

# Fizyka

Bartosz Świst

2025-02-12

# Spis treści

1. Kinematyka . . . . .	2
2. Dynamika . . . . .	6
3. Praca, moc, energia . . . . .	8
4. Hydrostatyka . . . . .	10
5. Bryła sztywna . . . . .	12
6. Grawitacja . . . . .	15
7. Ruch drgający . . . . .	18
8. Termodynamika . . . . .	20
9. Elektrostatyka . . . . .	24
10. Prąd elektryczny . . . . .	28
11. Magnetyzm . . . . .	32
12. Elektromagnetyzm . . . . .	36

# Rozdział 1

## Kinematyka

### 1.1 Wektory

#### 1.1.1 Iloczyn skalarny

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} \quad (1.1)$$

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) \quad (1.2)$$

#### 1.1.2 Iloczyn wektorowy

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \quad (1.3)$$

$$\vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \angle(\vec{a}, \vec{b}) \quad (1.4)$$

### 1.2 Opis ruchu

$$v_{\dot{s}r} = \frac{s}{t} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (1.5)$$

$$\vec{v}_{\dot{s}r} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (1.6)$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad (1.7)$$

### 1.3 Ruch jednostajny prostoliniowy

$$v = \text{const.} \quad (1.8)$$

$$s = vt \quad (1.9)$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{s}{t} = v \quad (1.10)$$

$$x(t) = x_0 \pm vt \quad (1.11)$$

## 1.4 Ruch jednostajnie przyspieszony

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad (1.12)$$

$$a = \text{const.} \quad (1.13)$$

jeżeli  $v_0 = 0$ :

$$v = at \quad (1.14)$$

$$s = \frac{at^2}{2} \quad (1.15)$$

jeżeli  $v_0 \neq 0$ :

$$v_k = v_0 + at \quad (1.16)$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (1.17)$$

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 : s_5 : \dots = 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : \dots \quad (1.18)$$

## 1.5 Ruch jednostajnie opóźniony

jeżeli  $v_k = 0$ :

$$v_0 = at \quad (1.19)$$

$$s = \frac{1}{2} v_0 t \quad (1.20)$$

jeżeli  $v_k \neq 0$ :

$$v_k = v_0 - at \quad (1.21)$$

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2} = v_0 t - \frac{1}{2} \Delta v t \quad (1.22)$$

## 1.6 Rzut pionowy

### 1.6.1 Wznoszenie się

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (1.23)$$

$$v = v_0 - gt \quad (1.24)$$

### 1.6.2 Opadanie

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \quad (1.25)$$

$$v = v_0 + gt \quad (1.26)$$

jeżeli  $v_0 = 0$ :

$$v = gt \quad (1.27)$$

### 1.7 Rzut poziomy

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad (1.28)$$

$$x = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1.29)$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} \quad (1.30)$$

### 1.8 Rzut ukośny

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad (1.31)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha \quad (1.32)$$

$$y(x) = x \operatorname{tg} \alpha - x^2 \cdot \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (1.33)$$

$$t_c = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (1.34)$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (1.35)$$

$$z = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (1.36)$$

dla  $\alpha = 45^\circ$ ,  $z = z_{max}$ :

$$z_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \quad (1.37)$$

### 1.9 Ruch jednostajny po okręgu

$$\alpha = \frac{L}{r} \text{ [rad]} \quad (1.38)$$

$$f = \frac{n}{t} \text{ [Hz]} \quad (1.39)$$

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad (1.40)$$

dla jednego obrotu:

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.41)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (1.42)$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f = \omega r \quad (1.43)$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad (1.44)$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (1.45)$$

$$v = \omega r \sin \angle(\vec{\omega}, \vec{r}) \quad (1.46)$$

dla  $\vec{\omega} \perp \vec{r}$ :

$$v = \omega r \quad (1.47)$$

## 1.10 przyspieszenie w ruchu po okręgu

$$\vec{a}_s = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (1.48)$$

$$a_w = \sqrt{a_r^2 + a_s^2} \quad (1.49)$$

## Rozdział 2

# Dynamika

### 2.1 Zasady dynamiki Newtona

#### 2.1.1 Pierwsza zasada

$$\vec{F}_w = 0 \Rightarrow \vec{v} = 0 \vee \vec{v} = \text{const.} \quad (2.1)$$

#### 2.1.2 Druga zasada

$$F_w \neq 0 \Rightarrow a = \text{const.} \quad (2.2)$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_w}{m} \Rightarrow \vec{F}_w = m\vec{a} \text{ [N]} \quad (2.3)$$

#### 2.1.3 Trzecia zasada

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad (2.4)$$

$$F_{AB} = F_{BA} \quad (2.5)$$

### 2.2 Ruch na równi pochyłej

$$\frac{\vec{F}_Z}{\vec{F}_g} = \sin \alpha \Rightarrow \vec{F}_Z = \vec{F}_g \sin \alpha = mg \sin \alpha \quad (2.6)$$

$$\frac{\vec{F}_N}{\vec{F}_g} = \cos \alpha \Rightarrow \vec{F}_N = \vec{F}_g \cos \alpha = mg \cos \alpha \quad (2.7)$$

## 2.3 tbd

## 2.4 Pęd ciała

$$\vec{p} = m\vec{v} \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right] \quad (2.8)$$

$$\Delta p = F \Delta t \quad (2.9)$$

### 2.4.1 Zasada zachowania pędu

$$\Delta \vec{p} = 0 \Leftrightarrow \vec{p} = \text{const.} \quad (2.10)$$

## 2.5 Środek masy

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (2.11)$$

## 2.6 Tarcie

$$T_s = \mu_s F_N \text{ [N]} \quad (2.12)$$

$$T_k \leq \mu_k F_N \text{ [N]} \quad (2.13)$$

## 2.7 Siła dośrodkowa

$$F_{do} = \frac{mv^2}{r} \text{ [N]} \quad (2.14)$$

## 2.8 Siła bezwładności

$$\vec{F}_b = -m\vec{a} \text{ [N]} \quad (2.15)$$



## Rozdział 3

# Praca, moc, energia

### 3.1 Praca

$$W = \vec{F} \Delta \vec{r} \text{ [J]} \quad (3.1)$$

$$W = F \Delta r \cos \angle(\vec{F}, \Delta \vec{r}) \quad (3.2)$$

dla  $\alpha = 0^\circ$ :

$$W = F \Delta r = F s \quad (3.3)$$

dla  $\alpha = 90^\circ$ :

$$W = 0 \quad (3.4)$$

### 3.2 Moc

$$P = \frac{W}{t} \text{ [W]} \quad (3.5)$$

dla  $v = \text{const.}$ :

$$P = F v \quad (3.6)$$

### 3.3 Energia mechaniczna

#### 3.3.1 Energia kinetyczna

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \text{ [J]} \quad (3.7)$$

$$\Delta E_k = W \quad (3.8)$$

### 3.3.2 Energia potencjalna

$$E_p = mgh \text{ [J]} \quad (3.9)$$

$$\Delta E_p = W \quad (3.10)$$

### 3.3.3 Zasada zachowania energii

$$E_c = E_k + E_p \quad (3.11)$$

$$E_c = \text{const.} \Rightarrow \Delta E_c = 0 \quad (3.12)$$

$$\Delta E_c = \Delta E_p + \Delta E_k \quad (3.13)$$

## 3.4 Sprawność

$$\eta = \frac{E_{u\acute{z}yt.}}{E_{pob.}} (\cdot 100\%) = \frac{W_{u\acute{z}yt.}}{E_{pob.}} (\cdot 100\%) \quad (3.14)$$

$$\eta_{u\acute{z}yt.} = \prod_{i=1}^n \eta_i \quad (3.15)$$

## Rozdział 4

# Hydrostatyka

### 4.1 Ciśnienie i parcie

#### 4.1.1 Ciśnienie

$$p = \frac{F_N}{S} \text{ [Pa]} \quad (4.1)$$

dla  $F_N = mg$ :

$$p = \frac{mg}{S} \quad (4.2)$$

#### 4.1.2 Parcie

$$P = pS \text{ [N]} \quad (4.3)$$

#### 4.1.3 Ciśnienie hydrostatyczne

$$p_h = \frac{P}{S} = \varrho_c g h \text{ [Pa]} \quad (4.4)$$

#### 4.1.4 Paradoks hydrostatyczny

### 4.2 Prawo Pascala

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad (4.5)$$

#### 4.2.1 Naczynia połączone

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \varrho_1 h_1 = \varrho_2 h_2 \quad (4.6)$$

## 4.3 Prawo Archimedesesa

$$F_W = P_2 - P_1 = \varrho_c g V_z \text{ [N]} \quad (4.7)$$

### 4.3.1 Warunki wypływania

$$F_W > F_g \Rightarrow \text{ciało wypływa}$$

$$F_W = F_g \Rightarrow \text{ciało pływa}$$

$$F_W < F_g \Rightarrow \text{ciało tonie}$$

## Rozdział 5

# Bryła sztywna

### 5.1 Ruch obrotowy

#### 5.1.1 Prędkość kąтова

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \frac{1}{\text{s}} \right] \quad (5.1)$$

#### 5.1.2 przyśpieszenie kątowe

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}, \frac{1}{\text{s}^2} \right] \quad (5.2)$$

#### 5.1.3 Prędkość liniowa (styczna)

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (5.3)$$

$$v = \omega r \sin \angle(\vec{\omega}, \vec{r}) \quad (5.4)$$

dla  $\vec{\omega} \perp \vec{r}$ :

$$v = \omega r \quad (5.5)$$

#### 5.1.4 przyśpieszenie liniowe

$$a_r = \varepsilon r \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad (5.6)$$

## 5.2 Równania obrotu

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \quad (5.7)$$

$$\alpha = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \quad (5.8)$$

$$(5.9)$$

dla  $\omega_0 = 0$ :

$$\alpha = \frac{1}{2}\omega t \quad (5.10)$$

## 5.3 Moment bezwładności

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (5.11)$$

### 5.3.1 Momenty bezwładności wybranych brył

kula:  $I_0 = \frac{2}{5}mr^2$

walec:  $I_0 = \frac{1}{2}mr^2$

pręt:  $I_0 = \frac{1}{12}ml^2$

rura grubościenna:  $I_0 = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$

### 5.3.2 Twierdzenie Steinera

$$I = I_0 + mx^2 \quad (5.12)$$

## 5.4 Energia kinetyczna

$$E_{k_o} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} \quad [\text{J}] \quad (5.13)$$

$$E_{k_o} = \frac{I\omega^2}{2} \quad (5.14)$$

## 5.5 Moment siły

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (5.15)$$

$$M = rF \sin \angle(\vec{r}, \vec{F}) \quad (5.16)$$

dla  $\vec{r} \perp \vec{F}$ :

$$M = rF \quad (5.17)$$

dla  $\vec{r} \parallel \vec{F}$ :

$$M = 0 \quad (5.18)$$

### 5.5.1 Wypadkowy moment siły

$$M_w = \sum_{i=1}^n M_i \quad (5.19)$$

$$M_w = \varepsilon I \quad (5.20)$$

### 5.5.2 Równowaga bryły sztywnej

$$F_w = 0 \quad (5.21)$$

$$M_w = 0 \quad (5.22)$$

## 5.6 Moment pędu

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (5.23)$$

$$L = rp \sin \angle(\vec{r}, \vec{p}) \quad (5.24)$$

$$L = mrv \sin \angle(\vec{r}, \vec{v}) \quad (5.25)$$

dla  $\vec{p} \perp \vec{r}$ :

$$L = rp = mrv \quad (5.26)$$

$$L = \sum_{i=1}^n m_i r_i v_i \sin \angle(\vec{r}, \vec{v}) \quad (5.27)$$

dla  $\vec{r} \perp \vec{v}$ :

$$L = \omega I \quad (5.28)$$

## Rozdział 6

# Grawitacja

### 6.1 Prawa Keplera

**Pierwsze prawo Keplera:** Planety poruszają się po elipsach, a jednym z jej ognisk znajduje się Słońce.

**Drugie prawo Keplera:** Promień wodzący planety w jednolitych odstępach czasu zakreśla jednolite pola.

$$\begin{aligned}s_1 &= s_2 \\ L_1 &= L_2 \Rightarrow r_1 v_1 = r_2 v_2\end{aligned}$$

**Trzecie prawo Keplera:** Iloraz kwadratu okresu obiegu planety wokół Słońca i sześciangu średniej odległości planety od Słońca jest jednakowy dla wszystkich planet Układu Słonecznego.

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{const.}$$

### 6.2 Prawo powszechnego ciążenia

**Prawo powszechnego ciążenia:** Siła wzajemnego oddziaływania dwóch ciał jest wprost proporcjonalna do iloczynu mas tych ciał i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między ich środkami mas.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad [\text{N}] \quad (6.1)$$

gdzie:

$G$  – stała grawitacji

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \right]$$



### 6.2.1 Siły grawitacji wewnątrz lub na powierzchni planety

$$F = \frac{4}{3}\pi R G dm$$
$$F \sim dR$$

## 6.3 Pole grawitacyjne

**Definicja.** *Pole grawitacyjne* to przestrzeń, w której na umieszczone tam ciała działa siła grawitacji.

### 6.3.1 Natężenie pola grawitacyjnego

**Definicja.** *Natężenie pola grawitacyjnego* to stosunek siły grawitacji działającej na ciało próbne do masy tego ciała.

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{F}_g}{m} \left[ \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad (6.2a)$$

dla pola centralnego:

$$\gamma = \frac{GM}{r^2} \quad (6.2b)$$

### 6.3.2 Praca w polu grawitacyjnym

$$W_{Z(A \rightarrow B)} = GMm \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \quad (6.3)$$
$$W_{g(A \rightarrow B)} = -W_{Z(A \rightarrow B)}$$

### 6.3.3 Energia w polu grawitacyjnym

$$E_p = -\frac{GMm}{r} \quad (6.4)$$

### 6.3.4 Potencjał pola grawitacyjnego

**Definicja.** *Potencjał pola grawitacyjnego* to stosunek energii potencjalnej ciała próbnego do jego masy.

$$V = \frac{E_p}{m} \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (6.5a)$$

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{m} \quad (6.5b)$$

## 6.4 Prędkości kosmiczne

**Definicja.** *Pierwsza prędkość kosmiczna* to prędkość, jaką trzeba nadać ciału by oderwało się z powierzchni źródła pola grawitacyjnego i krążyło wokół niego po orbicie kołowej.

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

**Definicja.** *Druga prędkość kosmiczna* to prędkość, jaką trzeba nadać ciału by oddaliło się nieskończenie daleko od źródła pola grawitacyjnego.

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = v_I \sqrt{2}$$

### 6.4.1 Satelita geostacjonarny

**Definicja.** *Satelita geostacjonarny* to taki satelita, który krąży nad powierzchnią w płaszczyźnie równika nad tym samym punktem (jego okres obiegu jest równy okresowi obrotu planety).

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

## Rozdział 7

# Ruch drgający

$$F_z = kx \quad (7.1)$$

$$F_s = -kx \quad (7.2)$$

$$k = \left| \frac{F_s}{x} \right| \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (7.3)$$

### 7.1 Ruch harmoniczny

$$x = r \sin \alpha \quad (7.4)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ [s]} \quad (7.5)$$

#### 7.1.1 Równania ruchu harmonicznego

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (7.6)$$

$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (7.7)$$

$$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (7.8)$$

$$x_{max} = A \text{ dla } \sin 90^\circ = 1 \quad (7.9)$$

$$v_{max} = \omega A \text{ dla } \cos 0^\circ = 1 \quad (7.10)$$

$$a_{max} = -\omega^2 A \text{ dla } \sin 90^\circ = 1 \quad (7.11)$$

$$(7.12)$$

### 7.1.2 Łączenie sprężyn

$$F = \text{const.} \quad (7.13)$$

$$x = \sum_{i=1}^n x_i \quad (7.14)$$

$$\frac{1}{k} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \quad (7.15)$$

$$x = \text{const.} \quad (7.16)$$

$$F_c = \sum_{i=1}^n F_i \quad (7.17)$$

$$k = \sum_{i=1}^n k_i \quad (7.18)$$

## 7.2 Energia w ruchu harmonicznym

$$W = \frac{1}{2}Fx \Rightarrow E_{p_s} = \frac{1}{2}kx^2 \quad (7.19)$$

$$E_c = E_{p_s} + E_k \quad (7.20)$$

$$E_c = \frac{1}{2}kA^2 \quad (7.21)$$

$$E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) \quad (7.22)$$

## 7.3 Wahadło matematyczne

$$F = F_g \sin \alpha \quad (7.23)$$

dla małych kątów  $\sin \alpha \approx \alpha$ :

$$F = mg\alpha \quad (7.24)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (7.25)$$

## Rozdział 8

# Termodynamika

### 8.1 Zasady dynamiki

**Zerowa zasada dynamiki:** *Jeżeli ciało A jest w równowadze termodynamicznej z ciałem B, a ciało B jest w równowadze termodynamicznej z ciałem C, to ciała A i C są również w równowadze termodynamicznej.*

**Pierwsza zasada termodynamiki:** *Zmiana energii wewnętrznej ciała jest równa sumie ilości ciepła wymienionego z otoczeniem i pracy wykonanej nad ciałem przez siłę zewnętrzną.*

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{NE_{k_{sr.}}}{V} \text{ [Pa]} \quad (8.1)$$

gdzie  $N$  - liczba cząstek gazu

$$E_{k_{sr.}} = \frac{1}{2}mv_{sr.}^2 \text{ [J]} \quad (8.2)$$

### 8.2 Równanie gazu doskonałego

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{pV}{T} = \text{const.} \quad (8.3)$$

#### 8.2.1 Równanie Clapeyrona

$$pV = nRT = NkT \quad (8.4)$$

gdzie:

$$R = 8,31 \left[ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right] \quad (8.5)$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \left[ \frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \quad (8.6)$$

## 8.3 Przemiany gazu doskonałego

### 8.3.1 Przemiana izotermiczna

$$T = \text{const.} \quad (8.7)$$

$$\frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_2 V_2}{T} \Rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (8.8)$$

$$pV = \text{const.} \Rightarrow p = \frac{\text{const.}}{V} \quad (8.9)$$

$$(\text{Prawo Boyle'a}) \quad (8.10)$$

### 8.3.2 Przemiana izochoryczna

$$V = \text{const.} \quad (8.11)$$

$$\frac{p_1 V}{T_1} = \frac{p_2 V}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (8.12)$$

$$\frac{p}{T} = \text{const.} \Rightarrow p = T \cdot \text{const.} \quad (8.13)$$

$$(\text{Prawo Charles'a}) \quad (8.14)$$

### 8.3.3 Przemiana izobaryczna

$$p = \text{const.} \quad (8.15)$$

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{pV_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (8.16)$$

$$\frac{V}{T} = \text{const.} \Rightarrow V = T \cdot \text{const.} \quad (8.17)$$

$$(\text{Prawo Gay-Lussaca}) \quad (8.18)$$

## 8.4 Pierwsza zasada termodynamiki

$$\Delta U = Q + W_z \text{ [J]} \quad (8.19)$$

dla  $Q > 0$  ciepło zostało pobrane

dla  $Q < 0$  ciepło zostało oddane

$$W_z = F_z \Delta x \cos \angle(\vec{F}_z, \Delta \vec{x}) \quad (8.20)$$

$$W_z = -W_{\text{gazu}} \quad (8.21)$$

dla  $W_z > 0$ :

$$W_z = F_z \Delta x \quad (8.22)$$

dla  $W_z < 0$ :

$$W_z = -F_z \Delta x \quad (8.23)$$

$$|W| = p|\Delta V| \quad (8.24)$$

## 8.5 Energia wewnętrzna gazu doskonałego

$$U = N \cdot \frac{i}{2} kT \quad (8.25)$$

$$\Delta U = N \cdot \frac{i}{2} k \Delta T \quad (8.26)$$

gdzie  $i$  - stopnie swobody cząstek

### 8.5.1 Przemiana izotermiczna

$$T = \text{const.} \Leftrightarrow U = \text{const.} \quad (8.27)$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \quad (8.28)$$

### 8.5.2 Przemiana izochoryczna

$$V = \text{const.} \Rightarrow \Delta V = 0 \quad (8.29)$$

$$W = 0 \Rightarrow \Delta U = Q \quad (8.30)$$

### 8.5.3 Przemiana adiabatyczna

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W \quad (8.31)$$

$$pV^\kappa = \text{const.} \quad (8.32)$$

gdzie:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} \quad (8.33)$$

## 8.6 Ciepło molowe i właściwe

### 8.6.1 Ciepło właściwe

$$C_w = \frac{Q}{m\Delta T} \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \quad (8.34)$$

$$Q = mC_w\Delta T \quad (8.35)$$

### 8.6.2 Ciepło molowe

$$C = \frac{Q}{n\Delta T} \left[ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right] \quad (8.36)$$

ciepło molowe przy stałym ciśnieniu:  $C_p$

ciepło molowe przy stałej objętości:  $C_V$

$$Q_p = Q_V + p\Delta V \quad (8.37)$$

$$C_p = C_V + R \quad (8.38)$$

## 8.7 Energia wewnętrzna jako funkcja stanu

$$\Delta U = Q_V = nC_V \Delta T \quad (8.39)$$

## 8.8 Silnik cieplny

$$\eta = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (8.40)$$

## 8.9 Przejścia fazowe

$$Q = mC_w \Delta T \quad (8.41)$$

woda - lód:  $T_T = T_K = 0^\circ C$

woda - para wodna:  $T_W = T_S = 100^\circ C$

$$Q = mL \quad (8.42)$$

$$Q = mR \quad (8.43)$$

## 8.10 Rozszerzalność temperaturowa ciał

### 8.10.1 Rozszerzalność objętościowa

$$\Delta V = V_0 \alpha \Delta T \quad (8.44)$$

### 8.10.2 Rozszerzalność liniowa

$$\Delta l = l_0 \lambda \Delta T \quad (8.45)$$



## Rozdział 9

# Elektrostatyka

### 9.1 Ładunek elektryczny

$$\begin{aligned}|e| &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \\ q &= ne \text{ [C]}\end{aligned}$$

**Zasada zachowania ładunku:** W izolowanym układzie całkowity ładunek elektryczny nie ulega zmianie.

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const.} \quad (9.1)$$

### 9.2 Prawo Coulomba

**Prawo Coulomba:** Siła wzajemnego oddziaływania dwóch ładunków jest wprost proporcjonalna do iloczynu tych ładunków i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między nimi.

$$F = k \frac{Qq}{r^2} \text{ [N]} \quad (9.2)$$

gdzie:

$k$  – współczynnik proporcjonalności (stała elektrostatyczna)

$\varepsilon_0$  – stała przenikalności elektrycznej próżni

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 8,99 \cdot 10^9 \left[ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right]$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \left[ \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \right]$$

### 9.3 Natężenie pola elektrostatycznego

**Definicja.** *Natężenie pola elektrostatycznego* to stosunek siły elektrostatycznej działającej na dodatni ładunek próbny  $q$  w danym punkcie pola do wartości tego ładunku.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right] \quad (9.3a)$$

Wstawiając równanie 9.2 do równania 9.3a otrzymujemy:

$$E = \frac{kQ}{r^2} \quad (9.3b)$$

### 9.4 Rozmieszczenie ładunku na przewodniku

Po namagnesowaniu ciała cały dostarczony ładunek rozmieszcza się na jego zewnętrznej powierzchni. Pole elektromagnetyczne wewnątrz zanika.

Rozmieszczenie ładunku na powierzchni zależy od jego kształtu. Rozkład ładunku opisuje gęstość powierzchniowa ładunku — iloraz ładunku i pole tej powierzchni.

$$\sigma = \frac{Q}{S} \left[ \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

### 9.5 Praca w polu centralnym

$$W_{A \rightarrow B} = -kQq \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) [\text{J}] \quad (9.4)$$

### 9.6 Energia w polu centralnym

$$E_p = \frac{kQq}{r} [\text{J}] \quad (9.5)$$

### 9.7 Potencjał w polu centralnym

**Definicja.** Potencjał pola elektrostatycznego to stosunek energii potencjalnej punktowego ciała do wartości ładunku próbnego umieszczonego w tym polu.

$$V = \frac{E_p}{q} [\text{V}] \quad (9.6a)$$

Podstawiając równanie 9.5 do równania 9.6a otrzymujemy:

$$V = \frac{kQ}{r^2} \quad (9.6b)$$

$$W = \Delta E_p = q\Delta V = qU$$

## 9.8 Pojemność elektryczna przewodnika

**Definicja.** *Pojemność elektryczna przewodnika* to stosunek ilości ładunku zgromadzonego na przewodniku do uzyskanego potencjału.

$$C = \frac{Q}{V} \text{ [F]} \quad (9.7)$$

## 9.9 Kondensator

**Definicja.** *Kondensator* to element elektroniczny służący do gromadzenia ładunku elektrycznego.

$$C = \frac{Q}{U}$$

### 9.9.1 Łączenie kondensatorów

$$\begin{array}{ll} U = \text{const.} & Q = \text{const.} \\ Q = \sum_{i=1}^n Q_i & U = \sum_{i=1}^n U_i \\ C_z = \sum_{i=1}^n C_i & \frac{1}{C_z} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \end{array}$$

### 9.9.2 Kondensator płaski

**Definicja.** Kondensator płaski składa się z dwóch równoległych, metalowych okładek, między którymi znajduje się dielektryk.

Bez dielektryka:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Uwzględniając dielektryk:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$$

Natężenie pola elektrycznego kondensatora:

$$E = \frac{U}{d}$$

gdzie:

$d$  – odległość między okładkami

$S$  – pole powierzchni okładek

$\varepsilon_r$  – stała przenikalność dielektryka

### 9.9.3 Energia naładowaniego kondensatora

**Definicja.** *energia naładowaniego kondensatora* to praca potrzebna do jego naładowania.

$$E = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{2C} \text{ [eV, J]}$$
$$(1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J})$$

## 9.10 Ruch ładunków w polu elektrostatycznym

Na naładowane cząstki w polu elektrostatycznym centralnym działa siła elektrostatyczna, przez którą cząstka zaczyna przyspieszać.

$$F = qE$$

jeżeli  $F = F_w$ , to:

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{md} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

## Rozdział 10

# Prąd elektryczny

**Definicja.** *Prąd elektryczny* to uporządkowany ruch ładunków elektrycznych, których nośnikami w metalach są **elektrony**.

**Definicja.** *Napięcie elektryczne* to różnica potencjałów między dwoma punktami obwodu elektrycznego powodująca przepływ ładunków.

$$U = \Delta V \text{ [V]} \quad (10.1)$$

**Definicja.** *Natężenie prądu elektrycznego* to stosunek ilości ładunków przepływających przez przekrój poprzeczny przewodu do czasu, w którym ten ładunek przepłynął.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \text{ [A]} \quad (10.2)$$

### 10.1 Prawo Ohma

**Prawo Ohma:** *Natężenie prądu płynącego przez przewodnik jest wprost proporcjonalne do napięcia pomiędzy końcami tego przewodnika.*

$$\boxed{R = \frac{U}{I} \text{ [\Omega]}} \quad (10.3)$$

#### 10.1.1 Łączenie rezystorów

$$\begin{array}{ll} I = \text{const.} & U = \text{const.} \\ U = \sum_{i=1}^n U_i & I = \sum_{i=1}^n I_i \\ R_z = \sum_{i=1}^n R_i & \frac{1}{R_z} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \end{array}$$

### 10.1.2 Opór elektryczny przewodnika

**Definicja.** *Opór elektryczny* to zdolność ciała do przeciwstawiania się przepływowi prądu elektrycznego.

$$R = \frac{\varrho l}{S} \text{ } [\Omega]$$

gdzie:

$\varrho$  – opór właściwy materiału przewodnika

$l$  – długość przewodu

$S$  – pole przekroju przewodnika

## 10.2 Praca i moc prądu elektrycznego

Przepływ prądu elektrycznego wiąże się z wykonywaniem przez elektrony pracy.

$$W = UIt = \frac{U^2}{R}t = I^2Rt \quad (10.4)$$

### 10.2.1 Emisja ciepła (ciepło Joule’a)

$$Q = W = I^2Rt$$

### 10.2.2 Energia elektryczna

$$E_{el} = W = UIt \text{ } [\text{kWh}]$$

(1kWh = 3,6MJ)

### 10.2.3 Moc prądu elektrycznego

**Definicja.** *Moc prądu elektrycznego* to stosunek pracy wykonanej przez przepływające elektrony do czasu, w którym tą pracę wykonywały.

$$P = \frac{W}{t} \text{ } [\text{W}] \quad (10.5a)$$

Wstawiając równanie 10.4 do równania 10.5a otrzymujemy:

$$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R} \quad (10.5b)$$

## 10.3 Ogniwo galwaniczne

**Definicja.** *Ogniwo galwaniczne* to elektrolit kwasu, soli lub zasady, w którym zanurzono dwie elektrody wykonane np. z miedzi albo cynku. Na skutek dysocjacji elektrolitycznej między biegunami ogniwa powstaje różnica potencjałów, którą nazywamy **siłą elektromotoryczną** (SEM).

### 10.3.1 Prawo Ohma dla obwodu

$$\mathcal{E} = U + U_w = U + IR_w \text{ [V]}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_z} = \frac{\mathcal{E}}{R + R_w} \text{ [A]}$$

gdzie:

$\mathcal{E}$  – siła elektromotoryczna

$R_w$  – opór wewnętrzny ogniwa

## 10.4 Prawa Kirchhoffa

**Pierwsze prawo Kirchhoffa:** Suma natężeń wpływających do węzła obwodu elektrycznego jest równa sumie natężeń wypływających z węzła.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (10.6)$$

**Drugie Prawo Kirchhoffa:** Suma sił elektromotorycznych i spadków napięć w obwodzie zamkniętym (oczku) jest równa zero.

$$\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i + \sum_{i=1}^n I_i R_i = 0 \quad (10.7)$$

## 10.5 Przewodnictwo ciał stałych

Wyróżnia się trzy grupy ciał stałych ze względu na właściwości elektryczne:

- przewodniki
- izolatory
- półprzewodniki

**Przewodnikami** są przede wszystkim metale takie jak miedź i żelazo. Dobre przewodzą prąd, bo posiadają wolne elektrony. Wraz ze wzrostem temperatury opór elektryczny przewodników wzrasta wskutek drgań sieci krystalicznej, w której poruszają się elektrony.

**Izolatory** nie przewodzą prądu elektrycznego lub robią to bardzo słabo z powodu braku wolnych elektronów.

**Półprzewodniki** to materiały które mogą wykazywać właściwości zarówno izolatorów, jak i przewodników. Wraz ze wzrostem temperatury ich opór elektryczny maleje, gdyż część elektronów przeskakuje z poziomu podstawowego do poziomu przewodnictwa, stając się nośnikami prądu elektrycznego. Poprzez domieszkowanie półprzewodnika pierwiastkami z grupy 13 bądź 15 układu okresowego uzyskuje się odpowiednio *półprzewodnik dziurowy* (typ „p”) oraz *półprzewodnik elektronowy* (typ „n”).

## 10.6 Dioda półprzewodnikowa

Dioda półprzewodnikowa jest złożona z dwóch złączonych półprzewodników — jeden typu „p”, a drugi typu „n” — tworzących złącze p-n/n-p. Dioda półprzewodnikowa przepuszcza prąd tylko w jednym kierunku.



## Rozdział 11

# Magnetyzm

### 11.1 Pole magnetyczne

**Definicja. Pole magnetyczne** to przestrzeń, w której na umieszczone w niej naładowane cząstki oraz ciała o właściwościach magnetycznych działają siły magnetyczne. Ciała wykazujące właściwości magnetyczne posiadają **domeny magnetyczne** — obszary o stałym namagnesowaniu. Źródłem pola magnetycznego może być np. magnes trwały lub przewodnik z prądem (doświadczenie Ørsted).

#### 11.1.1 Pole magnetyczne prostoliniowego przewodnika

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (11.1a)$$

gdzie:

$\mu_0$  – stała przenikalności magnetycznej próżni

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{\text{Tm}}{\text{A}}, \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \right]$$

**Reguła prawej ręki dla prostoliniowego przewodnika:** *Jeżeli kciuk zaciśniętej wokół przewodnika prawej ręki wskazuje kierunek przepływu prądu, to reszta palców tej ręki wskazuje zwrot linii pola magnetycznego.*

#### 11.1.2 Pole magnetyczne gęstej zwojnicy

$$B = \frac{\mu_0 n I}{l} \quad (11.1b)$$

gdzie:

$n$  – ilość nawiniętych zwojów

$l$  – długość zwojnicy

**Reguła prawej ręki dla zwojnicy:** Jeżeli palce prawej ręki (oprócz kciuka) wskazują kierunek przepływu prądu w zwojach zwojnicy, to kciuk wskazuje zwrot, w którym znajduje się północny biegun magnesu.

### 11.1.3 Pole magnetyczne pętli (pojedynczego zwoju)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad (11.1c)$$

## 11.2 Siła elektrodynamiczna

**Definicja. Siła elektrodynamiczna** to siła działająca na umieszczony w polu magnetycznym przewodnik, przez który przepływa prąd elektryczny, powodując jego ruch.

$$\begin{aligned} \vec{F} &= I \Delta \vec{l} \times \vec{B} \text{ [N]} \\ F &= I \Delta l \cdot B \sin \angle(\Delta \vec{l}, \vec{B}) \end{aligned}$$

jeżeli  $\Delta \vec{l} \perp \vec{B}$ , to:

$$\boxed{F = BI \Delta l} \quad (11.2)$$

**Zasada lewej ręki dla siły elektrodynamicznej:** Jeżeli palce lewej ręki (oprócz kciuka) wskazują kierunek przepływu prądu, a wewnętrzna część dłoni jest skierowana tak, że wbijają się w nią linie pola magnetycznego, to kciuk wskazuje zwrot działania siły elektrodynamicznej.

## 11.3 Siła Lorentza

**Definicja. Siła Lorentza** to siła działająca na naładowane cząstki poruszające się w polu magnetycznym powodująca odchylenie toru ruchu tych cząstek.

$$\begin{aligned} \vec{F}_L &= q \vec{v} \times \vec{B} \text{ [N]} \\ F_L &= qvB \sin \angle(\vec{v}, \vec{B}) \end{aligned}$$

jeżeli  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , to:

$$\boxed{F_L = qvB} \quad (11.3)$$

**Zasada lewej ręki dla siły Lorentza:** Jeżeli palce lewej ręki (oprócz kciuka) wskazują zwrot wektora prędkości cząstki, a wewnętrzna część dłoni jest skierowana tak, że wbijają się w nią linie pola magnetycznego, to kciuk wskazuje zwrot działania siły Lorentza dla cząstek naładowanych dodatnie, a przeciwny zwrot dla cząstek naładowanych ujemnie.

## 11.4 Cyklotron

Cyklotron służy do przyspieszania cząstek obdarzonych ładunkiem. Składa się z dwóch duantów w kształcie puszki.

## 11.5 Wzajemne oddziaływanie przewodników z prądem

Jeżeli w równoległych przewodnikach prąd płynie w tym samym kierunku, to te przewodniki się przyciągają, a jeżeli prąd płynie w przeciwnych kierunkach, to się odpychają.

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \Delta l}{2\pi r} \text{ [N]}$$

jeżeli  $I_1 = I_2$ , to:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 \Delta l}{2\pi r}$$

## 11.6 Właściwości magnetyczne substancji

Ze względu na właściwości magnetyczne substancje dzielimy na:

- ferromagnetyki
- paramagnetyki
- diamagnetyki

**Ferromagnetyki** posiadają silne właściwości magnetyczne, np. żelazo, kobalt, nikiel. ( $\mu_r \gg 1$ )

**Paramagnetyki** wykazują słabe właściwości magnetyczne, np. aluminium, cyna, magnez, hemoglobina, ciekły tlen. ( $\mu_r > 1$ )

**Diamagnetyki** nie wykazują żadnych właściwości magnetycznych, osłabiają pola magnetyczne zewnętrzne, wypychają pole magnetyczne ze swojego wnętrza, np. miedź, złoto, ołów, cynk, gazy szlachetne. ( $\mu_r < 1$ )

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

gdzie:

$\mu_r$  – względna przenikalność magnetyczna substancji

$B$  – indukcja magnetyczna wewnątrz substancji

$B_0$  – indukcja magnetyczna w próżni

### 11.6.1 Pętla histerezy ferromagnetyka

## 11.7 Silnik elektryczny

Silnik elektryczny zamienia energię elektryczną w energię mechaniczną. Zbudowany jest ze:

- stojana, na którym umieszczono elektromagnesy
- wirnika
- komutatora, który zamienia kierunek przepływu prądu
- szczotek, np. grafitowych

Prąd elektryczny, przepływając przez wirnik składający się z wielu uzwojeń, wytwarza pole magnetyczne, które oddziałuje z polem magnetycznym elektromagnesów. Pojawia się siła elektrodynamiczna, która powoduje obrót wirnika.

## Rozdział 12

# Elektromagnetyzm

### 12.1 Zjawisko indukcji elektromagnetycznej

**Definicja.** Zjawisko indukcji elektromagnetycznej Faradaya polega na wzbudzeniu w zwojnicy zmiennego pola elektrycznego wskutek działania zewnętrznego, zmiennego pola magnetycznego. W układzie zwojnicy indukuje się siła elektromagnetyczna, a po podłączeniu odbiornika w układzie płynie prąd indukcyjny.

Jego siła zależy od:

- ilości zwojów,
- wartość indukcji magnetycznej zewnętrznego pola (magnesu),
- szybkość zmiany pola magnetycznego (szybkość ruchu magnesu).

**Reguła Lenza:** *Prąd indukcyjny wytworzony przez indukcję elektromagnetyczną przyjmuje taki kierunek, by pole magnetyczne wytworzone przez jego przepływ przeciwstawiało się przyczynie wywołania prądu.*

### 12.2 Zjawisko samoindukcji

#### 12.2.1 Strumień indukcji magnetycznej

**Definicja.** Strumień indukcji magnetycznej to strumień pola dla indukcji magnetycznej.

$$\begin{aligned}\Phi &= \vec{B} \cdot \vec{S} \text{ [Wb]} \\ \Phi &= BS \cos \angle(\vec{B}, \vec{S})\end{aligned}\tag{12.1}$$

**Definicja. Współczynnik samoindukcji** (indukcyjność) to stały stosunek wytwarzanego przez prąd strumienia indukcji magnetycznej do natężenia tego prądu.

$$L = \frac{\Phi}{I} \text{ [H]}$$

$$L = \text{const.}$$

**Definicja. Zjawisko samoindukcji** polega na wytwarzaniu się *SEM* w zwojnicy pod wpływem zjawiska indukcji Faradaya [12.1].

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \text{ [V]}$$

$$\mathcal{E} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (12.2)$$

## 12.3 Prąd przemienny

### 12.3.1 Wzory wartości chwilowych

$$\Phi(t) = BS \cos \omega t \quad (12.3a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t) &= \omega BS \sin \omega t \\ &= \mathcal{E}_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (12.3b)$$

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{\mathcal{E}_0}{R} \sin \omega t \\ &= I_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (12.3c)$$

$$U(t) = I_0 R \sin \omega t \quad (12.3d)$$

$$P(t) = RI_0^2 \sin^2 \omega t \quad (12.3e)$$

### 12.3.2 Moc średnia

$$P_{\text{sr}} = \frac{1}{2} RI_0^2 \quad (12.4)$$

### 12.3.3 Wzory wartości skutecznych

$$I_s = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (12.5a)$$

$$U_s = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \quad (12.5b)$$

$$(12.5c)$$

## 12.4 Transformator

**Definicja. Transformator** to urządzenie służące do zmiany napięcia prądu przemiennego.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (12.6)$$

gdzie:

$U_1$  – napięcie na uzwojeniu pierwotnym

$n_1$  – ilość zwojów na uzwojeniu pierwotnym

$I_1$  – natężenie prądu na uzwojeniu pierwotnym

$U_2$  – napięcie na uzwojeniu wtórnym

$n_2$  – ilość zwojów na uzwojeniu wtórnym

$I_2$  – natężenie prądu na uzwojeniu wtórnym

### 12.4.1 Przekładnia transformatora

**Definicja. Przekładnia transformatora** to stosunek ilości zwojów (lub napięcia) na uzwojeniu wtórnym do ilości zwojów (lub napięcia) uzwojeniu pierwotnym.

$$\vartheta = \frac{n_2}{n_1} = \frac{U_2}{U_1} \quad (12.7)$$