os resíduos 1 e 2 respectivamente:

$$L_{r1} = 1,77 \cdot 10^{-4} \text{m} \text{ e } L_{r2} = 1,20 \cdot 10^{-1} \text{m/s}^2, \quad (5.3)$$

que pode ser visualizado pela Figura 29:

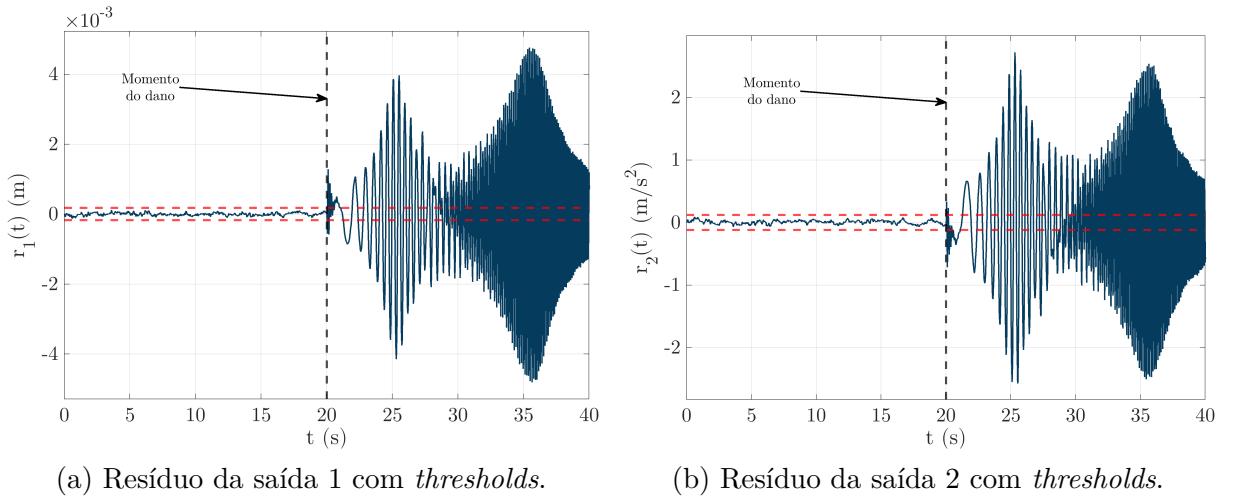
Figura 29 – Representação dos *thresholds* utilizados e resíduos nas situação em que a planta encontra-se saudável.



Fonte: Autoria própria.

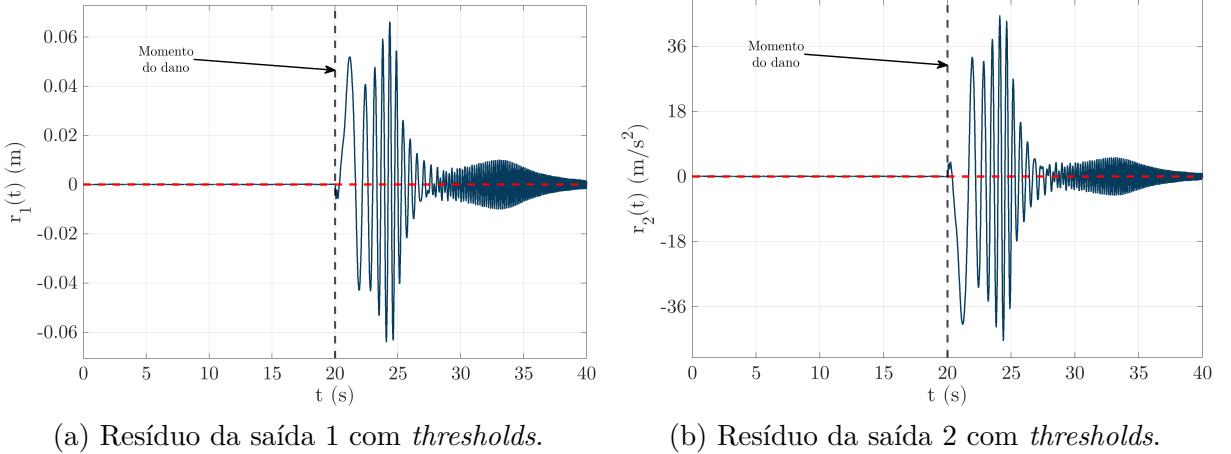
Assim, por meio das Figuras 30, 31 e 32 pode-se visualizar os resíduos com limiares para o melhor estimador (observador único de Luenberger) em todas condições descritas anteriormente. Por meio destes gráficos, pode-se verificar que com a utilização de tal técnica, pode-se classificar que o sistema encontra-se em situação de dano segundos após o referido dano acontecer.

Figura 30 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de amortecimento da suspensão a 50% de seu valor nominal.



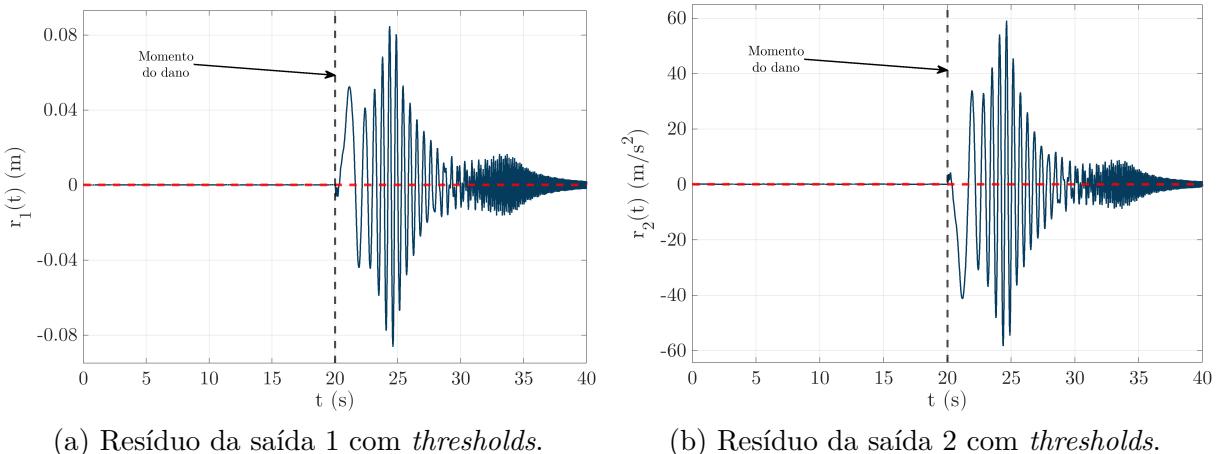
Fonte: Autoria própria.

Figura 31 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de rigidez da mola da suspensão a 50% de seu valor nominal.



Fonte: Autoria própria.

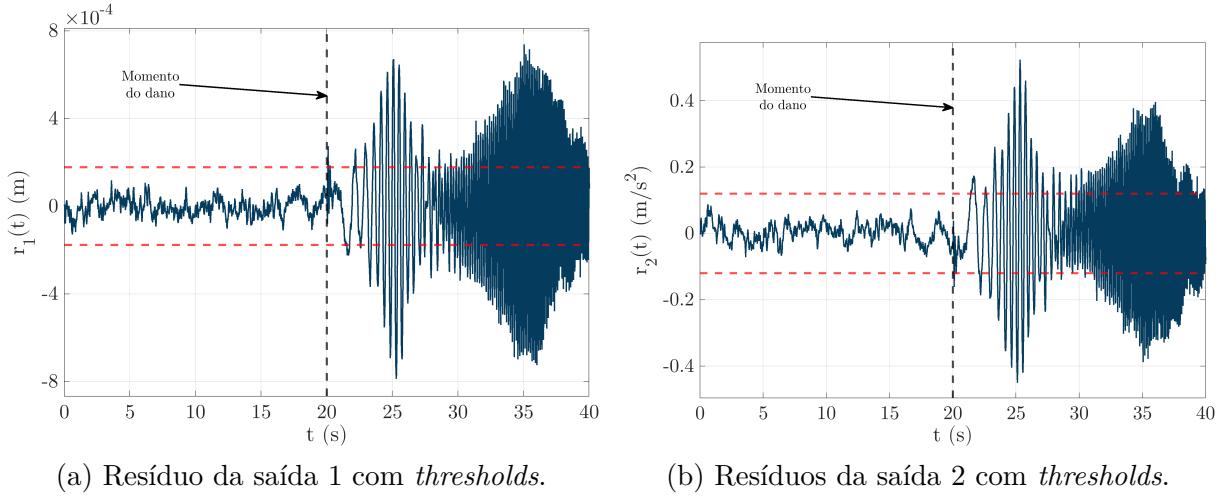
Figura 32 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão a 50% de seus valores nominais.



Fonte: Autoria própria.

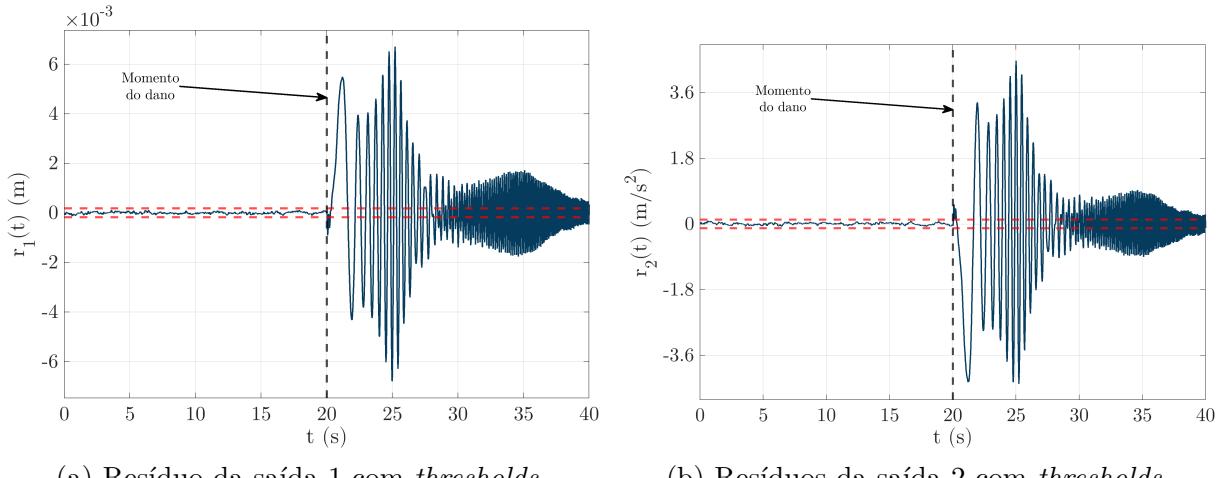
Por fim, pode-se validar a eficácia deste classificador para variações mais sutis dos parâmetros, como representado nas Figuras 33, 34 e 35, em que tem-se os resíduos do melhor modelo em situações de dano em que há o decréscimo de 10% do coeficiente de amortecimento, decréscimo de 10% do coeficiente de rigidez e decréscimo simultâneo de 10% dos coeficientes de amortecimento e rigidez. Como mesmo em situações de pequenas variações dos parâmetros foi possível identificar que o sistema encontra-se em situação de dano, a abordagem e limiares escolhidos mostraram-se eficazes para o problema proposto.

Figura 33 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de amortecimento da suspensão de 10% de seu valor nominal.



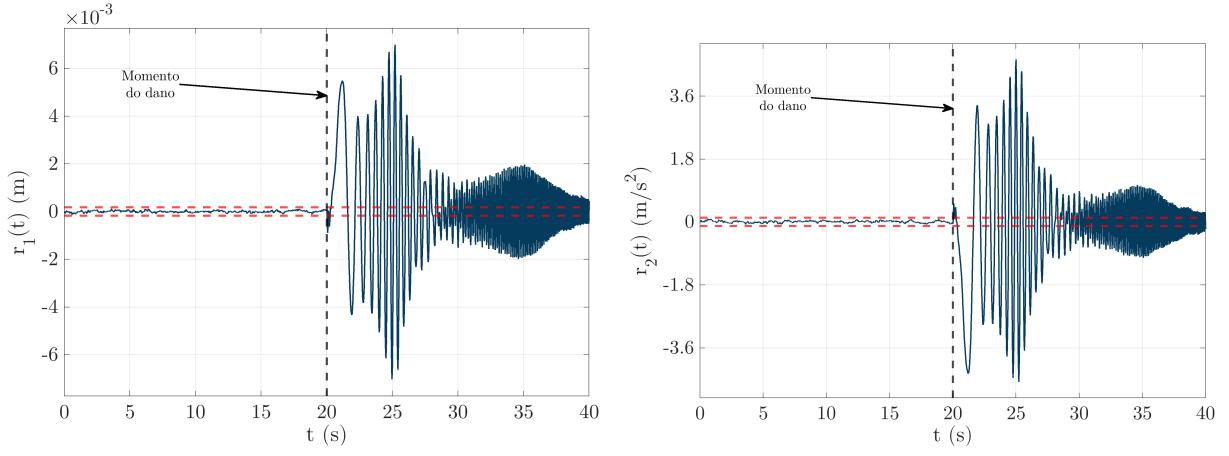
Fonte: Autoria própria.

Figura 34 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução do coeficiente de rigidez da mola da suspensão de 10% de seu valor nominal.



Fonte: Autoria própria.

Figura 35 – Resíduos para o melhor sistema em que ocorre a redução simultânea do coeficiente de amortecimento e rigidez da mola da suspensão de 10% de seus valores nominais.



Fonte: Autoria própria.

## 6 CONCLUSÃO

Neste projeto buscou-se investigar diferentes formas de identificar danos em uma suspensão ativa por meio do uso de observadores de estado. Para tal, partindo do modelo de um quarto de um veículo, buscou-se realizar a modelagem da suspensão ativa deste sistema no espaço de estados. Para este projeto, utilizou-se os parâmetros de uma suspensão ativa real da Quanser®.

Em seguida, realizou-se o estudo de diferentes modalidades de observadores, sendo elas o observador de Luenberger e filtro Kalman, diferentes formas de excitação, sendo uma por meio de um maquinário externo acoplado ao eixo-roda e outra por meio do atuador, e diferentes configurações de sistemas estimadores, sendo elas o uso de um observador único e o uso de um banco de observadores. Com isso, buscou-se encontrar qual combinação de modalidade de observador, forma de excitação e configuração resultavam no melhor sistema para detecção de dano na suspensão ativa analisada. Para tal, por meio do software MATLAB® e sua ferramenta Simulink®, realizou-se diversas simulações computacionais simulando danos físicos no sistema de análise, sendo eles redução de 50% do coeficiente de amortecimento (que poderia ser decorrente do vazamento do óleo da suspensão), redução de 50% do coeficiente de rigidez (que poderia ser decorrente da presença de uma trinca na mola) e a combinação destes dois. Em cada uma destas simulações, utilizou-se como entrada um sinal de *chirp* e poluiu-se o sistema com ruídos brancos, visando tornar as simulações mais fiéis ao que seria visualizado de fato no sistema físico real. Além disso, buscando aprimorar a resolução dos resíduos, responsáveis por indicar a presença ou não de dano, projetou-se um filtro Butterworth passa-baixas.

Após a execução de todas as análises propostas, verificou-se que a combinação mais adequada era a de um observador único de Luenberger excitado diretamente pelo atuador, visto que os resíduos foram relativamente baixos para a planta saudável e altos para a planta em situação de dano. Para facilitar e automatizar a determinação de dano, projetou-se para este sistema um classificador baseado em limiares, cuja lógica se resume a determinar que a planta está em condição de dano se o resíduo ultrapassar um determinado *threshold* em determinado instante. Para validá-lo, submeteu-se a planta a situações de danos semelhantes aquelas referenciadas anteriormente, entretanto, menos severas. Neste caso, analisou-se situações em que há o decréscimo de 10% do coeficiente de amortecimento, decréscimo de 10% do coeficiente de rigidez e decréscimo simultâneo de 10% de ambos os coeficientes. Como foi possível verificar que o sistema estava em condição de dano mesmo para variações sutis dos parâmetros, a utilização do sistema observador e classificador baseado em *threshold* projetados nesta monografia mostram-se eficazes para identificar os danos propostos neste estudo.

Apesar da universidade dispor da suspensão ativa utilizada neste projeto, não foi possível realizar os experimentos no sistema físico real, visto que durante o desenvolvimento deste projeto a planta estava indisponível para uso. Isto posto, coloca-se como uma das perspectivas futuras a realização dos experimentos não só a nível de simulação, como também no sistema físico real, de forma que seja possível comparar estes resultados com aqueles visualizados nas simulações, verificando possíveis divergências e oportunidades de melhorias. Além disso, coloca-se como oportunidade de melhoria a substituição do classificador de situação de dano por um que, além de determinar que o sistema encontra-se em situação de dano, indica qual é o tipo de dano mais provável, visto que é perceptível a diferença entre os perfis das curvas de resíduo para diferentes condições de dano. Para tal, poderia ter sido utilizado algum algoritmo de aprendizagem de máquina para identificar qual parâmetro foi alterado a partir das curvas de resíduos, facilitando na manutenção da suspensão e identificação do problema.

## REFERÊNCIAS

- ALAZARD, D. Introduction to Kalman filtering. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- BALAJI, P. A.; SUGUMARAN, V. Fault detection of automobile suspension system using decision tree algorithms: A machine learning approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, 2023. Citado na página 16.
- BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V. J. *Instrumentação e Fundamentos de Medidas*, Vol. 1. 3<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: Grupo Editorial Nacional, 2019. Citado na página 30.
- BELETI, V. C. Investigação da estratégia de controle LQG modal para atenuação de vibrações e para o aumento do conforto em uma suspensão veicular ativa. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- BURDZIK, R. A comprehensive diagnostic system for vehicle suspensions based on a neural classifier and wavelet resonance estimators. *Measurement*, 2022. Citado na página 16.
- CHAI, T.; DRAXLER, R. R. Root mean square error (rmse) or mean absolute error (mae)? *Geoscientific Model Development*, 2014. Citado na página 47.
- HERNANDEZ-ALCANTARA, D. et al. Fault estimation methods for semi-active suspension systems. *IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*, 2015. Citado na página 16.
- ISERMANN, R. *Fault-Diagnosis Systems*. [S.l.]: Springer, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 23.
- JUNIOR, A. A. C. et al. Damage detection through of state observer approach. *EngOpt 2008 - International Conference on Engineering Optimization*, 2008. Citado na página 15.
- KUMAR, V.; JEROME, E. J.; AYYAPPAN, S. Comparision of four state observer design algorithms for MIMO system. *Archives of Control Sciences*, v. 23, n. 2, 2013. Citado na página 36.
- LEÃO, L. S. et al. Fault detection in rotating machinery by using the modal state observer approach. *Journal of Sound and Vibration*, 2019. Citado na página 15.
- MATLAB. *Tuning Kalman Filter to Improve State Estimation*. [S.l.]: The MathWorks Inc., s.d. <<https://www.mathworks.com/help/fusion/ug/tuning-kalman-filter-to-improve-state-estimation.html>>. Acesso em: 26 de Setembro de 2023. Citado na página 32.
- MELO, M. A. Análise comparativa de estratégias para suspensão semiativa em um modelo de 1/4 de veículo. 2017. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 18.
- NASCIMENTO, D. P. Aplicação da estratégia LQR modal para a atenuação de vibrações em estruturas flexíveis. 2022. Citado na página 26.

- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5a. ed. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 36.
- PATTON, R. J.; CHEN, J. Observer-based fault detection and isolation: Robustness and applications. *Pergamon*, 1997. Citado na página 15.
- PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. *System Identification: A Frequency Domain Approach*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. Citado na página 29.
- PROAKIS, J. G.; MANOLAKIS, D. G. *Digital Signal Processing: Principles, algorithms and applications*. 3rd. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1995. Citado na página 33.
- SANTOS, B. S. Uma abordagem adaptativa para o controle tolerante a danos aplicado em uma suspensão ativa inteligente. 2021. Citado 3 vezes nas páginas 19, 21 e 29.
- SERWAY, R.; JEWETT, J. *Princípios de Física - vol. 1: Mecânica clássica e relatividade*. 5a. ed. [S.l.]: Cengage Learning, 2014. Citado na página 20.
- SOMAN, R. et al. Application of Kalman filter based neutral axis tracking for damage detection in composites structures. *Composite Structures*, 2018. Citado na página 15.
- SUN, W.; GAO, H.; SHI, P. *Advanced Control for Vehicle Active Suspension Systems*. [S.l.]: Springer, 2019. Citado na página 15.
- WEISTEINN, E. *Root-Mean-Square*. s.d. <<https://mathworld.wolfram.com/Root-Mean-Square.html>>. Acesso em: 18 de Setembro de 2023. Citado na página 47.

## **Apêndices**

## **APÊNDICE A – CÓDIGOS EM MATLAB® E SIMULAÇÕES**

As simulações e códigos desenvolvidos para este projeto, bem como as instruções para suas execuções, encontram-se disponíveis em: <https://github.com/azzolinovarella/active-suspension-shm> .