UNIDAD Nº 2

CONJUNTOS Y OPERACIONES

Noción intuitiva de conjunto. Conjunto es toda colección o agrupación de objetos de cualquier especie.

Ejemplos:

- Conjunto de países de américa
- Conjunto de meses del año
- Conjunto de vocales de la palabra "américa".
- Conjunto de planetas del sistema solar

Notación. Generalmente los conjuntos se denotan con letras mayúsculas tales como: A, B, C, . . .

Ejemplos

- P = Conjunto de provincias de Santa Cruz
- C = Conjunto de ciudades de Bolivia
- I = Conjunto de números naturales impares menores que 6.
- M = Conjunto de animales mamíferos del ZOO Santa Cruz

Elementos de un conjunto

Los elementos de un conjunto son los objetos que integran dicho conjunto

Relación de pertenencia

Si A es un conjunto y a es uno de sus elementos, entonces se escribe $a \in A$ y se lee: "a pertenece a A"

Si A es un conjunto y b no es elemento de A, entonces se escribe $b \notin A$ y se lee: "b no pertenece a A"

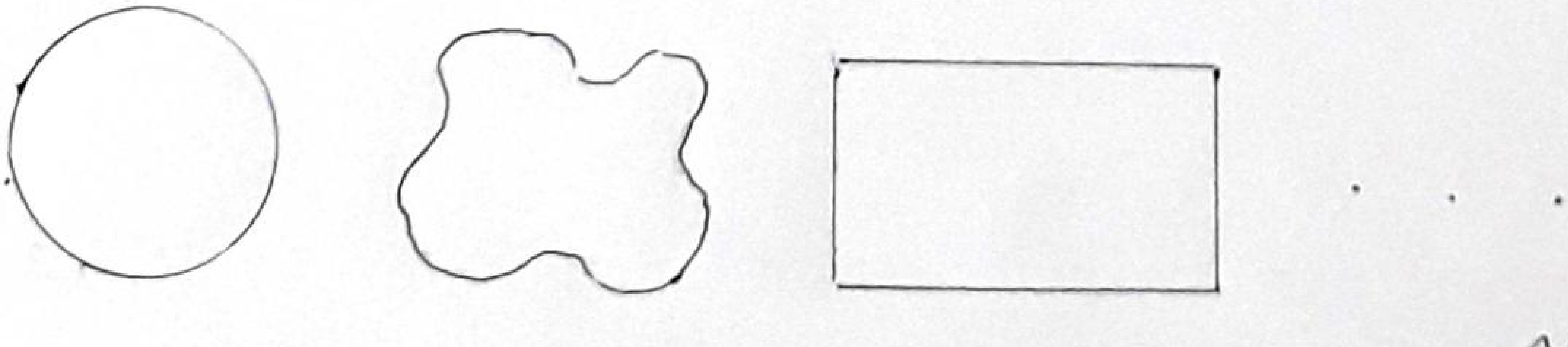
Obs. $b \notin A \Leftrightarrow \sim (b \in A)$

Conjunto universal

Es el conjunto que contiene a todos los elementos que se están considerando en un estudio o contexto particular.

Diagramas de Venn-Euler

Son regiones planas, limitadas por figuras geométricas cerradas que se utilizan para representar gráficamente a los conjuntos.



BCC

Conjuntos numéricos

- Conjunto de números naturales ($\mathbb{N}$)

  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \cdots\}$
- Conjunto de números enteros ($\mathbb{Z}$)

  $\mathbb{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$
- Conjunto de números racionales ($\mathbb{Q}$)

  $\mathbb{Q} = \{x / x = \frac{a}{b},\ a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\}$
- Conjunto de números irracionales ($\mathbb{Q}'$)

  $\mathbb{Q}' = \{x / x$ es un número que tiene una representación decimal no periódica$\}$
- Conjunto de números reales ($\mathbb{R}$)

  $\mathbb{R} = \{x / o\ x$ es racional o irracional$\}$

  $= \{x / x \in \mathbb{Q} \veebar x \in \mathbb{Q}'\}$
- Conjunto de números complejos ($\mathbb{C}$)

  $\mathbb{C} = \{x / x = a + bi;\ a, b \in \mathbb{R},\ i = \sqrt{-1}\}$

Formas de determinar un conjunto.

- Por extensión (tabulación o enumeración)

  Un conjunto está determinado por extensión, cuando se da una lista o se enumeran todos y cada uno de sus elementos.

  Ejemplo.

  Si P = Conjunto de números naturales pares comprendidos entre 3 y 11, entonces por extensión se expresa:

  $P = \{4, 6, 8, 10\}$
- Por comprensión (descripción o regla)

  Un conjunto está determinado por comprensión, cuando se da una regla o propiedad característica de sus elementos y sólo de ellos.

  Ejemplo

  Si I = Conjunto de números naturales impares menores que 8, entonces por comprensión se expresa:

  $I = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n-1,\ n \in \mathbb{N},\ n \leq 4\}$

  $= \{x \in \mathbb{N} / (x-1)(x-3)(x-5)(x-7) = 0\}$

BCC

Clasificación de los conjuntos de acuerdo con el número de elementos

- **Conjunto vacío (conjunto nulo)**
  Es el conjunto que no posee elemento alguno.
  Notaciones: ϕ, $\{ \}$
- **Conjunto unitario (singleton)**
  Es el conjunto que sólo posee un elemento
- **Par desordenado**
  Es el conjunto que sólo tiene dos elementos
  El par $\{a, b\}$ es desordenado ya que $\{a, b\} = \{b, a\}$
- **Conjunto finito**
  Un conjunto es finito, si posee una cantidad limitada de elementos, es decir, el proceso de conteo de sus elementos termina en algún momento.

  Ejemplo.

  $S = \{x / x$ es una vocal de la palabra "amor"$\} = \{a, o\}$
- **Conjunto infinito**
  Un conjunto es infinito, si tiene una cantidad ilimitada de elementos diferentes, es decir, el proceso de conteo de sus elementos nunca termina.

  Ejemplo

  P = Conjunto de números naturales pares
  $= \{x \in \mathbb{N} / x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$

Relaciones entre conjuntos

- **Inclusión - subconjunto.**
  Se dice que el conjunto A está incluido en otro conjunto B, si todos los elementos de A pertenecen a B.
  Notación: $A \subseteq B$, se lee: "A está incluido en B".

  Definición formal. $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x, (x \in A \Rightarrow x \in B)$

  Representación gráfica

$A \subseteq B$

BCC

Equivalencia de notaciones

$$A \subseteq B \Leftrightarrow B \supseteq A$$

lectura de ambas notaciones

$A \subseteq B$
A está incluido en B
A está contenido en B
A es subconjunto de B
A es parte de B

$B \supseteq A$
B incluye a A
B contiene a A
B es superconjunto de A
B es todo de A

Obs:

(1) Si A es conjunto finito de n elementos, entonces A tiene 2^n subconjuntos distintos.

(2) El conjunto vacío es subconjunto de todo conjunto

(3) Todo conjunto es subconjunto de sí mismo.

- Subconjunto propio

$\left(\begin{array}{l}\text{A es subconjunto}\\ \text{propio de B}\end{array}\right) \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \neq B$

- Conjuntos comparables

$\left(\begin{array}{l}\text{A y B son}\\ \text{Conjuntos}\\ \text{combarables}\end{array}\right) \Leftrightarrow A \subseteq B \vee B \subseteq A$

- Conjuntos disjuntos

$\left(\begin{array}{l}\text{A y B son}\\ \text{Conjuntos}\\ \text{disjuntos}\end{array}\right) \Leftrightarrow$ no tienen elementos comunes

- Conjuntos equipotentes o coordinables

$\left(\begin{array}{l}\text{A y B son}\\ \text{Conjuntos}\\ \text{equipotentes}\end{array}\right) \Leftrightarrow$ el número de sus elementos son iguales

- Igualdad de conjuntos

$\left(\begin{array}{l}\text{A y B son}\\ \text{Conjuntos}\\ \text{iguales}\end{array}\right) \Leftrightarrow$ tienen los mismos elementos

ZCC

Formalmente:

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

CONJUNTO POTENCIA (CONJUNTO DE PARTES)

Sea A un conjunto. El conjunto potencia de A, es el conjunto formado por todos los subconjuntos de A.

Notación. $\mathcal{P}(A)$, se lee:
"conjunto potencia de A"
"Conjunto de partes de A"

Definición formal

$$\mathcal{P}(A) = \{X / X \subseteq A\}$$

$$X \in \mathcal{P}(A) \Leftrightarrow X \subseteq A$$

Si A tiene n elementos, entonces $\mathcal{P}(A)$ tiene 2^n elementos

Propiedades

Sean A y B conjuntos, subconjuntos de U.

(1) $a \in A \Leftrightarrow \{a\} \in \mathcal{P}(A)$

(2) $B \subseteq A \Leftrightarrow B \in \mathcal{P}(A)$

(3) $\phi \in \mathcal{P}(A) \wedge A \in \mathcal{P}(A)$

(4) $\mathcal{P}(\phi) = \phi$

(5) $A \subseteq B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$

(6) $A = B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$

OPERACIONES CON CONJUNTOS

Sean A, B conjuntos y $P[x]$, $Q[x]$ predicados que definen a A y B, respectivamente ($A = \{x / P[x]\}$ y $B = \{x / Q[x]\}$)

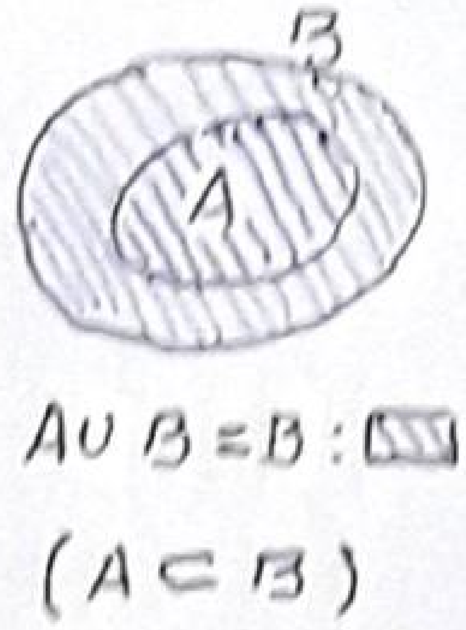
Unión

$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$

$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$

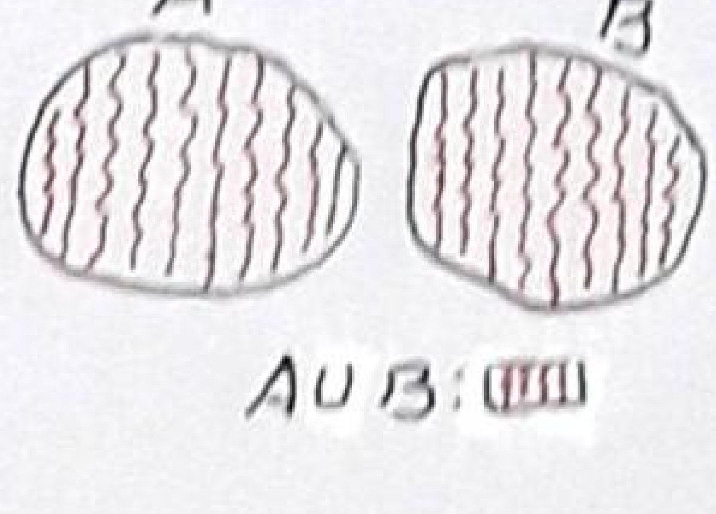
$A \cup B = \{x / P[x]\} \underset{oc}{\cup} \{x / Q[x]\} = \{x / P[x] \underset{oL}{\vee} Q[x]\}$

$A \cup B$: ▨



$A \cup B = B$: ▨

($A \subset B$)



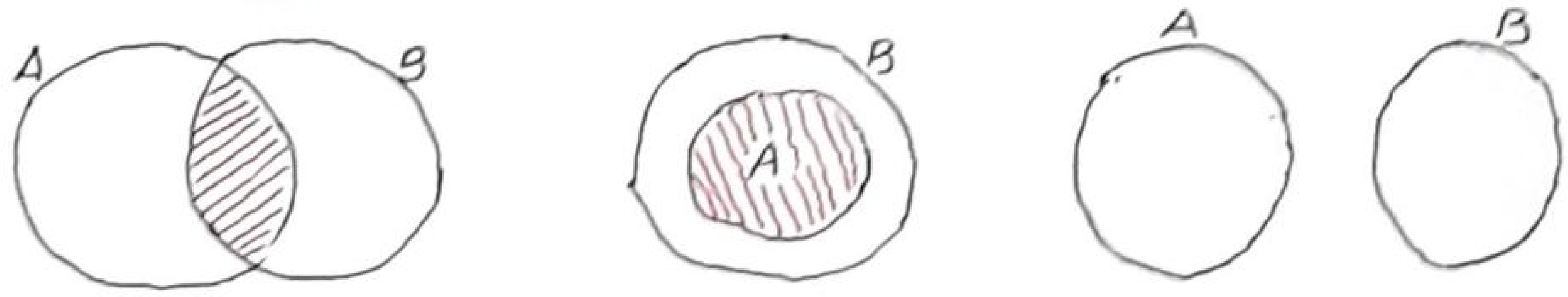
$A \cup B$: ▥

Intersección

$A\cap B=\{x/x\in A\wedge x\in B\}$

$x\in A\cap B\Leftrightarrow x\in A\wedge x\in B$

$A\cap B=\{x/P[x]\}\underset{OC}{\cap}\{x/Q[x]\}=\{x/P[x]\underset{OL}{\wedge}Q[x]\}$



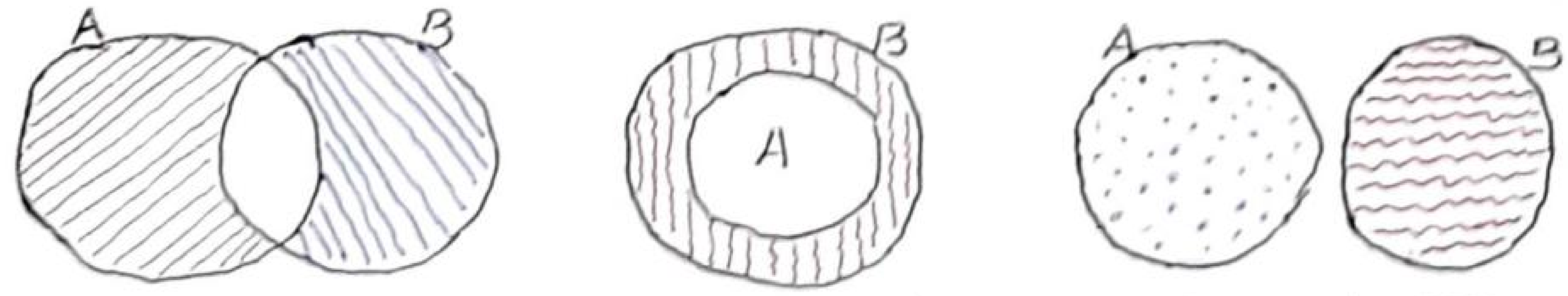
$A\cap B$: ▨ | $A\cap B=A$: ▨ ($A\cap B=A$) | $A\cap B=\phi$

Diferencia relativa

$A-B=\{x/x\in A\wedge x\notin B\}$

$x\in(A-B)\Leftrightarrow x\in A\wedge x\notin B$

$A-B=\{x/P[x]\}\underset{OC}{-}\{x/Q[x]\}=\{x/P[x]\underset{OL}{\wedge\sim}Q[x]\}$



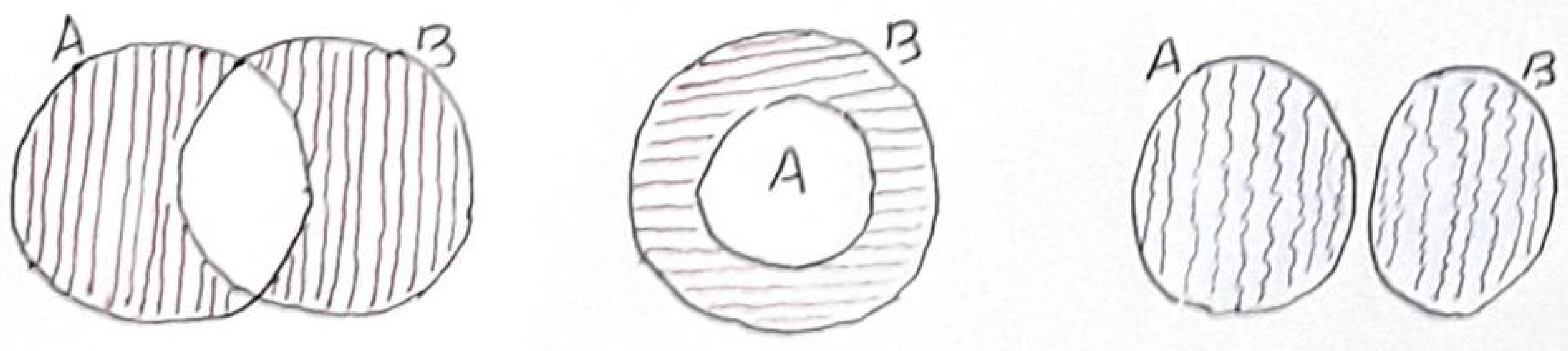
$A-B$: ▨ $B-A$: ▨ | $A-B=\phi$ $B-A$: ▥ | $A-B=A$: ▨ $B-A=B$: ▤

Diferencia simétrica

$A\Delta B=\{x/x\in A\veebar x\in B\}$

$x\in A\Delta B\Leftrightarrow x\in A\veebar x\in B$

$A\Delta B=\{x/P[x]\}\underset{OC}{\Delta}\{x/Q[x]\}=\{x/P[x]\underset{OL}{\veebar}Q[x]\}$

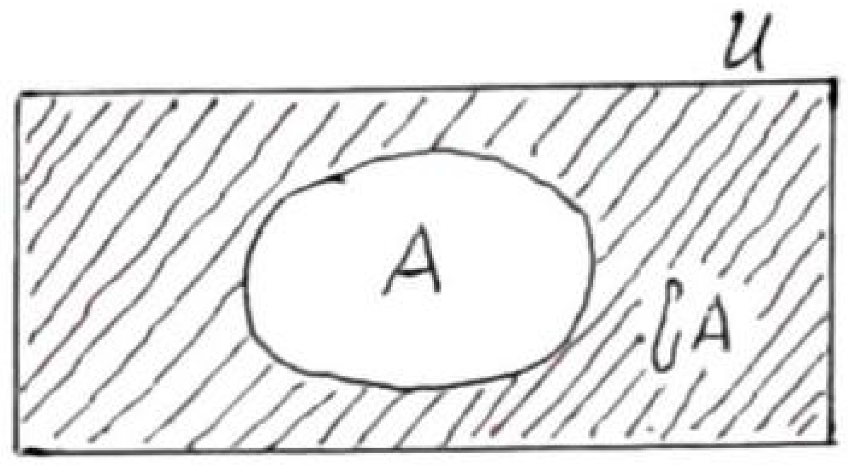


$A\Delta B$: ▥ $A\Delta B=(A-B)\cup(B-A)$ | $A\Delta B=B-A$: ▤ ($A\subset B$) | $A\Delta B=A\cup B$: ▥ A y B disjuntos

BCC

Complemento absoluto (complemento de A, respecto de $\mathcal{U}$)

$\complement A = \{x / x \in \mathcal{U} \wedge x \notin A\} = \mathcal{U} - A$



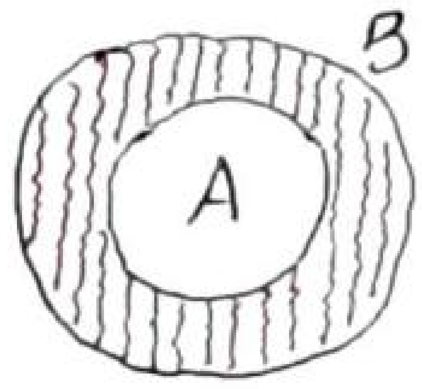
$x \in \complement A \Leftrightarrow x \notin A$

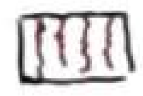
$\complement A = \underset{\text{OC}}{\complement}\{x / P(x)\} = \{x / \underset{\text{OL}}{\sim} P(x)\}$

Otras notaciones: A^c, $\tilde{A}$, A', $\mathcal{U} - A$

Complemento relativo (complemento de A, respecto de B)

$\complement_B A = \{x / x \in B \wedge x \notin A\} = B - A$



$\complement_B A$: 

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON CONJUNTOS

1. Idempotencia
   - $A \cup A = A$
   - $A \cap A = A$
2. Conmutatividad
   - $A \cup B = B \cup A$
   - $A \cap B = B \cap A$
   - $A \Delta B = B \Delta A$
3. Asociatividad
   - $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
   - $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
   - $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$
4. Distributividad
   - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
   - $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$
5. Leyes de identidad
   - $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$
   - $A \cup \Phi = A$
   - $A \cap \mathcal{U} = A$
   - $A \cap \Phi = \Phi$
   - $A \Delta \Phi = A$
   - $A \Delta A = \Phi$
6. Leyes de comblementación
   - $A \cup \complement A = \mathcal{U}$
   - $A \cap \complement A = \Phi$
   - $\complement \mathcal{U} = \Phi$
   - $\complement \Phi = \mathcal{U}$
   - $A \Delta \complement A = \mathcal{U}$
   - $A \Delta \mathcal{U} = \complement A$
   - $\complement(\complement A) = A$ (ley de involución)
7. Leyes de De Morgan
   - $\complement(A \cup B) = \complement A \cap \complement B$
   - $\complement(A \cap B) = \complement A \cup \complement B$
8. Leyes de absorción
   - $A \cup (A \cap B) = A$
   - $A \cap (A \cup B) = A$
9. Leyes de encolamiento
   - $(A \cap B) \cup (A \cap \complement B) = A$
   - $(A \cup B) \cap (A \cup \complement B) = A$

BCC

10. Leyes de Poretski
- $A \cup (\complement A \cap B) = A \cup B$
- $A \cap (\complement A \cup B) = A \cap B$

11. Ley de Dedekind

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup (C \cap B) = (A \cup C) \cap B$$

12. Otras propiedades
- $A - B = A \cap \complement B$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow \complement B \subseteq \complement A$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$
- $A \subseteq C \wedge B \subseteq C \Leftrightarrow A \cup B \subseteq C$
- $D \subseteq A \wedge D \subseteq B \Leftrightarrow D \subseteq A \cap B$
- $A \subseteq B \wedge C \subseteq D \Leftrightarrow A \cup C \subseteq B \cup D$
- $A \subseteq B \wedge C \subseteq D \Leftrightarrow A \cap C \subseteq B \cap D$.

FORMAS DE DEMOSTRACIÓN DE IGUALDAD DE CONJUNTOS

(a) Mediante el uso de la definición de igualdad de conjuntos.
(Uso de reglas de inferencias y/o álgebra de proposiciones)

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

(b) Mediante el uso de fórmulas lógicamente equivalentes

$$\varphi[x] \Leftrightarrow \Psi[x]$$

$$\{x / \varphi[x]\} = \{x / \Psi[x]\}$$

(c) Mediante el uso de probiedades de las operaciones con conjuntos

Ejemplos

1. Sean A y $\mathcal{U}$ conjuntos ($\mathcal{U}$, conjunto universal). Demostrar:

$$\complement(\complement A) = A$$

Demostración:

(a) Usando la definición de igualdad de conjuntos.

$$\complement(\complement A) = A \Leftrightarrow \underbrace{\complement(\complement A) \subseteq A}_{\text{I}} \wedge \underbrace{A \subseteq \complement(\complement A)}_{\text{II}}$$

I Por demostrar: $x \in \complement(\complement A) \Rightarrow x \in A$ (Por demostración condicional)

Sea $x \in \complement(\complement A) \overset{①}{\Rightarrow} x \notin \complement(A) \overset{②}{\Rightarrow} x \in A$

$\therefore [x \in \complement(\complement A) \Rightarrow x \in A] \Leftrightarrow \complement(\complement A) \subseteq A \ldots \boxed{\text{I}}$

① Por def. de "$\complement$"

② Por def. de "$\complement$"

(II) Por demostrar: $x \in A \Rightarrow \complement(\complement A)$ (DC)

Sea $x \in A \overset{①}{\Rightarrow} x \notin \complement A \overset{②}{\Rightarrow} x \in \complement(\complement A)$

$\therefore [x \in A \Rightarrow x \in \complement(\complement A)] \Leftrightarrow A \subseteq \complement(\complement A) \ldots \boxed{II}$

Por adjunción de $\boxed{I}$ y $\boxed{II}$:

$$[\complement(\complement A) \subseteq A \wedge A \subseteq \complement(\complement A)] \Leftrightarrow \underline{\underline{\complement(\complement A) = A}}$$

(b) Usando fórmulas lógicamente equivalentes

Sea $A = \{x / P[x]\}$

$\complement(\complement A) \overset{①}{=} \complement(\complement\{x / P[x]\})$ ① cambio de notación

$\overset{②}{=} \complement\{x / \sim P[x]\}$ ② Def. de "$\complement$"

$\overset{③}{=} \{x / \sim(\sim P[x])\}$ ③ Def. de "$\complement$"

$\overset{④}{=} \{x / P[x]\}$ ④ ley de involución

$\overset{⑤}{=} A$ ⑤ Cambio de notación

$\therefore \complement(\complement A) = A$

(c) Por propiedades y definiciones

$\complement(\complement A) \overset{①}{=} \mathcal{U} - \complement A$ ① Def. de "$\complement$"

$\overset{②}{=} \mathcal{U} - (\mathcal{U} - A)$ ② Def de "$\complement$"

$\overset{③}{=} \mathcal{U} \cap \complement(\mathcal{U} \cap \complement A)$ ③ Def de "$-$"

$\overset{④}{=} \mathcal{U} \cap (\complement\mathcal{U} \cup \complement(\complement A))$ ④ ley de DeMorgan

$\overset{⑤}{=} \mathcal{U} \cap (\complement\mathcal{U} \cup A)$ ⑤ ley de involución

$\overset{⑥}{=} \mathcal{U} \cap (\Phi \cup A)$ ⑥ ley de complemento

$\overset{⑦}{=} \mathcal{U} \cap A$ ⑦ ley de identidad

$\overset{⑧}{=} A$ ⑧ ley de identidad.

2. Sean A y Φ conjuntos (Φ, conjunto vacío). Demostrar:

$$A \cap \Phi = \Phi$$

<u>Demostración por RAA</u>.

BCC

Demostrar: $A \cap \phi = \phi$

(1)	$A \cap \phi \neq \phi$	P	regla de premisas
(2)	$x \notin \phi$	P	
(3)	$x \in A \cap \phi$	P	
(4)	$x \in A \wedge x \in \phi$	Def. de "$\cap$"	
(5)	$x \in \phi$	S4	
(6)	$x \in \phi \wedge x \notin \phi$	A 2,5	
(7)	$\underline{A \cap \phi = \phi}$	RAA 1-6	

3. Sean A y B conjuntos. Demostrar:

$$A \subseteq A \cup B$$

Demostración

Por demostrar: $x \in A \Rightarrow x \in (A \cup B)$ [DC]

Sea $x \in A \overset{①}{\Rightarrow} x \in A \vee x \in B \overset{②}{\Rightarrow} x \in (A \cup B)$

① Por LA
② Por def. de "$\cup$"

$\therefore [x \in A \Rightarrow x \in (A \cup B)] \Leftrightarrow \underline{A \subseteq A \cup B}$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Demostrar que si: $A \cap X = A \cap Y$ y $A \cup X = A \cup Y$, entonces se cumple que: $X = Y$
2. Sean A y B conjuntos ($A \subset \mathcal{U}$, $B \subset \mathcal{U}$). Hallar el conjunto $X \subset \mathcal{U}$ que satisfaga la ecuación:

$$\complement(X \cup A) \cup \complement(X \cup \complement A) = B$$

3. Hallar los subconjuntos A y B del conjunto $\mathcal{U}$, si se sabe que para todo conjunto $X \subset \mathcal{U}$ es cierta la igualdad:

$$X \cap A = X \cup B$$

4. Sean A y B conjuntos. Demostrar:

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$$

GENERALIZACIÓN DE LA UNIÓN E INTERSECCIÓN DE UNA FAMILIA FINITA DE CONJUNTOS

Sea $\mathcal{F} = \{A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n\}$, donde $I = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$

Unión

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \bigcup_{i \in I} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \cdots \cup A_n$$

Generalizando:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \bigcup_{i \in I} A_i = \{x \mid \exists i \in I : x \in A_i\}$$

BCC

Intersección

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = \bigcap_{i \in I} A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3, \ldots, A_n$$

Generalizando:

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = \bigcap_{i \in I} A_i = \{x \mid \forall i \in I, x \in A_i\}$$

Leyes de De Morgan

- $\complement\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \bigcap_{i=1}^{n} (\complement A_i)$
- $\complement\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = \bigcup_{i=1}^{n} (\complement A_i)$

CARDINALIDAD DE CONJUNTOS FINITOS

El cardinal de un conjunto finito, es el número de elementos distintos que tiene dicho conjunto.

Notaciones. Sea A un conjunto finito.

$$\left.\begin{array}{c} |A| \\ n(A) \\ Card(A) \\ \#(A) \end{array}\right\}$$

se lee:
- "Cardinal de A"
- "Número de elementos de A"
- "Tamaño del conjunto A"

donde $n(A) \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

AXIOMAS

A1. $n(A) \geq 0$

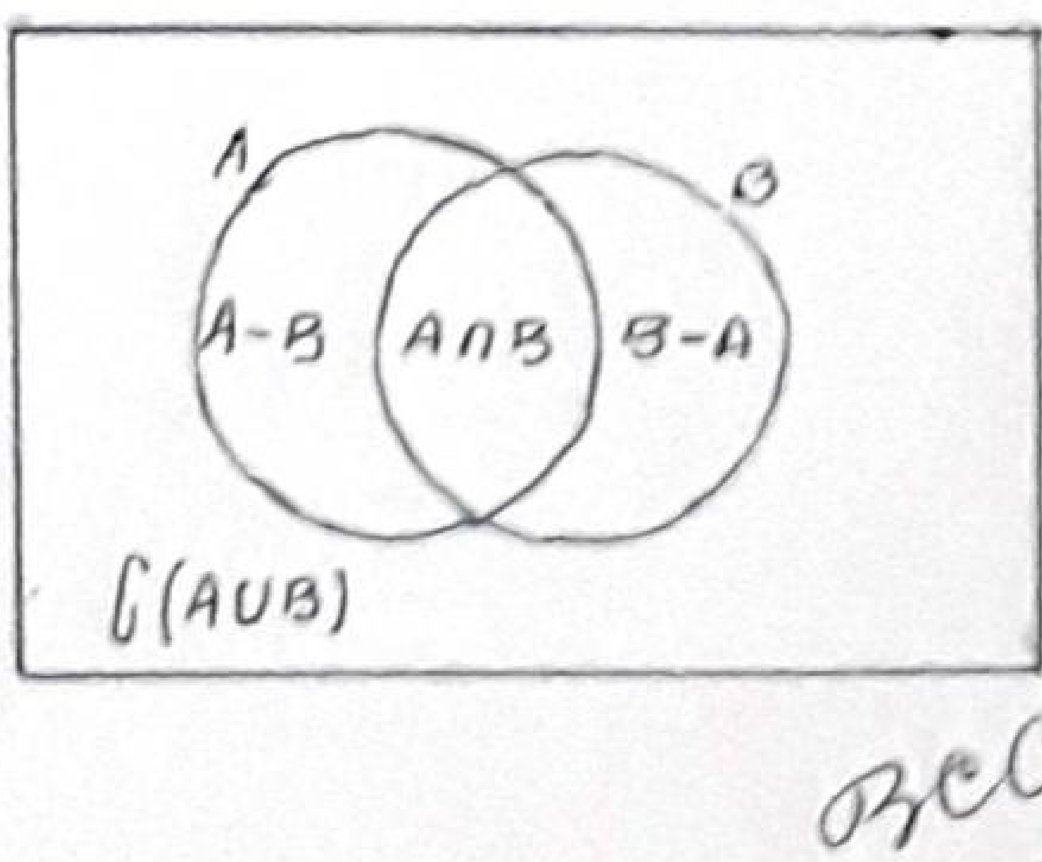
A2. Si $A = \phi$, entonces $n(A) = 0$

A3. Si A y B son conjuntos finitos y disjuntos, entonces $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

Propiedades

(1) Si A y B son conjuntos finitos tal que $A \cap B \neq \phi$, entonces:

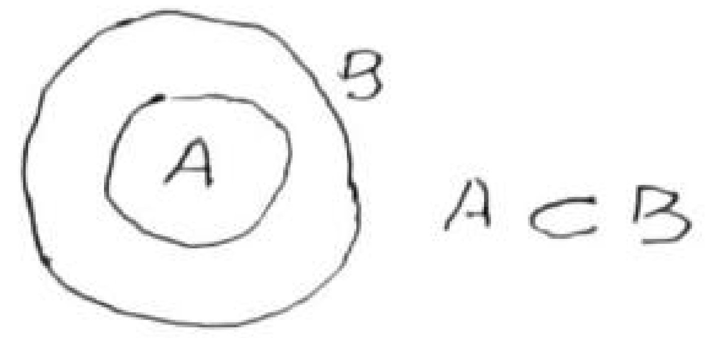
- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
- $n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$
- $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$
- $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$
- $n[\complement(A \cup B)] = n(U) - n(A \cup B)$
- $n(A \Delta B) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$
- $n(A \Delta B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$
- $n(A \Delta B) = n(A - B) + n(B - A)$



BCC

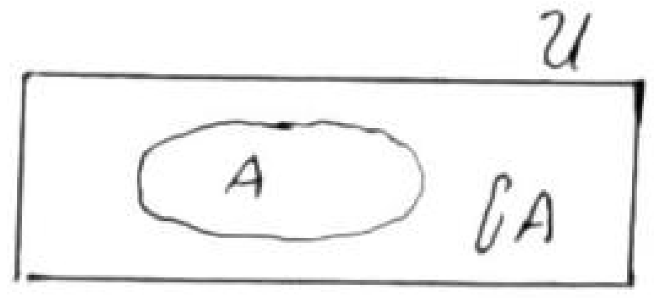
(2) Si A y B son conjuntos finitos tal que $A \subset B$, entonces:

- $n(A) < n(B)$
- $n(A-B) = 0$
- $n(B-A) = n(B) - n(A)$



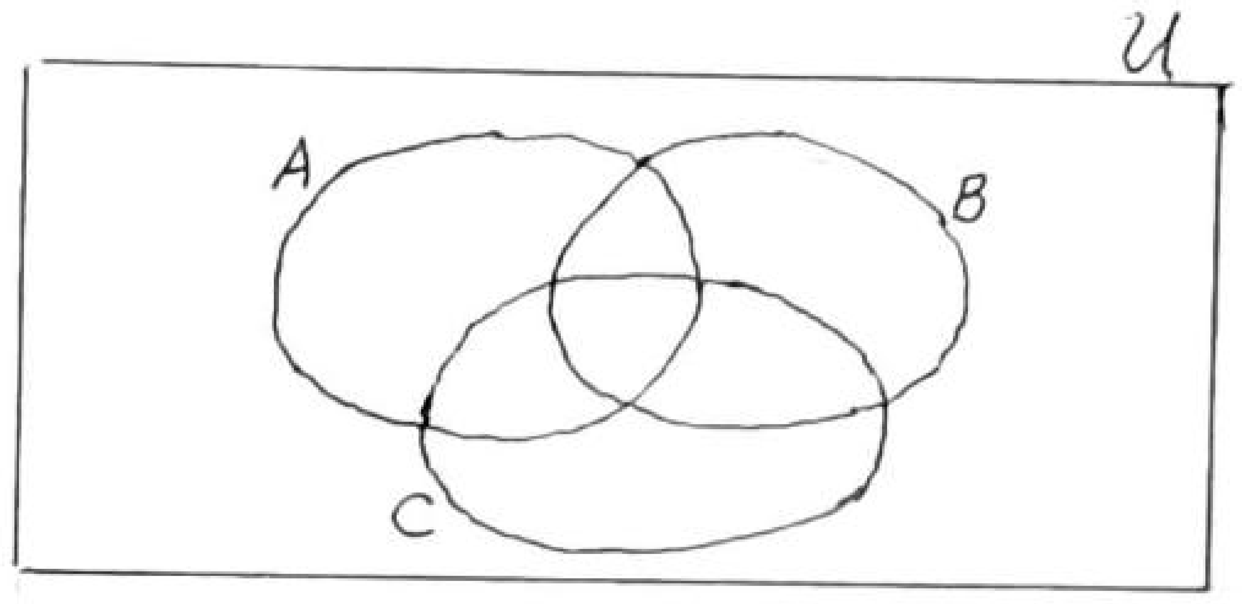
(3) Si A es conjunto finito ($A \neq \phi$), entonces:

$$n(\complement A) = n(\mathcal{U}-A) = n(\mathcal{U}) - n(A)$$



(4) Si A, B y C son conjuntos finitos tales que $A \cap B \neq \phi$, $A \cap C \neq \phi$ y $B \cap C \neq \phi$, entonces:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



EJERCICIOS RESUELTOS

1. En un Instituto de Investigación trabajan 100 personas, de éstas 70 conocen el idioma inglés, 50 el alemán y 40 ambos idiomas. ¿Cuántas personas en el Instituto no conocen ninguno de los dos idiomas?

Solución

Sean:

$\mathcal{U} = \{x / x$ es persona que trabaja en el Instituto$\}$

$I = \{x / x$ es persona que conoce el idioma inglés$\}$

$A = \{x / x$ es persona que conoce el idioma alemán$\}$

$I \cap A = \{x / x$ es persona que conoce ambos idiomas$\}$

$\complement I \cap \complement A = \{x / x$ es persona que no conoce ninguno de los dos idiomas$\}$

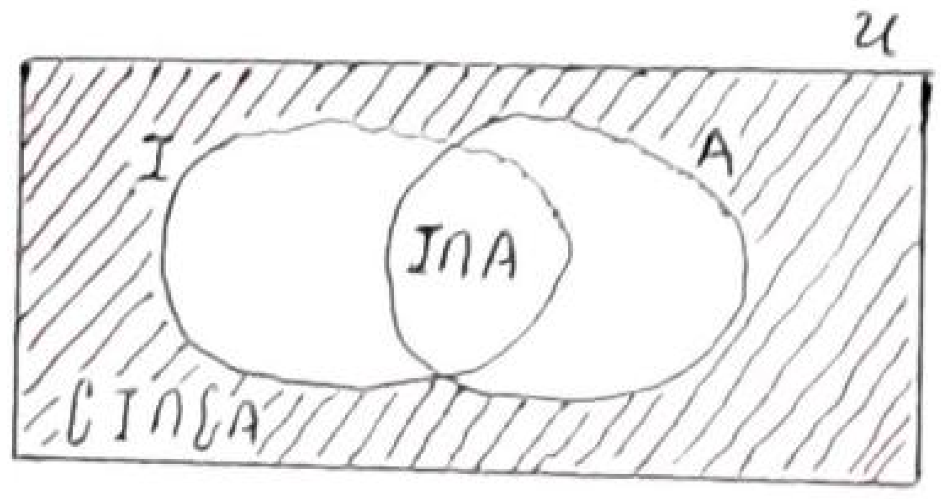
$n(\mathcal{U}) = 100$

$n(I) = 70$

$n(A) = 50$

$n(I \cap A) = 40$

$n(\complement I \cap \complement A) = ?$



$$n(\complement I \cap \complement A) = n[\complement(I \cup A)] = n[\mathcal{U} - (I \cup A)] = n(\mathcal{U}) - n(I \cup A) =$$

$$= n(\mathcal{U}) - [n(I) + n(A) - n(I \cap A)] = 100 - [70 + 50 - 4] = 100 - 80 = 20$$

Rpta. 20 personas que trabajan en el Instituto no conocen ninguno de los dos idiomas.

BCC

Scanned by TapScanner

2. Sabiendo que:

$n(\mathcal{P}(A\cap B)) = 128$

$n(\mathcal{P}(A-B)) = 64$

$n(A)\times n(B) = 182$

Hallar: $n(B-A)$

Solución

$n(\mathcal{P}(A\cap B)) = 128 \Leftrightarrow n(\mathcal{P}(A\cap B)) = 2^7 \Rightarrow n(A\cap B) = 7$

$n(\mathcal{P}(A-B)) = 64 \Leftrightarrow n(\mathcal{P}(A-B)) = 2^6 \Rightarrow n(A-B) = 6$

$n(A) = n(A-B) + n(A\cap B) \Leftrightarrow n(A) = 6+7 \Leftrightarrow n(A) = 13$

$n(A)\times n(B) = 182 \Leftrightarrow 13\times n(B) = 182 \Leftrightarrow n(B) = 14$

$\therefore\ n(B-A) = n(B) - n(A\cap B) \Leftrightarrow n(B-A) = 14-7 \Leftrightarrow \underline{\underline{n(B-A) = 7}}$ //.

3. Dados los conjuntos:

$A = \{x\in \mathbb{Z} / -12 < x+6 < 20\}$

$B = \{x\in \mathbb{Z} / 10 < x^2 < 400\}$

Hallar: $n(A)+n(B)$

Solución

Hallando los cardinales de A y B:

$-12 < x+6 < 20 \Leftrightarrow -18 < x < 14$

$A = \{x\in \mathbb{Z} / -18 < x < 14\}$

$= \{-17, -16, -15, \cdots, 11, 12, 13\} \Rightarrow \underline{\underline{n(A) = 31}}$

$10 < x^2 < 400$

x toma valores negativos y positivos

$B = \{x\in \mathbb{Z} / 10 < x^2 < 400\}$

$= \{\underbrace{-20, -19, -18, \cdots, -6, -5, -4}_{17\text{ negativos}}, \underbrace{4, 5, 6, \cdots, 18, 19, 20}_{17\text{ positivos}}\} \Rightarrow \underline{\underline{n(B) = 34}}$

$\therefore\ \underline{\underline{n(A)+n(B) = 31+34 = 65}}$ //.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dados los conjuntos A y B contenidos en un universo $\mathcal{U}$. ¿A qué es igual:

$$\complement(\complement(\complement(\complement(\complement A \cup B))) \cup \complement(\complement(B-A)) \cup \complement(\complement A \cup \complement B) \; ?$$

2. Dados tres conjuntos A, B, C tales que:

$$A \cap C = \phi$$

$$n[B \cap \complement(A \cup C)] = 8$$

$$n[B \cap (A \cup C)] = 14$$

$$n[(A \cup C) - B] = 10$$

3. Sean los conjuntos:

$$\mathcal{U} = \{x / x \in \mathbb{Z},\ 1 \leq x \leq 9\}$$

$$A = \{2x / x \in \mathbb{Z},\ 1 \leq x \leq 4\}$$

$$B = \{2x-1 / x \in \mathbb{Z},\ 1 \leq x \leq 5\}$$

$$C = \{4, 5, 6\}$$

Hallar un subconjunto N de $\mathcal{U}$ tal que:

$$N \subset C$$
$$N \not\subset A$$
$$N \not\subset B$$

Entonces se puede afirmar que:

a) La solución para "N" es única.
b) Hay exactamente dos soluciones
c) Hay más de tres soluciones
d) Hay exactamente tres soluciones
e) No hay solución

BCC