

Matriks-2

Vanessa Stefanny

A silver laptop is shown from a low angle, open and displaying a dark screen with a grid and a waveform. The background is a dark, textured surface with faint, overlapping technical diagrams and text, suggesting a high-tech or scientific environment.

02 Eliminasi Gauss

03 Invers Matriks



Nilai yang mewakili sebuah
matriks bujur sangkar

Determinan Ordo 2x2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Nilai determinan A disimbolkan dengan $|A|$, cara menghitung nilai determinan A dapat dilihat seperti pada cara di bawah.

$$\det(A) = |A| = ad - bc$$

Contoh Soal:

Tentukan nilai determinan matriks

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Pembahasan:

$$|A| = ad - bc = 3 \cdot 5 - 1 \cdot 2 = 15 - 2 = 13$$

Determinan Ordo 3x3

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Nilai determinan A disimbolkan dengan $|A|$, cara menghitung nilai determinan A dapat dilihat seperti pada cara di bawah.

$$\det(A) = |A| = ad - bc$$

Contoh Soal:

Tentukan nilai determinan matriks

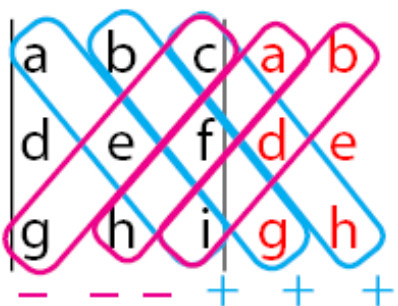
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Pembahasan:

$$|A| = ad - bc = 3 \cdot 5 - 1 \cdot 2 = 15 - 2 = 13$$

Determinan Matriks Ordo 3x3

- Menggunakan prinsip perkalian diagonal kanan (blok biru) dikurangi diagonal kiri (blok kanan)
- Aturan Sarrus : Melakukan perhitungan terhadap elemen matriks dengan menambahkan 2 kolom bayangan yang diambil dari kolom 1 dan kolom 2 matriks aslinya.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$


$$|A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

Contoh Soal

Contoh perhitungan determinan pada matriks ordo 3:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka,

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot 2$$

$$|A| = 6 + 4 + 3 - 6 - 1 - 12$$

$$|A| = -6$$

Pertidaksamaan 3 Variable

Mencari nilai x, y, z yang memenuhi kondisi berikut :

$$4x - 3y + 10z = 6$$

$$3x - 2y + 7z = 3$$

$$2x - y + 5z = 4$$

Ubah ke dalam bentuk matriks

$$4x - 3y + 10z = 6$$

$$3x - 2y + 7z = 3$$

$$2x - y + 5z = 4$$



4	-3	10	6
3	-2	7	3
2	-1	5	4

Mencari Dx

Cari Dx, Dy, Dz dan D

4	-3	10	6
3	-2	7	3
2	-1	5	4

6	-3	10
3	-2	7
4	-1	5

$$Dx = -7$$

Mencari Dy

Cari Dx, Dy, Dz dan D

$$Dx = -7$$

4	-3	10	6
3	-2	7	3
2	-1	5	4

4	6	10
3	3	7
2	4	5

$$Dy = 2$$

Mencari Dz

Cari Dx, Dy, Dz dan D

4	-3	10	6
3	-2	7	3
2	-1	5	4

$$Dx = -7$$

$$Dy = 2$$

4	-3	6
3	-2	3
2	-1	4

$$Dz = 4$$

Mencari D

Cari Dx, Dy, Dz dan D

4	-3	10	6
3	-2	7	3
2	-1	5	4

$$D_x = -7$$

$$D_y = 2$$

$$D_z = 4$$

4	-3	10
3	-2	7
2	-1	5

$$D = 1$$

Mencari Nilai x,y,z

Hasil Perhitungan Dx, Dy, Dz, D

$$Dx = -7$$

$$Dy = 2$$

$$Dz = 4$$

$$D = 1$$

Nilai yang dicari dibagi dengan D

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{-7}{1} = -7$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{2}{1} = 2$$

$$z = \frac{Dz}{D} = \frac{4}{1} = 4$$

Minor Kofaktor

Metode untuk menghitung determinan matriks terutama untuk yang di atas ordo 3x3

- Minor elemen a_{ij} diberi notasi M_{ij} ,
adalah $M_{ij} = \det(A_{ij})$. → Eliminasi
- Kofaktor elemen a_{ij} , diberi notasi α_{ij} ,
adalah $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$. → Perkalian bersyarat
dengan hasil poin 1

$$\text{Minor } a_{11} = M_{11} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\text{Minor } a_{21} = M_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$\text{Minor } a_{31} = M_{31} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$\text{Minor } a_{12} = M_{12} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ dst}$$

Minor

1. **Pilih** baris atau kolom yang mau dieliminasi
2. **Eliminasi** ke -i dan kolom ke-j : hasilnya adalah matriks A_{ij} .
Jumlah yg dieliminasi = ordo (Misal 3x3 maka akan ada 3x eliminasi, 4x4 akan ada 4x eliminasi)
3. **Hitung determinan** matriks A_{ij} (M_{ij})

Contoh:

Misalkan suatu matriks **A** berukuran 3x3 seperti berikut ini:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

A_{11} : eliminasi baris ke-1 kolom ke 1 dari Matriks A

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

M_{ij} = Determinan dari A_{ij}

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$M_{11} = 4 - 10$$

$$M_{11} = -6$$

Ulangi sebanyak jumlah ordo

- A_{11} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-1.

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

- A_{12} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-2.

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

- A_{13} diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen pada baris ke-1 dan kolom ke-3.

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

Kofaktor

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$$

$$M_{11} = -6$$

$$M_{12} = -7$$

$$M_{13} = 1$$

$$C_{11} = (-1)^{1+1} \cdot M_{11}$$

$$C_{11} = (-1)^2 \cdot -6$$

$$C_{11} = 1 \cdot -6$$

$$C_{11} = -6$$

Ulangi untuk M_{12} & M_{13}

Determinan

$$|A| = \sum_{i=0}^i a_{ij} \cdot C_{ij}$$

Contoh:

Misalkan suatu matriks **A** berukuran 3x3 seperti berikut ini:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C_{11} = -6$$

$$C_{12} = 7$$

$$C_{13} = 1$$

$$|A| = (a_{11} \cdot C_{11}) + (a_{12} \cdot C_{12}) + (a_{13} \cdot C_{13})$$

$$|A| = (4 \cdot -6) + (2 \cdot 7) + (8 \cdot 1)$$

$$|A| = (-24) + (14) + (8)$$

$$|A| = -2$$



THANK YOU

Be grateful for what you have

