

Alfabeto

Palabras

$$\Sigma_1^* \longleftarrow \Sigma_1 = \{a, b\} \rightarrow |aabb| = 4$$

$$\Sigma_2 = \{0, 1\} \rightarrow |11101| = 5$$

$$\Sigma_3 = \{x, y, z\} \rightarrow |zzz| = 3$$

$$\Sigma_4 = \{Pan, Pen, Pin, Pon, Pün\} \rightarrow |PonPonPon| = 9$$

$$L \subseteq \Sigma_0^* \longleftarrow \Sigma_0 = \{a, \dots, z\} \rightarrow |hola| = 5$$

Lenguajes

$$\Sigma^* =$$

$$L \subseteq \Sigma^*$$

- Comprensión $\rightarrow \{x/x \text{ es vocal}\}$
- Extensión $\rightarrow \{a, e, i, o, u\}$

Demstraciones

- Demostración Condicional
- RAA
- Inducción

• Demostración Condicional

Cuando veamos (\Rightarrow)

• RAA

Cuando veamos \exists

• Inducción

Cuando veamos $\forall: w \in \Sigma^*$

$$\textcircled{2} \underbrace{A \subseteq B}_A \Rightarrow \underbrace{A \cup B}_C = B$$

$$\text{PD: } A \cup B = B$$

$$\text{PD: } \underbrace{A \cup B \subseteq B}_{\textcircled{I}} \wedge \underbrace{B \subseteq A \cup B}_{\textcircled{II}}$$

$$\textcircled{I} \text{ PD: } w \in (A \cup B) \Rightarrow w \in B$$

$$1) w \in (A \cup B) \dots \dots \dots \text{RP}$$

$$2) A \subseteq B \dots \dots \dots \text{RP}$$

$$3) w \in A \Rightarrow w \in B \dots \dots \text{Def "}\subseteq\text{"}$$

$$4) w \in A \vee w \in B \dots \dots \text{Def "}\cup\text{"}$$

$$5) w \in B \vee w \in B \dots \dots (3)$$

$$6) w \in B \dots \dots \dots (5) 5$$

$$7) w \in (A \cup B) \Rightarrow w \in B \dots \text{DC(1,6)}$$

$$8) A \cup B \subseteq B \dots \dots \text{Def "}\subseteq\text{"}$$

$$\textcircled{II} \text{ PD: } w \in B \Rightarrow w \in (A \cup B)$$

$$1) w \in B \dots \dots \dots \text{RP}$$

$$2) A \subseteq B \dots \dots \dots \text{RP}$$

$$3) w \in A \Rightarrow w \in B \dots \dots \text{Def "}\subseteq\text{"}$$

$$4) w \in B \vee w \in A \dots \dots \text{LA(1)}$$

$$5) w \in A \vee w \in B \dots \dots \text{comm(4)}$$

$$6) w \in (A \cup B) \dots \dots \text{Def "}\cup\text{"}$$

$$7) w \in B \Rightarrow w \in (A \cup B) \dots \text{DC(1,6)}$$

$$8) B \subseteq A \cup B \dots \dots \text{Def "}\subseteq\text{"}$$

$$\therefore A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$A = B$$

$$A \subseteq B \wedge B \subseteq A$$

$$A = B = C$$

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} A \subseteq B \\ \textcircled{2} B \subseteq C \\ \textcircled{3} C \subseteq A \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{transitivity} \\ A = B = C \end{array}$$

$$(A^c)^c = A$$

$$PD: \underbrace{(A^c)^c \subseteq A}_{\textcircled{1}} \wedge \underbrace{A \subseteq (A^c)^c}_{\textcircled{2}}$$

$$\textcircled{1} PD: w \in (A^c)^c \Rightarrow w \in A$$

$$1) w \in (A^c)^c \dots \dots \dots RP$$

$$2) w \notin A^c \dots \dots \dots \text{Def "c"}$$

$$3) w \in A \dots \dots \dots \text{Def "c"}$$

$$4) w \in (A^c)^c \Rightarrow w \in A \dots \text{DC (1,3)}$$

$$5) (A^c)^c \subseteq A \dots \dots \dots \text{Def "}\subseteq\text{"}$$

$\textcircled{2}$

$$PD: w \in A \Rightarrow w \in (A^c)^c$$

$$1) w \in A \dots \dots \dots RP$$

$$2) w \notin A^c \dots \dots \dots \text{Def "c"}$$

$$3) w \in (A^c)^c \dots \dots \dots \text{Def "c"}$$

$$4) w \in A \Rightarrow w \in (A^c)^c \dots \dots \dots \text{Def "}\Rightarrow\text{"}$$

$$5) A \subseteq (A^c)^c \dots \dots \dots \text{Def "}\subseteq\text{"}$$

$$\therefore (A^c)^c = A$$

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

$$A = \{x / \underline{e \text{ vocal}}\}$$

Inducción

1. Definir L

2. Demostrar

$$\begin{cases} \lambda \in L \checkmark \\ w \in L \wedge a \in \Sigma \Rightarrow wa \in L \checkmark \end{cases}$$

3. Concluir

Demostrar: sean $x, y \in \Sigma^*$

$$(xy)^1 = y^1 x^1$$

$$1. L = \{w \in \Sigma^* / (xw)^1 = w^1 x^1\}$$

$$2. \lambda \in L \checkmark$$

$$(x\lambda)^1 = \lambda^1 = \lambda^1 x^1 = \lambda^1 \cdot x^1 \checkmark$$

$$w \in L \checkmark$$

$$(x(wa))^1 = ((xw)a)^1 = a(xw)^1 = a w^1 x^1 = (aw)^1 x^1 = (wa)^1 x^1$$

$$3. L = \Sigma^*$$

$$\begin{cases} \lambda^1 = \lambda \\ (wa)^1 = aw^1 \end{cases}$$

$$4) (A \cup B)C = AC \cup BC$$

$$\underbrace{(A \cup B)C \subseteq AC \cup BC}_{\textcircled{I}} \wedge \underbrace{AC \cup BC \subseteq (A \cup B)C}_{\textcircled{II}}$$

$$\textcircled{I} \text{ PD: } w \in (A \cup B)C \Rightarrow w \in (A \cup BC)$$

$$1) w \in (A \cup B)C \dots\dots\dots \text{RP}$$

$$2) w = xy: x \in (A \cup B) \wedge y \in C \dots\dots \text{Def "Concat"}$$

$$3) w = xy: x \in A \vee x \in B \wedge y \in C \dots\dots \text{Def "U"}$$

$$4) w = xy: (x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C \dots\dots \text{Asociatividad}$$

$$5) w = xy: (x \in A \wedge y \in C) \vee (x \in B \wedge y \in C) \dots\dots \text{Distributividad}$$

$$6) w \in (AC) \vee w \in (BC) \dots\dots \text{Def "Concat"}$$

$$7) w \in AC \cup BC \dots\dots \text{Def "U"}$$

Sea $A, B \subseteq \Sigma^*$
demostrar:

① $A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$
② $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

$$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$$

$$\text{PD: } A - B = \emptyset$$

1. Negar lo que se quiere demostrar
2. Contradicción
3. Establecer

RAA

1) $A - B \neq \emptyset$ ----- RP

2) $A \subseteq B$ ----- RP

3) $\exists w \in (A - B)$ ----- (1)

4) $w \in A \wedge w \notin B$ ----- Def " - "

5) $w \in A \Rightarrow w \in B$ ----- Def " \subseteq "

6) $w \in A$ ----- S(4)

7) $w \notin B$ ----- S(4)

8) $w \notin A$ ----- MT(5, 7)

2) 9) $w \in A \wedge w \notin A$ ----- A(6, 8)

3) 10) $A - B = \emptyset$ ----- RAA(1, 9)