Contents

[Conjuntos Finitos e Infinitos. 1](#_Toc206838795)

[Equivalencia. 1](#_Toc206838796)

[Conjunto Finito. 2](#_Toc206838797)

[Cardinalidad. 2](#_Toc206838798)

[Conjunto Infinito. 2](#_Toc206838799)

[Conjunto Contablemente Infinito. 2](#_Toc206838800)

[Conjunto Incontable. 2](#_Toc206838801)

[Conjunto Contable. 2](#_Toc206838802)

[Principio de las casillas. 3](#_Toc206838803)

[Conjunto Potencia. 3](#_Toc206838804)

[Teorema. 4](#_Toc206838805)

PROGRAMA

1. INTRODUCCION
2. MODULO
3. MAQUINA
4. GRAMATICA
5. MAQUINA DE TURING

BIBLIOGRAFIA: Teoria de la computacion

PONDERACION

Examen 1, 2 40 %

Examenes Practicos 20%

Examen Final 40%

# Conjuntos Finitos e Infinitos.

Cardinalidad de conjunto es numero de elementos. Ejemplo:



# Equivalencia.

Dos conjuntos A y B son equivalentes si y solo si que existe una función biyectiva f: AB. Ejemplo:

A = {7, rojo, {b}}; B = {2, 4, 6}

¿A y B son equivalentes?

Solucion:

Imagen A

Imagen B

Si es biyectiva. No es biyectiva

f: AB

f(7) = 6

f(rojo) = 4

f({b}) = 6

Dado 2 elementos diferentes su imagen debe ser distinto, entonces se llamará **INYECTIVA:** X1 ≠ X2  f(X1) ≠ f(X2)

Cualquier elemento B tiene su preimagen A, entonces se llamará **SUBYECTIVA:**  y ∈ B, ∃ x ∈ A tal que f(x) = y

Si no se cumple la Subyectiva, no se cumple la Biyectiva, ejemplo:

A = {7, rojo, {b}}; B = {2, 4, 6, 8}

∴ A cada elemento de A no tiene su preimagen en B

¿El conjunto de los múltiplos de 17 y el Conjunto de los cuadrados perfectos son equivalentes?

Ejemplo:

A: multiplo de 17

B: cuadrado perfecto

Solucion:

f(17) = n2 A f B

Es Biyectiva

A y B son equivalentes

# Conjunto Finito.

Sea In  = {1, 2, 3, …, n} ; n ∈ N

Un conjunto A es finito si es equivalente con In.

Ejemplo: A = {7, rojo, {b}}; ¿A es finito?

Respuesta. A es finito ya que es equivalente con In

Ejemplo: Conjunto de estudiantes presentes en la sala, ¿es finito?

Solucion:

I33 = {1, 2, 3, …, 33}

f: I33  E //E = finito

1 → Jhon

2 → Maria

. A cada estudiante le pertenece un nombre

.

33 → Carlos

# Cardinalidad.

Si A y In son equivalentes entonces se dice que n es la cardinalidad de A y se denota por: |A| = n

Ejemplo: Cardinalidad de estudiantes presentes

Respuesta. |A| = 33 estudiantes

# Conjunto Infinito.

Un conjunto es infinito si no es Finito

Ejemplo: R, N, Z //Numeros reales, naturales y enteros

**Nota**. Cuadrados perfectos y múltiplos de 17 son equivalentes. NO todos los conjuntos infinitos son equivalentes.

# Conjunto Contablemente Infinito.

Un conjunto es contablemente infinito si es equivalente con N.

# Conjunto Incontable.

Se dice que un conjunto es incontable si no es contable.

# Conjunto Contable.

Se dice que un conjunto es contable si es finito o contablemente infinito.

Ejemplo: Sea A = {2, 4, 6, 8}; B = {Luis, Daniel, Maria}, Construir una función f: A → , tal que f sea inyectiva.

Solucion:

A f B

**Inyectiva**. Dado 2 elementos del dominio sus

Imágenes deben ser distintos.

f: A →B

f(2) = Luis

f(4) = Daniel

f(6) = Maria //no

f(8) = Maria //no

∴ No es inyectiva

# Principio de las casillas.

Si A y B son conjuntos finitos no vacíos y |A| > |B| entonces no existe f: A→B tal que f sea inyectiva.

Ejemplo: A = {2,4} B = {1,2,3}

2 elementos **>** 3 elementos

∴ No es inyectiva

# Conjunto Potencia.

Es el conjunto de los subconjuntos de A. ¿Dónde encontramos los conjuntos A? En el conjunto Potencia.

Ejemplo: A = {3, 6} //22 = 4

1. 2A
2. ¿Es 2A finito?, Justificar 2A = P(A)

Solucion:

I4 f 2A

f: I4 →2A

f(1) = ∅

f(2) = {3, 6} f es biyectiva

f(3) = {3}

f(4) = {6}

**2A = {∅, {3, 6}, {3}, {6}}**

∴ I5 y 2A son equivalentes

Resp. 2A es finito.

Ejemplo: A = {1, 2, 3} //23 = 8

1. 2A
2. ¿Es 2A finito?

Solucion:

I8 f 2A

f: I5 →2A

f(1) = ∅

f(2) = {1, 2, 3}

f(3) = {1}

f(4) = {2} f es biyectiva

f(5) = {3}

f(6) = {1, 2}

f(7) = {1, 3}

f(8) = {2, 3}

**2A = {∅, {1, 2, 3}, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}}**

S1 S2 S3  S4 S5 S6 S7  S8

∴ I8 y 2A son equivalentes

Resp. 2A es finito.

Ejemplo: A = {1, 2, 3, a}; A = N

1. 2A
2. ¿Es 2A finito?

Solucion:

//24 = 16

Solucion:

I16 f 2A

f: I16 →2A

f(1) = ∅

f(2) = {1, 2, 3, a}

f(3) = {1}

f(4) = {2}

f(5) = {3}

f(6) = {a}

f(7) = {1, 2}

f(8) = {1, 3}

f(9) = {2, 3} f es biyectiva

f(10) = {1, a}

f(11) = {2, a}

f(12) = {3, a}

f(13) = {1, 2, a}

f(14) = {1, 3, a}

f(15) = {2, 3, a}

f(16) = {1, 2, 3}

∴ I16 y 2A son equivalentes

Resp. 2A es finito.

# Teorema.

El conjunto 2N es INCONTABLE

PRUEBA.

Haremos por reducción al absoluto, pasos a realzar:

* **Negar lo que quiero demostrar.**

Supongamos que 2N es Contable, es decir 2N es *Contablemente infinito*. Por tanto 2N es equivalente con N

Luego existe: f: N → 2N tal que f(i) = Si  i ∈ N y es biyectiva

f(1) = {10, 100, 32}

f(2) = {1, 3, 5, 7, 9}

.

.

Construimos el conjunto D = {n ∈ N} / n ∉ Sn}

2N = {{10, 100, 32}, {1, 3, 5, 7, 9}, ...}

S1 S2

1 ∉ {10, 100, 32} 2 ∉ {1, 3, 5, 7, 9}

D = {1, 2, ...}

Luego D = Sk para algún K ∈ N

¿La pregunta es K ∈ Sk ?

Supongamos que **SI** Supongamos que **NO**

K ∈ SK ⇒ K ∉ D ⇒ K ∉ SK K ∉ SK ⇒ K ∈ D ⇒ K ∈ SK

∴ 2N es CONTABLE

f: A → P //potencia

f: B → A //biyectiva

f: N → 2N //naturales

f: 2N → N, si 2N > N, estonces NO existe una funcion INYECTIVA