Sean A, B, C conjuntos.

0 Demostrar: $A \subseteq A, \ \forall A$ (R.A.A)

1)	$\sim (A \subseteq A)$	R.P (Regla de Premisa)
2)	$\sim (x \in A \Rightarrow x \in A)$	Def. "$\subseteq$"(1)
3)	$\sim (\sim x \in A \vee x \in A)$	I.M. (2)
4)	$\sim (\sim x \in A) \wedge \sim x \in A$	L.D. (3)
5)	$x \in A \wedge \sim x \in A$	D.N (4)
6)	$A \subseteq A$	R.A.A (1-5)

2 Demostrar: $A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

p.d.) $A \subseteq C$

1)	$A \subseteq B \wedge B \subseteq C$	R.P
2)	$A \subseteq B$	S(1)
3)	$B \subseteq C$	S(1)
4)	$x \in A \Rightarrow x \in B$	Def. "$\subseteq$" (2)
5)	$x \in B \Rightarrow x \in C$	Def. "$\subseteq$" (3)
6)	$x \in A \Rightarrow x \in C$	S.H (4,5)
7)	$A \subseteq C$	Def. "$\subseteq$"(6)
8)	$A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$	D.C (1-7)

3 Demostrar: $A = A$ (D.C)

1)	$A \neq A$	R.P
2)	$\sim (A \subseteq A \wedge A \subseteq A)$	Def "$=$" (1)
3)	$\sim (A \subseteq A)$	Idempotencia (2)
4)	$\sim (x \in A \Rightarrow x \in A)$	Def "$\subseteq$" (3)
5)	$\sim (\sim x \in A \vee x \in A)$	I.M (4)
6)	$\sim (\sim x \in A) \wedge \sim x \in A$	L.D (5)
7)	$x \in A \wedge \sim x \in A$	D.N (6)
8)	$A = A$	R.A.A (1-7)

4 Demostrar: $A = B \Rightarrow B = A$ (D.C)

p.d.) $B = A$

1)	$A = B$	R.P
2)	$A \subseteq B \wedge B \subseteq A$	Def "$=$" (1)
3)	$B \subseteq A \wedge A \subseteq B$	Conmutatividad (2)
4)	$B = A$	Def "$=$" (3)
5)	$A = B \Rightarrow B = A$	D.C (1-4)

5 Demostrar: $A = B \wedge B = C \Rightarrow A = C$ (D.C)

p.d.) $A = C$

1)	$A = B \wedge B = C$	R.P
2)	$A = B$	S(1)
3)	$B = C$	S(1)
4)	$A \subseteq B \wedge B \subseteq A$	Def "$=$" (2)
5)	$B \subseteq C \wedge C \subseteq B$	Def "$=$" (3)
6)	$A \subseteq B$	S(4)
7)	$B \subseteq C$	S(5)
8)	$A \subseteq B \wedge B \subseteq C$	A (6,7)
9)	$C \subseteq B$	S(5)
10)	$B \subseteq A$	S(4)

6. Demostrar: $\emptyset \subseteq A, \ \forall A$ (R.A.A)

1)	$\sim (\emptyset \subseteq A)$	R.P
2)	$\sim (x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)$	Def "$\subseteq$"(1)
3)	$\sim (\sim x \in \emptyset \vee x \in A)$	I.M (2)
4)	$\sim (\sim x \in \emptyset) \wedge \sim x \in A$	L.D (3)
5)	$x \in \emptyset \wedge \sim x \in A$	D.N (4)
6)	$x \notin \emptyset$	Def "$\emptyset$"
7)	$x \in \emptyset$	S(5)
8)	$x \in \emptyset \wedge x \notin \emptyset$	A(6,7)
9)	$\emptyset \subseteq A$	R.A.A (1-8)

$\emptyset$ es un conjunto vacío, lo que significa que no tiene elementos. Por eso $x \notin \emptyset$

7 Demostrar: $A \subseteq A \cup B$

p.d.) $x \in A \Rightarrow x \in A \cup B$ (D.C) (Def "$\subseteq$")

1)	$x \in A$	R.P
2)	$x \in A \vee x \in B$	L.A (1)
3)	$x \in A \cup B$	Def. "$\cup$" (2)
4)	$x \in A \Rightarrow x \in A \cup B$	D.C (1-3)
5)	$A \subseteq A \cup B$	Def. "$\subseteq$" (4)

12 Demostrar: $A \cup \emptyset = A$

p.d.) $\underbrace{A \cup \emptyset \subseteq A}_{\text{I}} \wedge \underbrace{A \subseteq A \cup \emptyset}_{\text{II}}$

I p.d.) $x \in A \cup \emptyset \Rightarrow x \in A$

1)	$x \in A \cup \emptyset$	R.P
2)	$x \in A \vee x \in \emptyset$	Def "$\cup$" (1)
3)	$x \in A \vee F$	Falso por Def "$\emptyset$" (2)
4)	$x \in A$	Ley de complementación (3)
5)	$x \in A \cup \emptyset \Rightarrow x \in A$	D.C (1-4)
6)	$A \cup \emptyset \subseteq A$	Def "$\subseteq$" (5) ... $\boxed{\text{I}}$

II p.d.) $x \in A \Rightarrow x \in A \cup \emptyset$ (D.C) Def "$\subseteq$"

1)	$x \in A$	R.P
2)	$x \in A \vee x \in \emptyset$	L.A (1)
3)	$x \in A \cup \emptyset$	Def "$\cup$" (2)
4)	$x \in A \Rightarrow x \in A \cup \emptyset$	D.C (1-3)
5)	$A \subseteq A \cup \emptyset$	Def "$\subseteq$"(4) ... $\boxed{\text{II}}$

Por adjunción $\boxed{\text{I}}$ y $\boxed{\text{II}}$

$$A \cup \emptyset \subseteq A \wedge A \subseteq A \cup \emptyset \overset{\text{Def "="}}{\Leftrightarrow} \boxed{A \cup \emptyset = A}$$

Demostrado

23 Demostrar: $A - A = \emptyset$ (R.A.A)

1)	$A - A \neq \emptyset$	R.P
2)	$x \in A - A$	Por (1) "$\neq \emptyset$"
3)	$x \in A \wedge x \notin A$	Def "$-$"(2)
4)	$A - A = \emptyset$	R.A.A (1-3)

Como dice $\neq \emptyset$ significa que el conjunto $A - A$ tiene elementos. Por eso $x \in A - A$

11) $C \subseteq B \wedge B \subseteq A$ — A(9,10)
12) $(x\in A \Rightarrow x\in B) \wedge (x\in B \Rightarrow x\in C)$ — Def "$\subseteq$" (8)
13) $(x\in C \Rightarrow x\in B) \wedge (x\in B \Rightarrow x\in A)$ — Def "$\subseteq$" (11)
14) $(x\in A \Rightarrow x\in C)$ — S.H (12)
15) $(x\in C \Rightarrow x\in A)$ — S.H (13)
16) $(x\in A \Rightarrow x\in C) \wedge (x\in C \Rightarrow x\in A)$ — A(14,15)
17) $A \subseteq C \wedge C \subseteq A$ — Def "$\subseteq$" (16)
18) $A = B$ — Def "=" (17)
19) $A=B \wedge B=C \Rightarrow A=C$ — D.C (1-18)

(34) Demostrar: $A \Delta \varnothing = A$

p.d.) $\underbrace{A\Delta\varnothing \subseteq A}_{\text{I}} \wedge \underbrace{A \subseteq A\Delta\varnothing}_{\text{II}}$

I $x\in A\Delta\varnothing \Rightarrow x\in A$ (D.C) — Def "$\subseteq$"

1) $x\in A\Delta\varnothing$ — R.P
2) $x\in (A-\varnothing)\cup(\varnothing-A)$ — Def "Δ" (1)
3) $x\in A-\varnothing \vee x\in\varnothing-A$ — Def "$\cup$" (2)
4) $(x\in A \wedge \underbrace{x\notin\varnothing}) \vee (\underbrace{x\in\varnothing} \wedge x\notin A)$ — Def "$-$" (3)
5) $(x\in A \wedge V) \vee (F \wedge x\notin A)$ — Def "$\varnothing$" (4)
6) $x\in A \vee F$ — Ley de Identidad (5)
7) $x\in A$ — Ley de Identidad (6)
8) $x\in A\Delta\varnothing \Rightarrow x\in A$ — D.C (1-7)
9) $A\Delta\varnothing \subseteq A$ — Def "$\subseteq$" (8)

$x\notin\varnothing \Leftrightarrow V$ — verdadero, porque $\varnothing$ no tiene elementos
$x\in\varnothing \Leftrightarrow F$ — falso, porque $\varnothing$ no tiene elementos

II p.d.) $x\in A \Rightarrow x\in A\Delta\varnothing$

1) $x\in A$ — R.P
2) $x\in A \vee F$ — Ley de Identidad (1)
3) $(x\in A \wedge V) \vee (F\wedge x\notin A)$ — Ley de Identidad (2)
4) $(x\in A \wedge x\notin\varnothing) \vee (x\in\varnothing \wedge x\notin A)$ — Def "$\varnothing$" (3)
5) $x\in A-\varnothing \vee x\in\varnothing - A$ — Def "$-$" (4)
6) $x\in (A-\varnothing)\cup(\varnothing-A)$ — Def "$\cup$" (5)
7) $x\in A\Delta\varnothing$ — Def "Δ" (6)
8) $x\in A \Rightarrow x\in A\Delta\varnothing$ — D.C (1-8)
9) $A \subseteq A\Delta\varnothing$ — Def "$\subseteq$"

$x\in A \wedge V \Leftrightarrow x\in A$ — "Verdadero" neutro en la conjunción
$x\notin A \wedge F \Leftrightarrow F$ — Al adicionar $x\notin A$ al valor de verdad falso no le afecta

Lo mismo que está explicado en la primer parte de este ejercicio I

Por adjunción I y II

$$A\Delta\varnothing \subseteq A \wedge A\subseteq A\Delta\varnothing \overset{\text{Def "="}}{\Leftrightarrow} \boxed{A\Delta\varnothing = A}$$

Demostrado

Tipos de demostración

- Condicional $(\rightarrow)$
  - Suponer el antecedente (R.P)
  - Deducir el consecuente.
  - D.C. desde la premisa añadida hasta el consecuente encontrado.
- Indirecta o R.A.A (reducción al absurdo)
  - Negar lo que se quiere demostrar (R.P.)
  - Deducir una contradicción cualquiera.
  - Establecer lo que se quería demostrar