INFERENCIA LÓGICA (RAZONAMIENTO, ARGUMENTO, DEDUCCIÓN O ARGUMENTO LÓGICO)

Uno de los objetivos de importancia de la lógica es la inferencia o deducción de conclusiones a partir de un conjunto de premisas.

Sean $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_K (k \geq 1)$ y Q proposiciones cualesquiera, simples o compuestas. Se llama inferencia lógica (argumento o razonamiento lógico), toda aseveración de que un conjunto finito $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_K$ de proposiciones originan como consecuencia otra proposición final Q.

Las proposiciones P_i y Q son llamadas **premisas** y **conclusión**, respectivamente.

Premisa. Es la proposición inicial que se conoce o se supone verdadera, sobre la cual se basa el razonamiento.

Conclusión. Es la proposición inferida o deducida.

Notaciones.

Notación horizontal: $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_k \vdash Q$

Notación vertical:

$$\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{P_K} \\ Q \end{array}$$

Inferencia válida.

Se dice que la inferencia $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_k \vdash Q$ es válida si la conclusión Q es verdadera, siempre que las premisas $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_k$ son verdaderas. En otras palabras se dice que la inferencia $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_k \vdash Q$ es válida, si la condicional $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge, \ldots, \wedge P_k) \rightarrow Q$, es una tautología.

Reglas de inferencia.

Se denominan reglas de inferencia a todas aquellas que facilitan el paso de las premisas $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_k$ a la conclusión Q.

Algunas de las reglas de inferencia más utilizadas son:

1. Modus ponendo ponens (MP).

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{p \qquad\quad} \\ q \end{array}$$

2. Modus tollendo tollens (MT).

$$\frac{\begin{array}{l} p \to q \\ \sim q \end{array}}{\sim p}$$

3. **Modus tollendo ponens (MTP)**.

$$\frac{\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim q \end{array}}{p} \quad \text{o} \quad \frac{\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \end{array}}{q}$$

4. **Doble negación (DN)**.

$$\frac{p}{\sim(\sim p)} \quad \text{o} \quad \frac{\sim(\sim p)}{p}$$

5. **Regla de simplificación (S)**.

$$\frac{p \wedge q}{p} \quad \text{o} \quad \frac{p \wedge q}{q}$$

6. **Regla de adjunción (A)**.

$$\frac{\begin{array}{l} p \\ q \end{array}}{p \wedge q}$$

7. **Ley del silogismo hipotético (SH)**.

$$\frac{\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \end{array}}{p \to r}$$

8. **Ley de adición (LA)**.

$$\frac{p}{p \vee q}$$

9. **Leyes de De Morgan (LD)**.

a. $$\frac{\sim(p \wedge q)}{\sim p \vee \sim q}$$

b. $$\frac{\sim(p \vee q)}{\sim p \wedge \sim q}$$

c. $$\frac{\sim p \vee \sim q}{\sim(p \wedge q)}$$

d. $$\frac{\sim p \wedge \sim q}{\sim(p \vee q)}$$

10. <u>**Ley de simplificación disyuntiva (LSD)**</u>.

$$\frac{p \vee p}{p}$$

11. <u>**Ley del silogismo disyuntivo (SD)**</u>.

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \rightarrow r \\ q \rightarrow s \end{array}}{r \vee s}$$

12. <u>**Leyes conmutativas (LC)**</u>.

a. $$\frac{p \wedge q}{q \wedge p}$$

b. $$\frac{p \vee q}{q \vee p}$$

13. <u>**Leyes de las proposiciones bicondicionales (LB)**</u>.

a. $$\frac{p \leftrightarrow q}{p \rightarrow q}$$

b. $$\frac{p \leftrightarrow q}{q \rightarrow p}$$

c.

$$\frac{p \leftrightarrow q}{(p \to q) \wedge (q \to p)}$$

d.

$$\begin{array}{c} p \to q \\ q \to p \\ \hline p \leftrightarrow q \end{array}$$

14. **Regla de dilema destructivo (DD)**.

$$\begin{array}{c} \sim r \vee \sim s \\ p \to r \\ q \to s \\ \hline \sim p \vee \sim q \end{array}$$

15. **Regla de absorción (RA)**.

$$\frac{p \to q}{p \to (p \wedge q)}$$

16. **Implicación material (IM)**.

$$\frac{p \to q}{\sim p \vee q} \quad \text{o} \quad \frac{\sim p \vee q}{p \to q}$$

17. **Regla de premisas (P)**.
Esta regla permite introducir una nueva premisa, siendo ésta proposición simple o compuesta en cualquier punto de la deducción, siempre que sea necesario.

MÉTODOS DE DEMOSTRACIÓN

1. ***Demostración directa.***

   Consiste en deducir la conclusión final, después de algunas deducciones previas; para cada una de estas últimas se utilizan razonamientos válidos sencillos, que se conocen con el nombre de reglas de inferencia.

Ejemplo.

Demostrar la validez del siguiente razonamiento:

$p \to \sim q$, $(p \wedge r) \vee s$, $s \to (t \vee u)$, $\sim t \wedge \sim u \vdash \sim q$

Demostración.

Demostrar: $\sim q$

(1) $p \to \sim q$ P

(2) $(p \wedge r) \vee s$ P

(3) $s \to (t \vee u)$ P

(4) $\sim t \wedge \sim u$ P

(5) $\sim (t \vee u)$ LD 4

(6) $\sim s$ MT 3, 5

(7) $p \wedge r$ MTP 2, 6

(8) p S 7

(9) $\underline{\underline{\sim q}}$ MP 1, 8

<u>Demostración condicional (DC)</u>.

La demostración condicional es un método muy útil para demostrar la validez de un argumento y es aplicable sólo si la conclusión es una proposición condicional.

Una estrategia a seguir en este tipo de demostraciones es como sigue:

(1) Mediante el uso de la regla de premisa, se añade al conjunto de premisas originales, el antecedente de la conclusión deseada, ubicándolo varios espacios a la derecha.
(2) Haciendo uso de las reglas de inferencia, se deduce el consecuente de la condicional, a partir del conjunto de premisas, más la premisa añadida.
(3) Utilizando la regla de demostración condicional (DC), se forma la proposición condicional con antecedente la premisa añadida; y el consecuente la proposición deducida recorriéndola a la izquierda (vuelve a la demostración principal)

<u>Observación</u>. La parte de la demostración que se recorre varios lugares hacia la derecha, recibe el nombre de "demostración subordinada" y ésta termina sólo si se aplica la regla DC.

<u>Ejemplo</u>.

Demostrar: $r \to p$

(1) $q \vee (r \to t)$		P
(2) $q \to s$		P
(3) $\sim s \to (t \to p)$		P
(4) $\sim s$		P
(5)	r	P (RP)
(6)	$\sim q$	MT 2, 4
(7)	$r \to t$	MTP 1, 6
(8)	t	MP 5, 7
(9)	$t \to p$	MP 3, 4
(10)	p	MP 8, 9
(11) $\underline{\underline{r \to p}}$		DC 5 – 10

<u>Demostración indirecta o por reducción al absurdo (RAA)</u>.

Es un método utilizado con frecuencia en la demostración de la validez de un razonamiento lógico.

Los pasos que se siguen en una demostración indirecta son los siguientes:

(1) Asumir como verdadera la negación de la conclusión e introducir ésta como una nueva premisa (premisa añadida).
(2) De las premisas dadas más la premisa añadida se deberá deducir una contradicción cualquiera.
(3) Haciendo uso de la regla de reducción al absurdo (RAA), se niega la premisa añadida, para de esta manera obtener la conclusión deseada, como una inferencia lógica de las premisas originales.

<u>Ejemplo</u>.

Demostrar: $\sim s$

(1) $\sim q \rightarrow r$		P
(2) $\sim (p \wedge q)$		P
(3) $\sim p \rightarrow r$		P
(4) $s \rightarrow \sim r$		P
(5)	s	P (RP)
(6)	$\sim r$	MP 4, 5
(7)	p	MT 3,6
(8)	$\sim p \vee \sim q$	LD 2
(9)	$\sim q$	MTP 7, 8
(10)	r	MP 1, 9
(11)	$r \wedge \sim r$	A 6, 10
(12) $\underline{\underline{\sim s}}$		RAA 5 - 11

PRÁCTICO N° 2.

1. Demostrar por el método que se pueda, lo siguiente:

    a. Demostrar: r

    (1) $q \to p$
    (2) $\sim q \to \sim(\sim r)$
    (3) $\sim p$

    b. Demostrar: p

    (1) $\sim q \vee p$
    (2) $\sim q \to t$
    (3) $\sim t$

    c. Demostrar: $q \vee \sim p$

    (1) r
    (2) $\sim q \to \sim r$

    d. Demostrar: $\sim(\sim q \wedge p)$

    (1) $(p \wedge \sim q) \to \sim r$
    (2) $s \to r$
    (3) $s \wedge t$

    e. Demostrar: $\sim(a = 6 \wedge b = 5)$
    (1) $b \neq 4$
    (2) $a + b = 9 \to b = 4$
    (3) $a + b = 9 \vee a \neq 6$

2. Demostrar formalmente la validez de cada uno de los siguientes argumentos:

    a. Si los precios no son altos, entonces los salarios son ínfimos.
    Los precios no son altos o no hay control de precios.
    Hay inflación cuando no hay control de precios.
    No hay inflación.
    Por tanto, los salarios son ínfimos.

    b. José es culpable o Pablo está diciendo la verdad.
    Pablo no está diciendo la verdad.
    Luego, José es culpable.

    c. Si los ingresos aumentan, la compra de los consumidores aumenta.
    Cuando los consumidores compran más, los hombres de negocios invierten más.
    Luego, los hombres de negocios invierten más, si los ingresos aumentan.

    d. Si el alumno atiende, mejorará sus habilidades.
    Si el alumno piensa, resolverá sus problemas.
    El alumno no mejorará sus habilidades a menos que no resuelva sus problemas.
    Por tanto, el alumno no atiende, si piensa.