Contents

Conjuntos Finitos e Infinitos. 1
Equivalencia. 1
Conjunto Finito. 2
Cardinalidad. 2
Conjunto Infinito. 2
Conjunto Contablemente Infinito. 2
Conjunto Incontable. 2
Conjunto Contable. 2
Principio de las casillas. 3
Conjunto Potencia. 3
Teorema. 4

<u>PROGRAMA</u>

1. INTRODUCCION
2. MODULO
3. MAQUINA
4. GRAMATICA
5. MAQUINA DE TURING

BIBLIOGRAFIA: Teoria de la computacion

<u>PONDERACION</u>

Examen 1, 2 40 %

Examenes Practicos 20%

Examen Final 40%

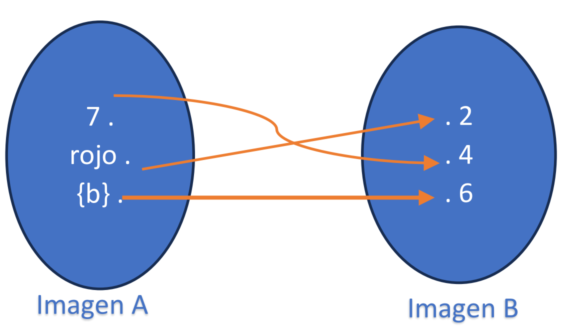
Conjuntos Finitos e Infinitos.

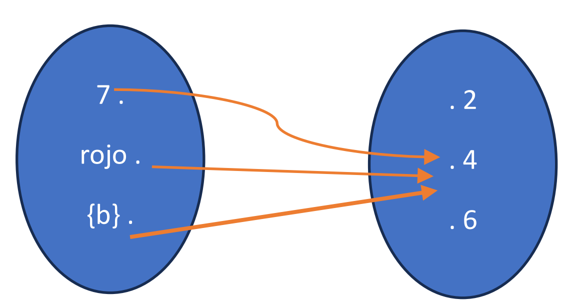
Cardinalidad de conjunto es numero de elementos. Ejemplo:

- $A\ c\ B \Rightarrow |A| < |B|$
- $A \subseteq B \Rightarrow |A| \leq |B|$
- $|A| = 0 \Rightarrow A = \emptyset$

Equivalencia.

Dos conjuntos A y B son equivalentes si y solo si que existe una función <u>biyectiva</u> f: A→B. Ejemplo:
A = {7, rojo, {b}}; B = {2, 4, 6}
¿A y B son equivalentes?
<u>Solucion:</u>





Si es biyectiva.
f: A→B
f(7) = 6
f(rojo) = 4
f({b}) = 6

No es biyectiva

Dado 2 elementos diferentes su imagen debe ser distinto, entonces se llamará **INYECTIVA:** $X_1 \neq X_2 \Rightarrow f(X_1) \neq f(X_2)$

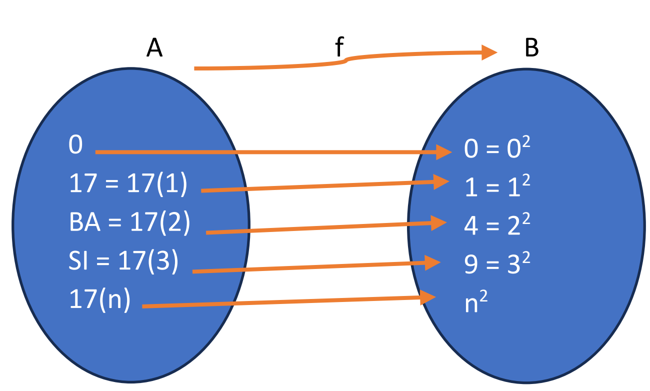
Cualquier elemento B tiene su <u>preimagen</u> A, entonces se llamará **SUBYECTIVA:** $\forall\, y \in B, \exists\, x \in A$ tal que $f(x) = y$

Si no se cumple la <u>Subyectiva,</u> no se cumple la <u>Biyectiva,</u> ejemplo:
A = {7, rojo, {b}}; B = {2, 4, 6, 8}
∴ A cada elemento de A no tiene su preimagen en B

¿El conjunto de los múltiplos de 17 y el Conjunto de los cuadrados perfectos son equivalentes?
Ejemplo:
A: multiplo de 17
B: cuadrado perfecto
<u>Solucion:</u>

f(17) = n2

Es Biyectiva
A y B son equivalentes



Conjunto Finito.

Sea I_n = {1, 2, 3, …, n} ; n ∈ N
Un conjunto A es finito si es equivalente con I_n.
Ejemplo: A = {7, rojo, {b}}; ¿A es finito?
Respuesta. A es finito ya que es equivalente con I_n

Ejemplo: Conjunto de estudiantes presentes en la sala, ¿es finito?

Solucion:

I_{33} = {1, 2, 3, …, 33}
f: $I_{33} \rightarrow E$ //E = finito
1 → Jhon
2 → Maria
.
.
33 → Carlos

A cada estudiante le pertenece un nombre

Cardinalidad.

Si A y I_n son equivalentes entonces se dice que n es la cardinalidad de A y se denota por: |A| = n
Ejemplo: Cardinalidad de estudiantes presentes
Respuesta. |A| = 33 estudiantes

Conjunto Infinito.

Un conjunto es infinito si no es Finito
Ejemplo: R, N, Z //Numeros reales, naturales y enteros

Nota. Cuadrados perfectos y múltiplos de 17 son equivalentes. NO todos los conjuntos infinitos son equivalentes.

Conjunto Contablemente Infinito.

Un conjunto es contablemente infinito si es equivalente con N.

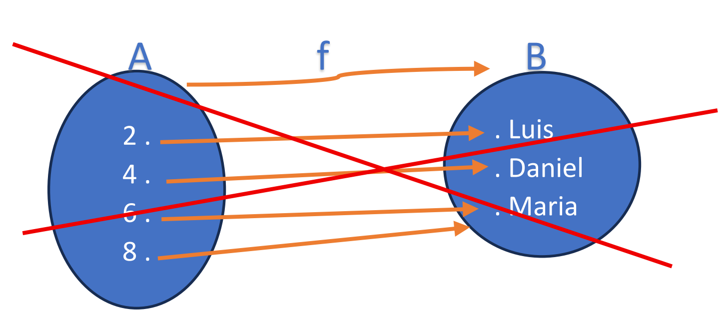
Conjunto Incontable.

Se dice que un conjunto es incontable si no es contable.

Conjunto Contable.

Se dice que un conjunto es contable si es finito o contablemente infinito.

Ejemplo: Sea A = {2, 4, 6, 8}; B = {Luis, Daniel, Maria}, Construir una función f: A → , tal que f sea inyectiva.
Solucion:



Inyectiva. Dado 2 elementos del dominio sus Imágenes deben ser distintos.
f: A → B
f(2) = Luis
f(4) = Daniel
f(6) = Maria //no
f(8) = Maria //no
∴ No es inyectiva

Principio de las casillas.

Si A y B son conjuntos finitos no vacíos y |A| > |B| entonces no existe f: A→B tal que f sea inyectiva.

Ejemplo: A = {2,4} B = {1,2,3}

2 elementos > 3 elementos

∴ No es inyectiva

Conjunto Potencia.

Es el conjunto de los subconjuntos de A. ¿Dónde encontramos los conjuntos A? En el conjunto Potencia.

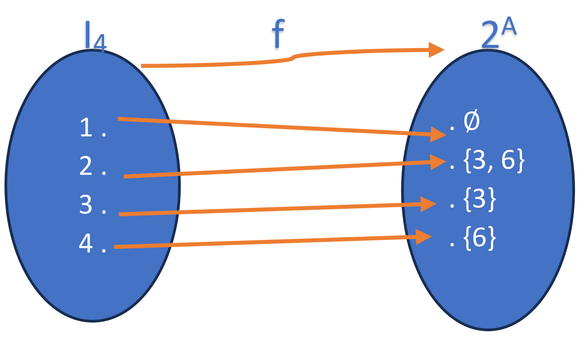
Ejemplo: A = {3, 6} $//2^2 = 4$

a) 2^A
b) ¿Es 2^A finito?, Justificar $2^A = P(A)$

Solucion:

f: $I_4 \rightarrow 2^A$
f(1) = Ø
f(2) = {3, 6}
f(3) = {3}
f(4) = {6}

f es biyectiva



2^A = {Ø, {3, 6}, {3}, {6}}

∴ I_5 y 2^A son equivalentes

Resp. 2^A es finito.

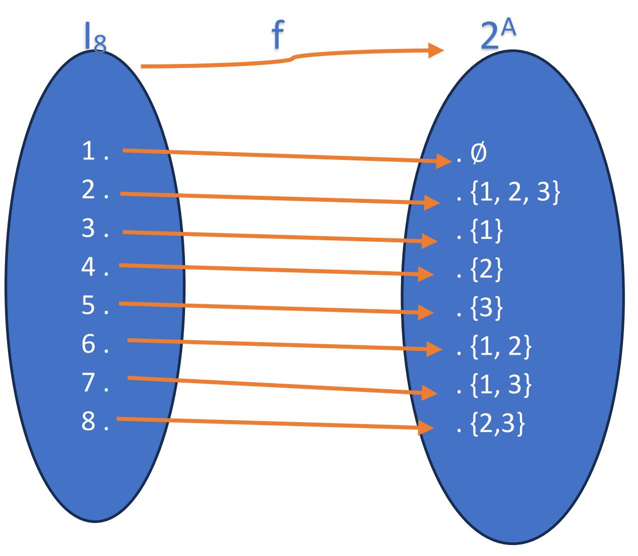
Ejemplo: A = {1, 2, 3} $//2^3 = 8$

a) 2^A
b) ¿Es 2^A finito?

Solucion:

f: $I_5 \rightarrow 2^A$
f(1) = Ø
f(2) = {1, 2, 3}
f(3) = {1}
f(4) = {2}
f(5) = {3}
f(6) = {1, 2}
f(7) = {1, 3}
f(8) = {2, 3}

f es biyectiva



2^A = {Ø, {1, 2, 3}, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}}

S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6 S_7 S_8

∴ I_8 y 2^A son equivalentes

Resp. 2^A es finito.

Ejemplo: A = {1, 2, 3, a}; A = N

a) 2^A
b) ¿Es 2^A finito?

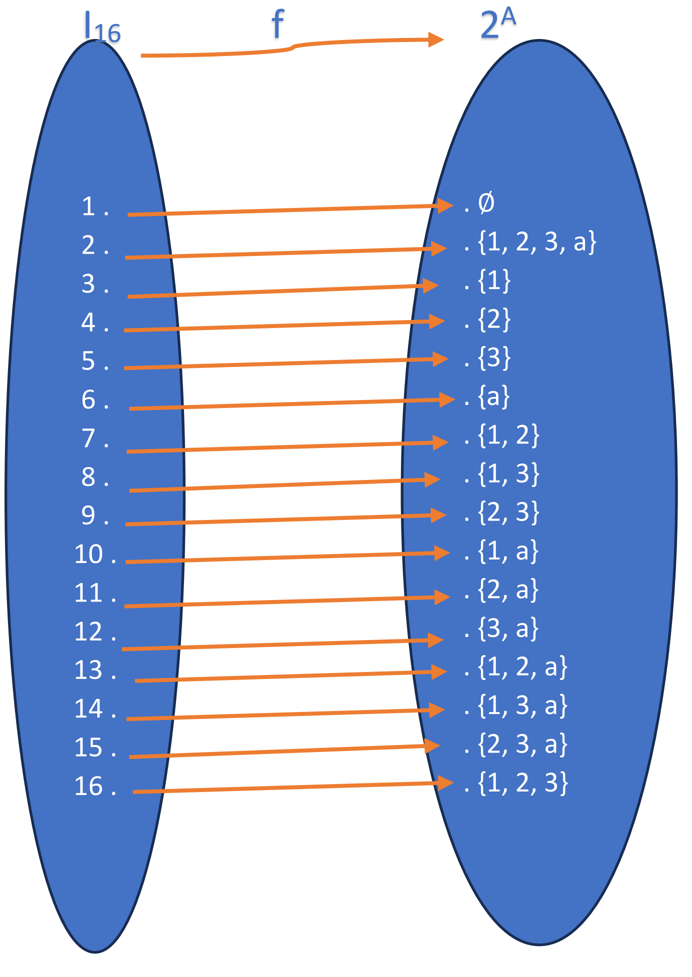
Solucion:

$//2^4 = 16$

Solucion:

f: $I_{16} \rightarrow 2^A$
f(1) = Ø
f(2) = {1, 2, 3, a}
f(3) = {1}
f(4) = {2}
f(5) = {3}
f(6) = {a}
f(7) = {1, 2}
f(8) = {1, 3}
f(9) = {2, 3}
f(10) = {1, a}
f(11) = {2, a}
f(12) = {3, a}
f(13) = {1, 2, a}
f(14) = {1, 3, a}
f(15) = {2, 3, a}
f(16) = {1, 2, 3}

f es biyectiva



∴ I_{16} y 2^A son equivalentes

Resp. 2^A es finito.

Teorema.

El conjunto 2^N es INCONTABLE

PRUEBA.

Haremos por reducción al absoluto, pasos a realzar:

- **Negar lo que quiero demostrar.**
  Supongamos que 2^N es Contable, es decir 2^N es *Contablemente infinito*. Por tanto 2^N es equivalente con N

Luego existe: $f: N \rightarrow 2^N$ tal que $f(i) = S_i$ $i \in N$ y es biyectiva

$f(1) = \{10, 100, 32\}$

$f(2) = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

.

.

Construimos el conjunto $D = \{n \in N\} / n \notin S_n\}$

$2N = \{\{10, 100, 32\}, \{1, 3, 5, 7, 9\}, ...\}$

S_1 S_2

$1 \notin \{10, 100, 32\}$ $2 \notin \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$D = \{1, 2, ...\}$

Luego $D = S_k$ para algún $K \in N$

¿La pregunta es $K \in S_k$?

Supongamos que **SI**

$K \in S_K \Rightarrow K \notin D \Rightarrow K \notin S_K$

Supongamos que **NO**

$K \notin S_K \Rightarrow K \in D \Rightarrow K \in S_K$

$\therefore$ 2^N es CONTABLE

f: A → P //potencia

f: B → A //biyectiva

f: N → 2^N //naturales

f: 2^N → N, si 2N > N, estonces NO existe una funcion INYECTIVA