V. A. Discretas

Ejercicio 1.

Solución:

a) $\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$

$$\underbrace{P(x_1=0)}_{0,1} + \underbrace{P(X_2=1)}_{0,3} + \underbrace{P(X_3=2)}_{0,4} + \underbrace{P(X_4=3)}_{K} + \underbrace{P(X_5=4)}_{0,05} + \underbrace{P(X_6=5)}_{0,05}$$

$$0,9 + K = 1$$

$$K = 1 - 0,9$$

$$\boxed{K = 0,10}$$ //

b) • $P(X \leq 4,5) = \underbrace{P(X_1=0)}_{0,1} + \underbrace{P(X_2=1)}_{0,3} + \underbrace{P(X_3=2)}_{0,4} + \underbrace{P(X_4=3)}_{0,10} + \underbrace{P(X_5=4)}_{0,05}$

$$\boxed{P(X \leq 4,5) = 0,95}$$ //

• $P(X>1) = \underbrace{P(X_3=2)}_{0,4} + \underbrace{P(X_4=3)}_{0,10} + \underbrace{P(X_5=4)}_{0,05} + \underbrace{P(X_6=5)}_{0,05}$

$$\boxed{P(X>1) = 0,60}$$ //

• $P(1<x\leq 3) = \underbrace{P(X_3=2)}_{0,4} + \underbrace{P(X_4=3)}_{0,10}$

$$\boxed{P(1<X\leq 3) = 0,50}$$ //

• $P(1\leq x \leq 3) = \underbrace{P(X_2=1)}_{0,3} + \underbrace{P(X_3=2)}_{0,4} + \underbrace{P(X_4=3)}_{0,10}$

$$\boxed{P(1\leq X\leq 3) = 0,80}$$ //

Ejercicio 2.

Solución

a) $\sum_{i=1}^{n} P(X_i)$

$\underbrace{P(X_1)}_{K(1)} + \underbrace{P(X_2)}_{K(2)} + \underbrace{P(X_3)}_{K(3)} + \underbrace{P(X_4)}_{K(4)} + \underbrace{P(X_5)}_{K(5)} = 1$

$K15 = 1$

$\boxed{K = \frac{1}{15}}$ //

b) $P(X>2) = \underbrace{P(X_3)} + \underbrace{P(X_4)} + \underbrace{P(X_5)}$

$= \frac{1}{15}(3) + \frac{1}{15}(4) + \frac{1}{15}(5) = \frac{45+60+75}{15} = \frac{\cancel{180}^{\cancel{60}\ 12}}{\cancel{15}_{\cancel{5}\ 1}}$

$\boxed{P(X>2) = 12}$ //

c) $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P(x_i)$

$= 1\left(\frac{1}{15}\right)\cdot 1 + 2\left(\frac{1}{15}\right)\cdot 2 + 3\left(\frac{1}{15}\right)3 + 4\left(\frac{1}{15}\right)\cdot 4 + 5\left(\frac{1}{15}\right)5$

$= \frac{1}{15} + \frac{4}{15} + \frac{9}{15} + \frac{16}{15} + \frac{25}{15} = \frac{1+4+9+16+25}{15} = \frac{\cancel{55}^{11}}{\cancel{15}_{3}}$

$\boxed{E(X) = \frac{11}{3}}$ //

b) $\bullet\; P(x<2) = \underbrace{P(X_1=0)}_{0,1} + \underbrace{P(X_2=1)}_{0,3}$

$$= \boxed{P(x<2) = 0,4}\;//$$

$\bullet\; P(X \geq 3) = \underbrace{P(X_4=3)}_{0,10} + \underbrace{P(X_5=4)}_{0,05} + \underbrace{P(X_6=5)}_{0,05}$

$$\boxed{P(X \geq 3) = 0,20}\;//$$

$\bullet\; P(x \leq 1) = \underbrace{P(X_1=0)}_{0,1} + \underbrace{P(X_2=1)}_{0,3}$

$$\boxed{P(X \leq 1) = 0,40}\;//$$

c) $E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i * P(x_i)$

$= X_1 * P(X_1) + X_2 * P(X_2) + X_3\, P(X_3) + X_4\, P(X_4) + X_5\, P(X_5) + X_6\, P(X_6)$

$= 0 \cancel{* 0,1} + 1 * 0,3 + 2 * 0,4 + 3 * 0,10 + 4 * 0,05 + 5 * 0,05$

$= 0,3 + 0,8 + 0,3 + 0,20 + 0,25$

$$\boxed{E(x) = 1,85}\;//$$

$$Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$E(x^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \, P(x_i)$$

$$= 1^2\left(\frac{1}{15}\right)1 + 2^2\left(\frac{1}{15}\right)2 + 3^2\left(\frac{1}{15}\right)3 + 4^2\left(\frac{1}{15}\right)4 + 5^2\left(\frac{1}{15}\right)5$$

$$= \frac{1}{15} + \frac{8}{15} + \frac{27}{15} + \frac{64}{15} + \frac{125}{15} = \frac{\cancel{225}^{\cancel{75}^{15}}}{\cancel{15}_{\cancel{5}_{1}}}$$

$$E(x^2) = 15$$

$$Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = 15 - \left(\frac{11}{3}\right)^2 = 15 - \frac{121}{9} = \frac{135-121}{9} = \frac{14}{9}$$

$$\boxed{Var(x) = 1{,}53} \; //$$

d) $E(y)$ si $y = 2x+1$

$E(y)$ ---- Reemplazando

$= E(2x+1)$ ---- $E(x+a) = E(x) + a$

$= E(2x) + 1$ ---- $E(ax) = a\,E(x)$

$= 2\,E(x) + 1$ --- Reemplanza la $E(x) = \frac{11}{3}$

$= 2\left(\frac{11}{3}\right) + 1$ --- Operando

$= \frac{22}{3} + 1 = \frac{22+3}{3} = \frac{25}{3}$

$$\boxed{E(y) = 8{,}34} \; //$$

Ejercicio 3.

Solución

$X = [1,2,3,4,5,6]$

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i\, P(x_i)$$

$$= 1\left(\frac{1}{6}\right) + 2\left(\frac{1}{6}\right) + 3\left(\frac{1}{6}\right) + 4\left(\frac{1}{6}\right) + 5\left(\frac{1}{6}\right) + 6\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6} = \frac{\cancel{21}^{7}}{\cancel{6}_{2}} = 3,5$$

$$\boxed{E(x) = 3,5}$$ //

Ejercicio 4.

Solución.

1. $P(X_i) \geq 0$. Debido a x^2, lo cual siempre será positivo
2. $\sum_{i=1}^{n} P(X_i) = 1$

$$\frac{1^2+5}{50} + \frac{2^2+5}{50} + \frac{3^2+5}{50} + \frac{4^2+5}{50} = 1$$

$$\frac{6}{50} + \frac{9}{50} + \frac{14}{50} + \frac{21}{50} = 1$$

$$\frac{\cancel{50}}{\cancel{50}} = 1$$

$$\boxed{1 = 1}$$ //

Ejercicio 5.

solución.

a) 1. No existe la probabilidad de obtener negatividad, ya que sus posibles valores sera:

$x = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, donde x_i son los números de hijos por familia.

V.A. Interes: Número de hijos por familia

b)

V.A. Interes: La distancia desde el centro del blanco hasta el punto de la bala

$X = \{0, 1\}$, donde X_i son los posibles valores de impacto en distancia

$\therefore$ Puede tomar infinitos valores dentro el intervalo $[0, 1]$, dando como conclusión V.A. Continua.