Conteúdo

Capítulo 1

Parte I

1.1 Análise do problema

O objetivo da primeira parte corresponde a modelar a gestão de inventário para a empresa fictícia W&W, através da aplicação da política de gestão de inventários do tipo Nível de Encomenda. Esta empresa armazena o *stock* comprado ao fabricante no seu armazém central, que por sua vez o distribui por três lojas para venda ao público. O armazém e as lojas operam de forma diferente, facto que requere a criação de um modelo diferente para cada tipo de entidade.

1.1.1 Pressupostos assumidos

Considerando que a falta de *stock* numa loja resulta na perda do lucro associado á venda do artigo, ou seja, a diferença entre o preço de venda ao cliente final e o preço de aquisição ao fabricante. Consequentemente, foi assumido que o custo de quebra nas lojas é igual á margem de lucro perdida na venda de cada artigo.

A margem de lucro em cada artigo vendido é também o custo de quebra assumido para o armazém, pois este distribui o *stock* da empresa pelas três lojas de venda ao público. A quebra de *stock* no armazém irá inevitavelmente interromper o fornecimento de artigo ás lojas, causando a perda de vendas, e do lucro associado.

A taxa de procura para o armazém não está especificada no enunciado. No entanto, a taxa de procura diária de cada uma das três lojas cujo *stock* provem do armazém segue uma distribuição uniforme, entre 0 a 5 unidades. Considerando este facto, é plausível assumir que a procura diária para o armazém é igual á soma da procura nas três lojas de que o armazém fornece.

É também conveniente considerar que os artigos comercializados por a W&W não requerem nenhuma atenção especial do ponto de vista logístico. Num caso real, as propriedades inerentes a cada artigo podem levantar dificuldades operacionais, ou até mesmo tornar certas políticas de gestão inventário impraticáveis.

Por fim, apesar de todas as distribuições usadas na parte I do trabalho serem uniformes, assumimos, segundo as indicações do enunciado, que todas as variáveis `DDLT` seguem leis Normais.

1.1.2 Cálculos

Para modelar a gestão de inventário da empresa W&W, será necessário determinar a quantidade de encomenda q, e o nível de inventário S. No enunciado são providenciados os seguintes dados:

- Dados relativos ao armazém:
  - Valor de aquisição por artigo: 70 euros;
  - Custo por encomenda á fábrica: 200 euros;
  - Tempo de entrega da fábrica: 10 + (D1/2) dias;
  - Taxa de posse anual: 21%;
- Dados relativos ás lojas:
  - Procura: Distribuição uniforme, entre 0 a 5 unidades;
  - Preço unitário de venda: 100 euros;
  - Custo por entrega do armazém: 2.75 euros;
  - Tempo de entrega do armazém: 3 dias;
  - Taxa de posse anual: 25%;

1.1.3 Política Nível de Encomenda para o armazém

O armazém é responsável por a gestão do nível de inventário da empresa, servindo de intermediário entre o fabricante do artigo e as lojas de venda ao público. Utilizando os dados anteriormente referidos determinamos:

- Prazo de entrega $l = 10 + \frac{8}{2} = 14$ dias;
- Custo anual de posse $C1 = b \times i = 70 \times 0.21 = 14.70$ euros por artigo por ano;
- Custo de quebra $C2 = 100 - 70 = 30$ euros por artigo;
- Custo de passagem de encomenda $C3 = 200$ euros por encomenda;

Para o cálculo do prazo de entrega de uma encomenda ao armazém, foi usado o último dígito do número de aluno 72628.

Tal como anteriormente referido, assume-se para o armazém uma procura uniformemente distribuída, entre 0 e 15 unidades, que corresponde á soma das procuras individuais de cada loja por este abastecida. Desta forma, é utilizado:

- Distribuição $X \approx Uniforme[0; 15]$;
- Média da distribuição: $\frac{15-0}{2} = 7.5$ unidades;
- Desvio padrão: $\sqrt{18.75} = 4.3301$;

Inicializando o processo de cálculo com $E[DDLT > S] = 0$:

- 1ª iteração:

$$q* = \sqrt{\frac{2 \times r \times (C2 \times E(DDLT > S) + C3)}{C1}}$$
$$q* = \sqrt{\frac{2 \times 7.5 \times 365 \times (30 \times 0 + 200)}{14.70}}$$
$$q* = 272.9281 \approx 273 \text{ unidades};$$

Com q determinado, é possível calcular `P(DDLT > S)` com:

$$P(DDLT > S) = \frac{C1 \times q}{C2 \times r} P(DDLT > S) \quad = \frac{14.70 \times 273}{30 \times 7.5 \times 365} P(DDLT > S) = 0.0489$$

Através da tabela Área da Distribuição Normal Padrão, $N(0, 1)$, disponível nos apontamentos da unidade curricular, obtém-se $Z \approx 1.66i$;

Para determinar o segundo integral, necessário ao calculo de `E(DDLT > S)`, temos:

$$\begin{cases} Z = \frac{3 \times N}{100} \\ N = 55; \end{cases}$$

Através da tabela Função de Densidade Normal Padrão, $N(0, 1)$, disponível nos apontamentos da unidade curricular, obtém-se o segundo integral: 0.018440;

Com o segundo integral, é possível calcular `E(DDLT > S)`, utilizando:

$$E(DDLT > S) = \text{ 2º integral} integral \times \sigma_{DDLT}$$
$$E(DDLT > S) = 0.018440 \times \sqrt{l \times sigma_r^2}$$
$$E(DDLT > S) = 0.018440 \times \sqrt{14 \times 4.3301}$$
$$E(DDLT > S) = 0.018440 \times 7.7860$$
$$E(DDLT > S) = 0.1436$$

$$S = \mu_{DDLT} + Z \times \sigma_{DDLT}$$
$$S = r \times l + Z \times \sigma_{DDLT}$$
$$S = 7.5 \times 14 + 1.66 \times 7.7860$$
$$S = 117.9248 \approx 118 \text{ unidades}$$

- 2ª iteração:

  Para a segunda iteração é utilizado $E(DDLT > S) = 0.1436$;

$$q* = \sqrt{\frac{2 \times r \times (C2 \times E(DDLT > S) + C3)}{C1}}$$
$$q* = \sqrt{\frac{2 \times 7.5 \times 365 \times (30 \times 0.1436 + 200)}{14.70}}$$
$$q* = 275.8519 \approx 276 \text{ unidades}$$

Com q determinado, é possível calcular `P(DDLT > S)` utilizando:

$$
\begin{aligned}
P(DDLT > S) &= \frac{C1 \times q}{C2 \times r} \\
P(DDLT > S) &= \frac{14.70 \times 276}{30 \times 7.5 \times 365} \\
P(DDLT > S) &= 0.0494
\end{aligned}
$$

Através da tabela Área da Distribuição Normal Padrão, $N(0,1)$, disponível nos apontamentos da unidade curricular, obtém-se $Z \approx 1.65$;

Para determinar o segundo integral, necessário ao calculo de `E(DDLT > S)`, temos:

$$
\begin{cases}
Z = \frac{3 \times N}{100} \\
N = 55
\end{cases}
$$

;

Através da tabela Função de Densidade Normal Padrão, $N(0,1)$, disponível nos apontamentos da unidade curricular, obtém-se o segundo integral: 0.018440;

Com o segundo integral, é possível calcular `E(DDLT > S)`, com:

$$
\begin{aligned}
E(DDLT > S) &= 0.018440 \times \sigma_{DDLT} \\
E(DDLT > S) &= 0.018440 \times \sqrt{l \times \sigma_r^2} \\
E(DDLT > S) &= 0.018440 \times \sqrt{14 \times 4.3301} \\
E(DDLT > S) &= 0.018440 \times 7.7860 \\
E(DDLT > S) &= 0.1436
\end{aligned}
$$

Como o valor de `E(DDLT > S)` da iteração atual é igual ao valor da iteração anterior, esta é a última iteração.

$$
\begin{aligned}
S &= \mu_{DDLT} + Z \times \sigma_{DDLT} \\
S &= r \times l + Z \times \sigma_{DDLT} \\
S &= 7.5 \times 14 + 1.65 \times 7.7860 \\
S &= 117.8469 \approx 118 \text{ unidades}
\end{aligned}
$$

De acordo com os cálculos efetuados, determinamos para o armazém os seguintes valores:

- Quantidade de encomenda $q = 276$ unidades;
- Nível de inventário $S = 118$ unidades;

Os resultados obtidos permitem concluir que uma ordem de encomenda com a quantia constante de 276 unidades deverá ser enviada sempre que o *stock* em armazém atinge valores inferiores a 118 artigos. Adicionalmente, e sendo a procura conhecida, é possível calcular o valor aproximado de:

- Frequência de encomendas: $\frac{q}{r} = \frac{276}{7.5} \approx 37$ dias;
- Encomendas anuais: $\frac{r}{q} = \frac{7.5 \times 365}{276} \approx 10$ encomendas;

Ao seguir esta política, o armazém realizará por ano cerca de 10 encomendas, com um intervalo entre dois pedidos de encomenda consecutivos aproximadamente igual a 37 dias.

1.1.4 Política Nível de Encomenda para as lojas

Para cada uma das lojas, são especificados os seguintes dados:

- Custo anual de posse $C1 = b \times i = 70 \times 0.25 = 17.50$ euros por artigo por ano;
- Custo de quebra $C2 = 30$ euros por artigo;
- Custo de passagem de encomenda $C3 = 2.75$ euros por encomenda;
- Procura

A procura em cada uma das lojas segue uma distribuição uniforme, entre 0 a 5 unidades de artigo. Consequentemente, temos:

- Distribuição $X \approx Uniforme[0; 5]$;
- Média da distribuição: $\frac{5-0}{2} = 2.5$ unidades
- Variância: $\frac{(5-0)^2}{12} = 2.0833$;
- Desvio padrão: $\sqrt{2.0833} = 1.4434$;

Inicializando o processo de cálculo com $E(DDLT > S) = 0$:

- 1ª iteração:

$$q* = \sqrt{\frac{2 \times r \times (C2 \times E(DDLT > S) + C3)}{C1}}$$
$$q* = \sqrt{\frac{2 \times 2.5 \times 365 \times (30 \times 0 + 2.75)}{17.50}}$$
$$q* = 16.9347 \approx 17 \text{ unidades;}$$

Com q determinado, é possível calcular `P(DDLT > S)` utilizando:

$$P(DDLT > S) = \frac{C1 \times q}{C1 \times q} + C2 \times r$$
$$P(DDLT > S) = \frac{17.50 \times 17}{17.50 \times 17} + 30 \times 2.5 \times 365$$
$$P(DDLT > S) = 0.0108$$

Utilizando o valor de `P(DDLT > S)`, é possível determinar`S` com:

$$
\begin{aligned}
P(DDLT > S) &= \int_S^5 \mathrm{p(n)}\,\mathrm{d}x \\
0.0108 &= \int_S^5 1/5\,\mathrm{d}x \\
0.0108 &= \frac{5}{5} - \frac{S}{5} \\
S &= 4.946 \text{ unidades}
\end{aligned}
$$

Com S calculado, determinamos `E(DDLT > S)` utilizando:

$$
\begin{aligned}
&E(DDLT > S) = \int_S^5 \mathrm{xp(n)}\,\mathrm{d}x - S \times P(DDLT > S) \\
&E(DDLT > S) = \frac{25}{10} - \frac{24.4630}{10} - 4.946 \times 0.0108 \\
&E(DDLT > S) = 0.0003
\end{aligned}
$$

- 2ª iteração:

  Para a segunda iteração é utilizado $E(DDLT > S) = 0.0003$;

$$
\begin{aligned}
&q* = \sqrt{\frac{2 \times r \times (C2 \times E(DDLT > S) + C3)}{C1}} \\
&q* = \sqrt{\frac{2 \times 2.5 \times 365 \times (30 \times 0.0003 + 2.75)}{17.50}} \\
&q* = 16.9624 \approx 17 \text{ unidades}
\end{aligned}
$$

Com q determinado, é possível calcular `P(DDLT > S)` utilizando:

$$
\begin{aligned}
&P(DDLT > S) = \frac{C1 \times q}{C1 \times q} + C2 \times r \\
&P(DDLT > S) = \frac{17.50 \times 17}{17.50 \times 17} + 30 \times 2.5 \times 365 \\
&P(DDLT > S) = 0.0108
\end{aligned}
$$

Utilizando o valor de `P(DDLT > S)`, é possível determinar S com:

$$
\begin{aligned}
P(DDLT > S) &= \int_S^5 \mathrm{p(n)}\,\mathrm{d}x \\
0.0108 &= \int_S^5 1/5\,\mathrm{d}x \\
0.0108 &= \frac{5}{5} - \frac{S}{5} \\
S &= 4.946 \text{ unidades}
\end{aligned}
$$

Com S calculado, determinamos `E(DDLT > S)` utilizando:

$$E(DDLT > S) = \int_{S}^{5} \mathrm{xp(n)}\,\mathrm{d}x - S \times P(DDLT > S)$$
$$E(DDLT > S) = \frac{25}{10} - \frac{24.4630}{10} - 4.946 \times 0.0108$$
$$E(DDLT > S) = 0.0003$$

O valor de `E(DDLT > S)` da interação atual é igual ao valor da iteração anterior, logo, esta é a última iteração.

De acordo com os cálculos efetuados, determinamos para cada uma das lojas os seguintes valores:

- Quantidade de encomenda $q = 17$ unidades;
- Nível de inventário $S = 5$ unidades;

Os resultados obtidos permitem concluir que uma ordem de reabastecimento com a quantia constante de 17 unidades deverá ser enviada sempre que o *stock* em loja atinge valores inferiores a 5 artigos. Adicionalmente, e sendo a procura conhecida, é possível calcular o valor aproximado de:

- Frequência de encomendas: $\frac{q}{r} = \frac{17}{2.5} \approx 7$ dias;
- Encomendas anuais: $\frac{r}{q} = \frac{2.5 \times 365}{17} \approx 54 encomendas$;

Ao seguir esta política, cada loja lançará por ano cerca de 54 pedidos de reabastecimento, com um intervalo entre dois pedidos consecutivos aproximadamente igual a 7 dias.

Capítulo 2

Parte II

2.1 Análise do problema

Na segunda parte é proposto ao grupo simular a gestão da empresa W&W por um período de 200 dias, recorrendo ao software "Jogo da Distribuição", facultado com o enunciado do trabalho. O objetivo será maximizar o lucro total durante o período especificado, utilizando a política de encomenda determinada na parte anterior.

2.2 Resultados obtidos

2.2.1 Nível de *stock*

As seguintes tabelas apresentam a evolução do nível de *stock* a cada 40 dias de operação:

Dia	Stock
40	146
80	116
120	103
160	107
200	77

Tabela 2.1: Nível de stock no armazém

Dia	Stock
40	12
80	17
120	8
160	10
200	25

Tabela 2.2: Nível de stock na loja 1

Dia	Stock
40	6
80	1
120	13
160	30
200	16

Tabela 2.3: Nível de stock na loja 2

Dia	Stock
40	17
80	16
120	6
160	14
200	9

Tabela 2.4: Nível de stock na loja 3

2.2.2 Saldo Acumulado

No gráfico abaixo está representada a evolução do saldo acumulado durante os 200 dias de jogo:

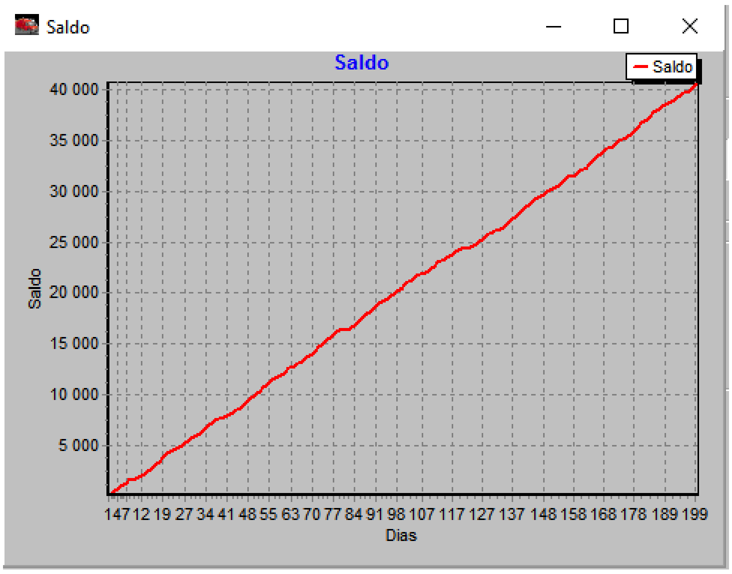

Figura 2.1: Saldo acumulado no final do jogo

2.2.3 Estratégia de jogo

No dia inicial o *stock* do armazém foi inicializado em 125 unidades, e o *stock* de cada uma das lojas a 25 unidades. A política de encomendas seguida tanto para as lojas como para o armazém corresponde à política determinada na parte I para cada entidade:

- Política de encomendas para o armazém
  - $q = 276$ unidades;
  - $S = 118$ unidades;
  - Frequência de encomenda: 37 dias;
- Política de encomendas para as lojas
  - $q = 17$ unidades;
  - $S = 5$ unidades;
  - Frequência de encomenda: 7 dias;

A política de Nível de encomenda foi seguida à risca durante o jogo. Tanto para o armazém como para as lojas, sempre que o nível de inventário descia abaixo de *S*, ou o número de dias desde o último pedido igualava o valor de frequência de encomenda, era simulada a encomenda de *q* unidades de artigo para a entidade correspondente. Terminados os 200 dias, foi obtido um saldo final de aproximadamente 40705 euros. O uso dos resultados obtidos na Parte I permitiram atingir facilmente um saldo final considerável, o que comprova a utilidade dos processos matemáticos utilizados para modelar a gestão do nível de inventário.