

JEGYZŐKÖNYV

KORSZERŰ VIZSGÁLATI MÓDSZEREK

LABORATÓRIUM

ABSZOLÚT ÉS RELATÍV AKTIVITÁS MÉRÉSE



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM

- Mérést végezte : Brindza Mátyás
 - Mérőtársak : Kovács Benjamin, Németh Olivér
 - Mérés időpontja : 2023.03.31.
-
-

Tartalomjegyzék

1. A mérés célja	3
2. A mérés elméleti háttere	3
2.1. A vizsgált izotópok bomlásai	3
2.1.1. A ^{22}Na radioaktív bomlása	3
2.1.2. A ^{60}Co radioaktív bomlása	4
2.2. Az abszolút aktivitás fogalma	4
2.3. Koincidenca-módszer	5
2.3.1. Felbontóképesség	5
2.3.2. A koincideneciák száma	5
2.3.3. Szögfüggés	6
2.3.4. Véletlen koincideneciák	6
3. A kísérleti elrendezés	7
4. Mérési feladatok	8
4.1. A ^{22}Na spektruma	8
4.2. A koincideneciák szögfüggése ^{22}Na esetén	10
4.3. ^{22}Na - Véletlen koincideneciák	11
4.4. A ^{60}Co spektruma	12
4.5. A ^{60}Co aktivitása	13
5. Számolási feladatok	14
5.1. A labor során kapott dózis	14
5.2. Az aktivitás időbeli változása	14
6. Felhasznált irodalom	15

1. A mérés célja

A mérés során a ^{22}Na és a ^{60}Co izotópok aktivitását mérjük konkidencia-módszerrel. Megvizsgáljuk a konkidencia detektálás szögfüggését is, illetve a késleltetés és háttér hatását a mérési eredményekre. Végül az így kapott aktivitások segítségével kiszámolhatjuk mikor voltak 1MBq aktivitásúak a minták, illetve becslést is végezhetünk a labor során kapott dózisiról.

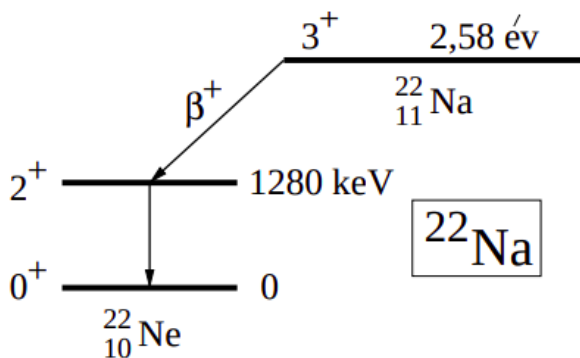
2. A mérés elméleti háttere

Ez a fejezet rövid elméleti ismertetőként szolgál a mérés kiértékeléséhez használt kifejezések és a hibaforrások megértéséhez.

2.1. A vizsgált izotópok bomlásai

2.1.1. A ^{22}Na radioaktív bomlása

A ^{22}Na bomlási sémája az alábbi ábrán látható¹. A ^{22}Na atommag egy gerjesztett ^{22}Ne atommagra bomlik, közben kibocsátja egy pozitront. A ^{22}Ne mag legerjesztődéskor kibocsát egy 1280keV energiájú γ -fotont.



1. ábra. A ^{22}Na izotóp bomlási sémája

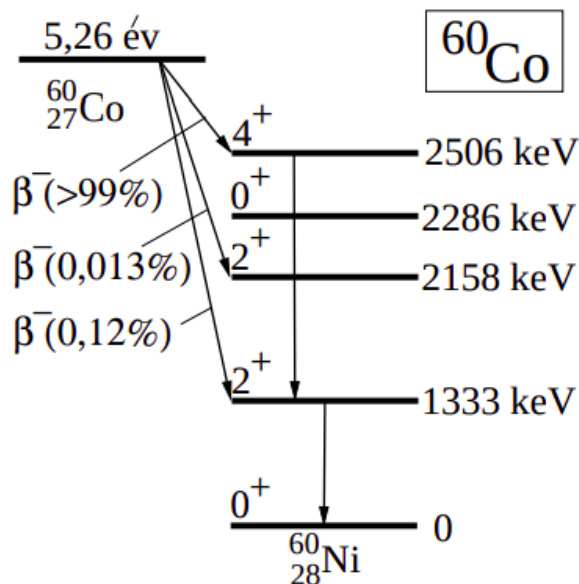
Mivel β^+ bomlásról beszélünk, egy β^+ részecske, azaz egy pozitron távozik az atommagból. A pozitron-elektron annihilációnak csak akkor van nagy valószínűsége, ha a pozitron és az elektron impulzusa közel megegyező. Mivel az anyagban lévő elektronoknak kicsi az impulzusa, ezért csak a majdnem teljesen lefékezett pozitronok annihilálódnak. Annihilációkor két γ -foton keletkezik², melyek ellentétes irányban indulnak el, és fejenként annyi energiával rendelkeznek, mint egy elektron nyugalmi tömege (511keV). A ^{22}Na izotóp esetén ezeket az 511keV energiájú γ -fotonokat mérjük, melyek gyakorlatilag egyszerre keletkeznek, és (legtöbbször) 180° iránybeli eltérés van közöttük.

¹Forrás : <http://atomfizika.elte.hu/kvml/docs/korszeruosszefuzott.pdf>

²Keletkezhethárom foton is, de erre nagyon kicsi a valószínűség, néhány ezrelék.

2.1.2. A ^{60}Co radioaktív bomlása

A ^{60}Co izotóp bomlási sémája az alábbi ábrán látható³. A ^{60}Co mag elbomlik egy gerjesztett ^{60}Ni magra. Amint az ábra mutatja, a végtermék három fajta gerjesztett állapotban is lehet, ám ezek közül a legvalószínűbb állapot energiája 2506keV -vel az alapállapot felett van. Amennyiben a lehető legmagasabb energiájú gerjesztett állapotba bomlik a ^{60}Co mag, legerjesztődik az első gerjesztett állapotra, ekkor kibocsátja egy 1173keV energiájú γ -fotont. Ezután legerjesztődik alapállapotra, mely egy 1333keV energiájú γ -foton kibocsátásával jár. Ezt a jelenséget kaszkád bomlásnak is szokás nevezni.



2. ábra. A ^{60}Co izotóp bomlási sémája

E két bomlás között nagyon kevés idő telik el ($\approx 10^{-12}\text{s}$), ezért gyakorlatilag egyidejűnek tekinthető a két foton keletkezése⁴. Fontos kiemelni, hogy a ^{22}Na bomlása során keletkező foton-párokkal ellentétben, a ^{60}Co bomlása során keletkező foton-párok között nincs iránykorreláció. Mindkét foton a tér bármely irányába elindulhat, egymástól függetlenül.

2.2. Az abszolút aktivitás fogalma

A mérés során használt berendezés - mely a következő fejezetben kerül ismertetésre - két különböző detektorból áll, melyek egy adott energiatartományban mérik a beérkező γ -fotonok számát, illetve egy egyszerű áramkörrel képes meghatározni (bizonyos pontossággal), hogy egy-egy foton egyszerre érkezett-e be a két detektorba. Valójában beütésszámot (N) mérünk kettő egy-csatornás analizátorral.

Poisson-eloszlás írja le azoknak az eseményeknek a bekövetkezési számát adott idő alatt, melyek egy bizonyos, ismert valószínűséggel következnek be függetlenül. A radioaktív bomlás is pont egy ilyen folyamat, ezért az N beütésszámok hibája mindig (legalábbis nyers adatok esetén) a Poisson-eloszlásból származhat, mely szerint a mért beütésszám alatt $N \pm \sqrt{N}$ értendő.

A mért beütésszám nem egyezik meg az elbomlott magok számával, mivel a bomlás során keletkező γ -fotonoknak csupán egy bizonyos hányada éri el a detektort, illetve az összetett mérőberendezésen belül is bárhol történhet veszteség. Ezek figyelembevételével az alábbi kifejezés érvényes a t ideig mért beütésszámokra.

$$N = e \cdot A \cdot t \quad (1)$$

Az A -val jelölt mennyiséget nevezzük (abszolút) aktivitásnak, az e -vel jelölt mennyiség pedig a számlálás egyesített hatásfoka. Az aktivitás az a mennyiség, mely megadja, hogy időegységenként mennyi bomlás történik⁵. A számlálás egyesített hatásfoka alatt azt értjük, hogy a bekövetkezett bomlások mekkora hányadában

³Forrás : <http://atomfizika.elte.hu/kvml/docs/korszeruosszefuzott.pdf>

⁴A berendezés felbontásáról a későbbiekben szó lesz.

⁵Valójában az aktivitás idővel csökken, mivel a bomlásállandó az állandó mennyiség, mely azt mondja meg, hogy a magok mekkora hányada bomlik el adott idő alatt. Idővel csökken a bomlóképes magok száma, tehát az adott időegységenként történő bomlások száma is csökken. Nagy felezési idő esetén az aktivitás konstansnak tekinthető - esetünkben is, a felezési idő éves nagyságrendű.

mérjük meg a kívánt részecskét (esetünkben γ -fotont), mely az alábbi alakban fejezhető ki :

$$e = g \cdot \epsilon \cdot \eta \quad (2)$$

ahol

- g a térszög faktor : Ezzel a mennyiséggel vesszük figyelembe, ha a detektor nem fedi le a sugárzás teljes térszögét. Felírható, mint $g = F/(4\pi R^2)$, amennyiben F a detektor (szcintillátor) felülete, illetve R a detektor és a (pontszerűnek tekintett) forrás távolsága. Továbbá fennáll, hogy $g \leq 1$, akkor van egyenlőség, ha a teljes térszög le van fedve.
- ϵ a beeső részecske-intenzitás faktora : Ez a mennyiség írja le, hogy a bomlások mekkora hányada jár a számlálni kívánt (adott energiájú és típusú) részecske kibocsátásával. Például ^{60}Co esetén a 825keV energiájú γ -fotonokra $\epsilon = 0.013\%$, azaz 10^5 bomlás alatt (átlagosan) csupán 13 ilyen foton keletkezik. Ha minden bomlás a kívánt részecske kibocsátásával jár, $\epsilon = 1$, ám például pozitron-annihiláció esetén lehetséges $\epsilon > 1$ is, mivel egy bomlás során több foton is keletkezik.
- η a detektálási határfok : Ez a mennyiség adja meg, hogy átlagosan a fotonok mekkora hányada kerül megszámlálásra. A γ -fotonok azon része, mely kölcsönhatásba lép a szcintillátor kristály anyagával, három jelentősebb módon teheti meg azt : Compton-szórással ($P \sim Z$), párkeltéssel ($P \sim Z^2$) illetve fotoeffektussal ($P \sim Z^5$). Mindhárom valószínűség kísérletileg igazoltan kicsi, azaz a γ -fotonok áthatolóképessége igen nagy, ezért minden esetben fennáll, hogy $\eta < 1$.

Ezen faktorok meghatározása körülményes lehet, illetve általában sok külső hatástól függnék (pl. hőmérséklet, nyomás, páratartalom), melyek egyben zajforrások is. Ez az egyik fő motiváció arra, hogy olyan módszert használjunk, amely kiküszöböli a számlálás egyesített határfokát.

2.3. Koincidencia-módszer

Az (1)-es kifejezés alapján látható, hogy N és t mérésekor csupán az $e \cdot A$ szorzat határozható meg. Az egyesített számlálási határfok kiküszöbölésére született meg a koincidencia-módszer. Koincidencia alatt kettő, vagy annál több jel időbeli egybeesését értjük.

2.3.1. Felbontóképesség

Kísérleti elrendezéstől függ, hogy mikor számít egyidejűnek két jel. A fotonok a szcintillátor kristályban elektronokat keltenek, melyek ezután a PMT-berendezésbe kerülnek, majd különböző jelformáló transzformációkon mennek keresztül. Végző soron, amikor a foton "megszámlálásra" kerül, egy T_e hosszúságú elektromos impulzus formájában van jelen a koincidenciát mérő áramkörben, mely egyszerű esetben egy logikai AND kapu. Ha két impulzus majdnem épp egymás után, nagyon kicsi ΔT idő átfedéssel érkezik be, még épp koincidenciát mérünk. Így ha az egyik impulzus a $[0, T_e]$ időintervallumban érkezett, a koincidencia-számláló nem tesz különbséget a $[-T_e, 0]$ és a $[T_e, 2T_e]$ alatt beérkező impulzusok között. A felbontási időt T -vel jelöljük, ennél kisebb időn belül bekövetkező jelek megkülönböztethetetlenek (koincidencia szempontjából). Az előző példán a $[0, T_e]$ intervallumban bejövő impulzus mellett a számláló nem különbözteti meg a $-T_e$ -ben és a $+T_e$ -ben jövő impulzusokat, így $T = 2T_e$.

2.3.2. A koincidenciák száma

Az általunk vizsgált folyamatban párosával keletkeznek a fotonok. Ekkor lehetséges, hogy az egyik fotont az 1-es számú detektor érzékeli, a másik fotont a 2-es számú, ám ez fordítva is megtörténhet. Ezért vezetjük be az 1-es számú detektor egyesített határfokát az egyik (e_{11}), illetve a másik (e_{12}) fotonra, hasonlóképp a 2-es számú detektor esetén is (e_{21} és e_{22}). Így a két detektor által mért beütések száma t idő alatt :

$$N_1 = (e_{11} + e_{12}) \cdot A \cdot t \quad (3)$$

$$N_2 = (e_{21} + e_{22}) \cdot A \cdot t \quad (4)$$

Független eseményeket feltételezve a valószínűségek összeszorzódnak - azaz a koincidenciák száma arányos azzal, hogy mekkora eséllyel érzékelték az egyik detektor az egyik fotont, miközben a másik detektor érzékelt a másik fotont - és fordítva.

$$N_k = (e_{11} \cdot e_{22} + e_{12} \cdot e_{21}) \cdot A \cdot t \quad (5)$$

Az előbbi három kifejezés átrendezésével az alábbi alakra hozható az összefüggés.

$$\left(1 + \frac{e_{11} \cdot e_{21} + e_{22} \cdot e_{12}}{e_{11} \cdot e_{22} + e_{12} \cdot e_{21}}\right) = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_k \cdot A \cdot t} \Rightarrow A = \frac{N_1 \cdot N_2}{2 \cdot t \cdot N_k} \quad (6)$$

A fent használt közelítés akkor elég jó, ha a két foton energiája nem tér el túlságosan, ugyanis ekkor mindkét fotont hasonló valószínűséggel mérjük meg bármelyik detektorral, azaz a fenti kifejezés bal oldalán álló tört ≈ 1 . Szerencsére pozitron-annihiláció esetén a két foton energiája megegyezik, a ^{60}Co bomlása esetén pedig 1173keV és 1333keV energiájú fotonokról beszélünk, ezért ez jó közelítésnek bizonyul.

2.3.3. Szögfüggés

A ^{22}Na és a ^{60}Co bomlása esetén is a kilépő fotonok közt van némi iránykorreláció - az előbbi esetén nagyon nagy, az utóbbi esetben nagyon kicsi, de még mérhető. Pozitron-annihiláció esetén az impulzusmegmaradás miatt van erős szögfüggés, míg a bomló magokból kilépő fotonok iránya a mag spinjétől és paritásától függ.

2.3.4. Véletlen koincidenenciák

Előfordulhat, hogy egy megmért koincidenenciának nincs fizikai oka, csupán véletlenül keletkezett és mérődött meg egy-egy hasonló energiájú foton - majdnem egyszerre - a két detektorba. Ahhoz, hogy ennek valószínűségét meghatározzuk, figyelembe kell venni, hogy a mérőberendezés mennyi ideig dolgoz fel egyetlen jelet. Az első detektor N_1 beütést számlál, ezalatt összesen $N_1 \cdot T$ idő telik el. Annak a valószínűsége, hogy egy mérés során pont ekkor jön be egy másik jel - függetlenül az első detektoron mért jelektől -, nagy beütésszámok esetén jól közelíthető, mint $T \cdot N_1 / t$. Amennyiben N_2 jelet mért a második detektor, a véletlen koincidenenciák várható értéke :

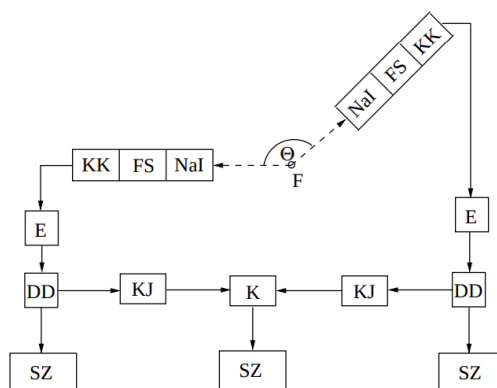
$$N_v = N_1 \cdot N_2 \cdot \frac{T}{t} \quad (7)$$

Ez alapján a valódi koincidenenciák száma megadható, mint a mért és a véletlen koincidenenciák számának különbsége.

$$N_m = N_k - N_v \quad (8)$$

3. A kísérleti elrendezés

A γ -fotonok detektálásához jól bevált eszközök a szcintillátor kristályok, mérés során egy-egy NaI(Tl) szcintillátort használunk. A szcintillátorból kilépő elektronok a fotoelektron-sokszorozóba, másnéven PMT-be (photomultiplier tube) kerülnek. A PMT berendezés vákuumban sorba helyezett elektródákból (ún. dinódákból) és egy fotokatódból áll. A szcintillátorból kilépő fotonok elektronokat löknek ki a fotokatód felületéről, majd ezek az elektronok további elektronokat löknek az első dinóda felületéről. Ezután az elektródák közti potenciálkülönbség hatására együtt gyorsulnak tovább az elektronok a második dinódáig, ahol ugyanilyen másodlagos kibocsátás történik. Ez a folyamat ismétlődik egészen az utolsó dinódáig. Egy ilyen berendezés sokszorozási képessége akár $10^6 - 10^8$ értéket is elérhet⁶, ezért a különösen ügyelni kell arra, hogy a feszültség alatt lévő fotokatódot ne érje fény a szcintillátorból származó fényen kívül. A fotoelektron-sokszorozó kimeneti jelét egy illesztő áramkör fogja fel, majd egy jelerősítő teszi lehetővé, hogy a differenciál diszkrimátor értelmezni tudja a jelet. A mérést két ilyen, adott Θ szögben elhelyezett detektorral végezzük. Az egyik detektor pozícióját fixen tartjuk, a másik detektor pedig ehhez képest 20° és 180° között állítható. A teljes mérési elrendezést az alábbi ábra jeleníti meg.



3. ábra. A kísérleti elrendezés : F - forrás; Θ - a detektorok által bezárt szög; NaI - szcintillátor; FS - fotoelektron sokszorozó; KK - illesztő áramkör; E- erősítő; DD - differenciál diszkrimátor; KJ - késleltető jelformáló; K - koincidencia egység; SZ - számláló

A differenciál diszkrimátor egycsatornás analízátor néven is ismert. Az eszköz két módba állítható. Az első módban akkor ad ki jelet, ha a bejövő elektromos impulzus amplitúdója egy tetszőleges $[V, dV]$ intervallumba esik. A V mennyiséget alapszintnek szokás nevezni, dV -t pedig csatornaszélességnek. A másik módban pedig akkor ad ki jelet a differenciál diszkrimátor, ha egy adott V küszöbfeszültség felett bejövő jelet észlel. Egy számláló minden bejövő jel hatására megnövel egy egész számot, melyet oldalági beütésnek hívunk (N_1 és N_2).

A diszkrimátor által kibocsátott jel duplikálható, majd tetszőleges mértékben késleltethető - méréskor erre is sor kerül majd. Alap esetben a késleltetés nélküli jelek a koincidencia egységben találkoznak, mely meg tudja állapítani, hogy egyszerre jöttek-e be a jelek, illetve nyomon követi az egyszerre bejövő jelek számát. Mint minden berendezés, a koincidencia egység is csak bizonyos pontossággal működik, melyre a (2.3.1)-es alfejezet ismertet.

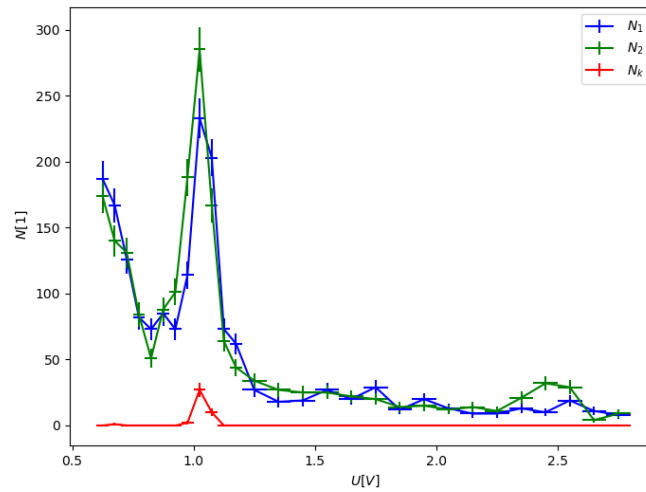
⁶Függve a dinódák számától és a rájuk kapcsolt feszültségtől, illetve a vákuum minőségétől és további veszteségektől.

4. Mérési feladatok

4.1. A ^{22}Na spektruma

E mérés során 180° -ot zár be a két detektor. Először 0.1V -os csatornaszélességgel mérjük a beütésszámot 0.6V -tól egészen 2.8V -ig. Ez alapján meghatározható, hogy nagyjából merre van az annihilációs csúcs, ezen az intervallumon mérünk 0.05V csatornaszélességgel, 0.6V -tól kezdve 1.2V -ig, hogy pontosabban kimérjük a görbe alakját. Előre sejthető, hogy nagyjából 1V körül lesz a görbe középvonala, így idő hiányában és a redundancia elkerülése érdekében nem végeztük el a nagyobb csatornaszélességű méréseket ott, ahol kisebb ablakkal is mérnénk.

A mért nyers adatokat az alábbi ábra foglalja össze. Az x -irányú hibataromány a csatornaszélességből jön, az y -irányú pedig a Poisson-eloszlásból. Mivel minden esetben összeérnek az x irányú hibatarományok, valójában folytonos hisztogramot mértünk, de az egyszerűség kedvéért görbeként ábrázoljuk.



4. ábra. A ^{22}Na γ -spektruma

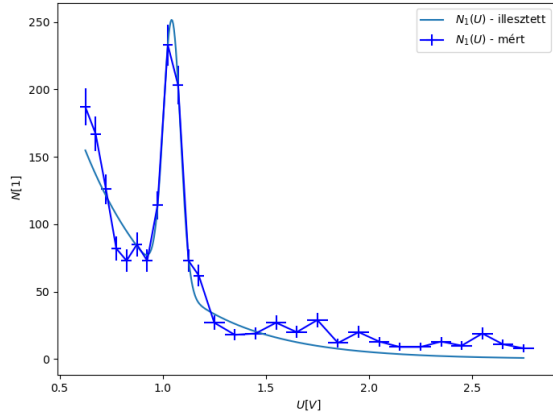
Az ábrán látható 1V környékén lévő csúcs mindkét detektor esetén az annihilációs csúcs, tehát a ezek közepei felelnek meg 511keV energiának. Azért sejtjük, hogy ez tényleg az annihilációs csúcs, mivel a koincidenciák számának is itt van a maximuma. Az ábrán látható adatok az annihilációs csúcson kívül két másik dolgot is tartalmaz : a ^{22}Na bomlási sémáján látható nagyenergiás csúcsot⁷, mely 1280keV -nek felel meg és a háttérsugárzást. Ha a feszültség és a foton energiája között durván lineáris összefüggést feltételezünk, és megfeleltetjük az 1V feszültséget 511keV energiának, a 2.5V feszültség nagyjából 1280keV -nek felel meg - innen sejtjük, hogy a nagyenergiás csúcsot látjuk. Az is látható, hogy a nagyenergiás csúcs esetén nem észlelünk koincidenciákat, mivel a ^{22}Ne mag legerjesztődésekor mindig csak egy foton lép ki.

Belátható, hogy a nagyenergiás csúcs elég lokalizált, így nem fog zavarni az annihilációs csúcs illesztésénél. Azonban a háttérzaj - főleg az adatsor elején - összemérhető a csúcs maximumával, ezért nem szabad figyelmen kívül hagyni. A háttérzajt exponenciálissal közelítjük. Így az illesztéshez használt séma-függvény :

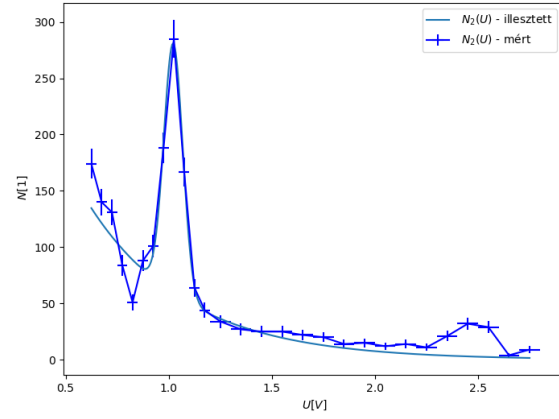
$$N(U) = A_{Gauss} \cdot e^{-(U-\mu)^2/(\sigma)^2} + A_{zaj} \cdot e^{-\lambda U} \quad (9)$$

A két csúcsra történt illesztés eredményét az alábbi táblázat foglalja össze, illetve az alábbi ábrák jelenítik meg.

⁷Pontosabban a ^{22}Ne mag legerjesztődésének a csúcsát.



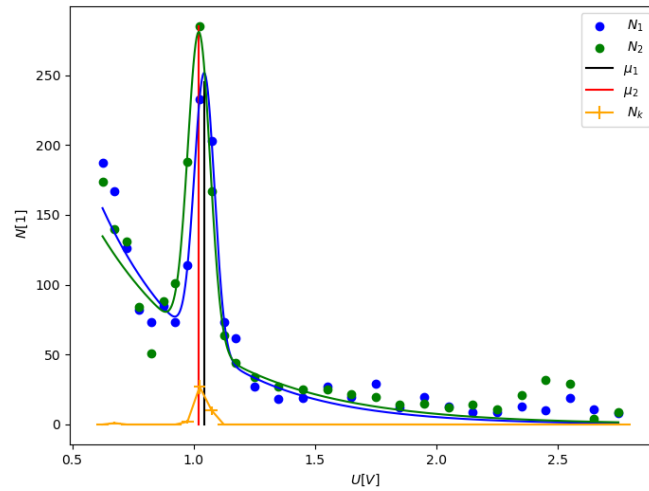
5. ábra. ^{22}Na - illesztés az első detektorra



6. ábra. ^{22}Na - illesztés a második detektorra

	1-es számú detektor	2-es számú detektor
$A_{Gauss}[1]$	199.58376 ± 29.2614	226.81347 ± 27.43825
$\mu[V]$	1.04534 ± 0.0061	1.02295 ± 0.00617
$\sigma[V]$	0.06471 ± 0.00936	-0.08286 ± 0.00993
$\lambda[1/V]$	3.17644 ± 0.76282	4.26083 ± 1.07835
$A_{zaj}[1]$	1243.81927 ± 713.40047	$2445.34195 \pm 1897.22278$

1. táblázat. Az $N_1(U)$ és $N_2(U)$ pontokra illesztett görbék



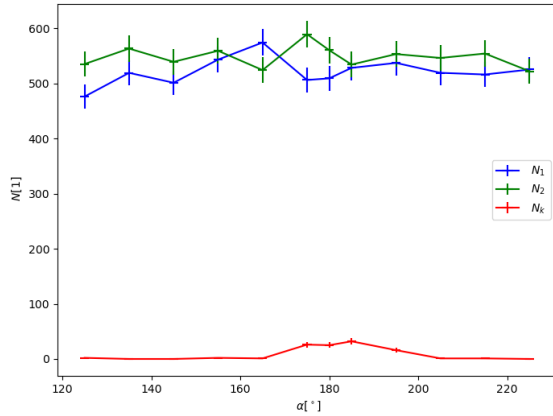
7. ábra. ^{22}Na - az annihilációs csúcsra illesztett exponenciális+Gauss

A két detektor $\Delta U = 0.02224V$ különbséggel jósolta meg az annihilációs csúcs helyzetét, mely nagyjából 2%-os eltérésnek felel meg. Az illesztésből származó hibák (melyek a bomlás statisztikus jellegét is figyelembe veszik) ennél egy nagyságrenddel kisebbek, $\approx 0.6\%$.

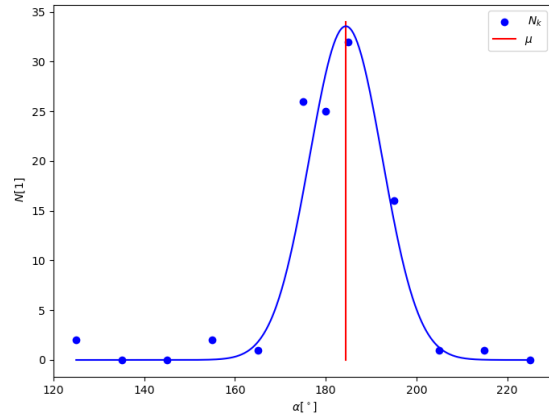
4.2. A koincidenciák szögfüggése ^{22}Na esetén

A mérés során pontonként 15s-ig mérünk, a DD feszültsége pedig $U > 0.8V$, mivel integrált módban használjuk a berendezést. 10° -os lépésekben haladunk 125° és 225° között, illetve 180° -nál is mérünk. A szögmérés hibája $\pm 0.5^\circ$.

Tudjuk, hogy pozitron-annihiláció esetén a két γ -foton ellentétes irányban indul el. Azonban mégis mérünk koincidenciákat 180° -tól eltérő szögállásokban is. Ez annak tudható be, hogy a γ -fotonok szóródhatnak a forrásban, és a levegőben is. Továbbá a szcintillátorok kiterjedt objektumok - valójában a forrás is az -, ezért egy ideig lesznek olyan tartományok az 180° -tól eltérő szögben elhelyezett szcintillátor-felületek között, melyekre egyenest húzva átmetszük a forrást - azaz tudunk annihilációs fotonokat detektálni. Fontos kiemelni, hogy most elhanyagoltuk a pozitron és az elektron impulzusát - nem 0 impulzus esetén 180° -nál kisebb szöget zárnak be az annihilációs fotonok. Ezt a szögfüggést vizsgáljuk most meg.



8. ábra. A ^{22}Na izotópok annihilációs fotonjainak szögfüggése



9. ábra. A koincidenciákra illesztett Gauss-görbe

A mért adatok halmazából számunkra a koincidenciák száma lesz fontos. Az oldalági beütésszámok ezesetben csak azért fontosak, hogy meggyőződjünk arról, hogy minden szögállásban nagyjából ugyanannyi beütést mérünk, illetve hogy lássuk, mennyire kevés koincidenciát mérünk a beütésszámokhoz képest. A mért annihilációk számának nem szabad nagyon változnia, mivel ez a két detektor helyzetétől független. Valójában azt szeretnénk megvizsgálni, hogy az egyes annihilációkhoz tartozó két foton által bezárt szög milyen eloszlást követ, és pont ezt adja meg az $N_k(\alpha)$ összefüggés.

Az $N_k(\alpha)$ ponthalmazra Gauss-görbét illesztünk, melynek eredménye :

$$N_k(\alpha) = A \cdot e^{-(\alpha-\mu)^2/(\sigma)^2} \quad (10)$$

$$A = 33.56249 \pm 5.18755 \quad (11)$$

$$\mu = 184.42974^\circ \pm 1.21523^\circ \quad (12)$$

$$\sigma = 11.34401^\circ \pm 1.09885^\circ \quad (13)$$

A koincidenciák számának névlegesen $\alpha = 180^\circ$ -nál van a maximuma, ám ez nem esik bele a névleges érték az eredményünk hibatarományába. Ez minden bizonnyal a szögmérés pontatlanságának tudható be. Sajnos nem csak a szögmérő beosztásaitól függ a mért szög, egy sokat használt műszerben található alkatrészek (csapágyak, karok, stb.) már nem illeszkednek olyan szorosan, így akár több foknyi eltérést eredményezve kimoszoghathatnak. Bár a névleges 180° nincs benne a hibatarományban, az eltérés és a hiba nagyságrendileg megegyeznek.

4.3. ^{22}Na - Véletlen koincidenciák

A mérés előtt 90° -os szögbe állítjuk a két detektort, majd két, fejenként 10 perces mérést végzünk. Szintén integrált módban ($U > 0.8V$) használjuk a berendezést. Az első mérést késleltetés nélkül végezzük, a másodikon pedig bekapcsoljuk a késleltetést. A mérési eredményeket az alábbi táblázat foglalja össze.

A véletlen koincidenciák száma megbecsülhető a (7)-es kifejezés segítségével :

	N_1	N_2	N_k
Késleltetés nélkül	20655	21919	51
Késleltetéssel	20445	21879	1

2. táblázat. Koincidenciák

$$N_v = N_1 \cdot N_2 \cdot \frac{T}{t} \approx 0.75 \quad (14)$$

Ez nagyságrendileg megegyezik a mért véletlen koincidenciákkal, ám nem magyarázza a mért $N_k = 51$ koincidenciaszámot. A késleltetés módszere azon alapszik, hogy a bejövő fotonok sokkal kisebb időn belül keletkeznek, és sokkal rövidebb impulzust keltenek, mint a késleltetés ideje. Ennek folytán a fotonok relatíve ritkán jönnek ahhoz képest, amennyi ideig mérjük őket. Ha T_e ideig tart egy impulzus, $N \cdot T$ ideig "figyel" a koincidencia egység egy másik jel beérkezésére. Esetünkben $T = 2T_e = 1 \cdot 10^{-6}s$, azaz $N \cdot T \approx 2 \cdot 10^{-2}s$. A tíz percből csupán két század másodperc erejéig érzékelünk fotonokat. Ezért egy $t_k \gg T_e$ késleltetési idő esetén nagyon kicsi annak az esélye, hogy az eltolt jel ráesik a másik detektor egyik késleltetés nélküli jelére. Így kizárhatjuk, hogy a módszer a hibás, a késleltetés esetén mért koincidenciák tényleges koincidenciák. A (8)-as görbe 0-nak tűnő részén is néhol van 1 – 2 koincidencia, mely szintén nem esik bele a véletlen koincidenciák nagyságrendjébe, ami ≈ 0.02 .

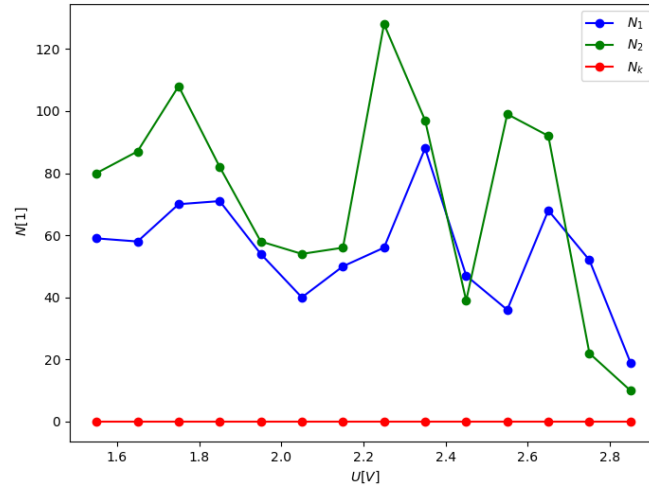
Ez alapján arra következtethetünk, hogy valóban koincidenciát mértünk, ám a fotonok kezdetektől fogva szöveget zártak be. Egy valószínűtlen jelenség szemtanúi lehetünk : egy hasonló, de nem 0 impulzusú elektron és pozitron találkoznak.

Vegyük észre, hogy a kilépő pozitron mozgási energiája $E_{kin}^{(e^+)} \approx m_e \cdot c^2$ és a annihiláció során keletkező γ -fotonok energiája is hasonló. Ha egy γ -foton ionizál egy atomot, melyben vannak kicsi kötési energiájú elektronok, a kilépő elektron energiája is hasonló lesz a pozitronéhoz. Így elég közel kerülhet a két részecske impulzusa ahhoz, hogy annihilálódni tudjanak. Megérzés, hogy ennek a jelenségnek 90° -nál egy nagyon kicsi lokális maximuma van, ám ezt nem igazoltuk kísérletileg, mivel a mérés keretein túlmutat.

Egy másik magyarázat lehet a jelenségre az, hogy nem tudjuk mekkora volt a koincidencia esetén megmért két részecske energiája, mivel integrált módban volt a detektor. Így a berendezés koincidenciának számolja, ha a β^+ bomlás során keletkező mag legerjesztődése és a pozitron-annihiláció T időn belül mennek végbe.

4.4. A ^{60}Co spektruma

A mérés során 180° -ot zártak be a detektorok, pontonként $15s$ -ig mértünk $0.1V$ -os ablakokban, $1.5V$ -tól egészen $2.8V$ -ig. Az alábbi ábra foglalja össze a mérési eredményeket.

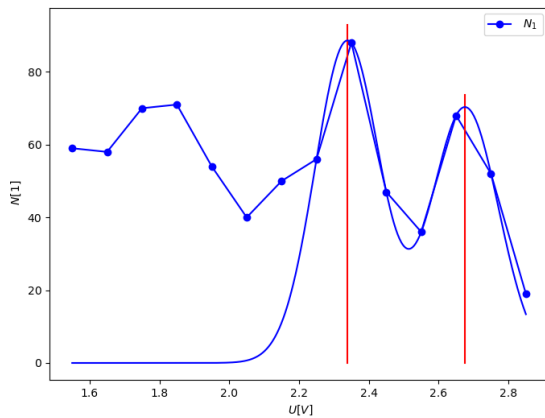


10. ábra. ^{60}Co izotóp spektruma

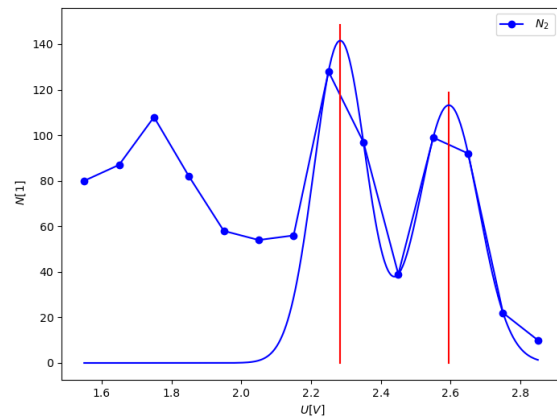
Az mérés során egzaktul 0 koincidenciát mértünk minden pontban. Itt nem is várunk koincidenciát, és az előzőek alapján érezhető, hogy itt is 1-nél több nagyságrenddel kisebb a véletlen koincidenciák várható értéke. Az adatsor $2V$ alatti része zaj⁸. A $2V$ feletti tartományon két csúcs helyezkedik el, melyekre két Gauss-görbe összege illeszthető az alább kifejezés szerint.

$$N(U) = A_1 \cdot e^{-(U-\mu_1)^2/(\sigma_1)^2} + A_2 \cdot e^{-(U-\mu_2)^2/(\sigma_2)^2} \quad (15)$$

Az illesztések eredményét az alábbi ábrák, illetve az alattuk található táblázat foglalja össze.



11. ábra. ^{60}Co - illesztés az első detektorra



12. ábra. ^{60}Co - illesztés a második detektorra

⁸Nem ilyen görbét kellett volna mérnünk, valamiért megjelent egy csúcs $2V$ alatt is. Ennek okát nem tudtunk megállapítani a mérésvezető segítségével sem.

	1-es számú detektor	2-es számú detektor
A_1	88.48228 ± 12.4161	141.41146 ± 22.2952
μ_1	2.33839 ± 0.05654	2.28341 ± 0.04123
σ_1	0.13068 ± 0.0236	0.10569 ± 0.03216
A_2	70.21302 ± 10.6195	113.18755 ± 18.6723
μ_2	2.67584 ± 0.02451	2.59479 ± 0.06237
σ_2	0.13532 ± 0.03975	0.12127 ± 0.05984

3. táblázat. A ^{60}Co izotóp esetén mért csúcspárokra illesztett görbe paraméterei

4.5. A ^{60}Co aktivitása

Megmérjük különböző szögállásokban a beütésszámokat, mindegyik mérés 15 percig tart, integrált módban $> 2V$ felett mérünk.

menyiség	normál (180°)	késleltetett (180°)	normál (90°)	késleltetett (90°)	háttér
N_1	24872	24542	25937	25647	5347
N_2	27400	27501	27690	27298	4848
N_k	35	4	36	2	-

4. táblázat. Koincidenciák

A (6)-os kifejezés segítségével kiszámolható az aktivitás :

$$A = \frac{N_1 \cdot N_2}{2 \cdot t \cdot N_k} \quad (16)$$

A pontosabb eredmény érdekében mindkét beütés-számból kivonjuk a háttér ("(B)"), illetve levonjuk a koincidenciák számából a véletlen koincidenciák számát. A két szögállásra külön számoljuk ki az aktivitást - a szögállásokon belül a késleltetett ("(k)") és a normál ("(n)") beütésszámot átlagoljuk, majd ebből vonjuk le a háttér. Így a végső kifejezés :

$$A = \frac{\left((N_1^{(k)} + N_1^{(n)})/2 - N_1^{(B)} \right) \cdot \left((N_2^{(k)} + N_2^{(n)})/2 - N_2^{(B)} \right)}{2 \cdot t \cdot (N_k^{(n)} - N_k^{(k)})} \quad (17)$$

Az aktivitás hibája hibaterjedéssel kiszámolható. Az időmérés hibája eltörpül az egyéb szereplő mennyiségek hibájához képest, ezért ezt hanyagoljuk. Itt az N_1 , N_2 és N_k mennyiségek a fenti módon már korrigált mennyiségek, és a ΔN_x -ek is ezek hibái.

$$\left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2 = \left(\frac{\Delta N_1}{N_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta N_2}{N_2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta N_k}{N_k} \right)^2 \quad (18)$$

Az oldalági beütésszámok hibája kiszámolható, mint :

$$\Delta N^2 = 2 \left((\Delta N^{(k)})^2 + (\Delta N^{(n)})^2 \right) + (\Delta N^{(B)})^2 \quad (19)$$

A koincidencia hibája pedig :

$$\Delta N_k^2 = (\Delta N_k^{(k)})^2 + (\Delta N_k^{(n)})^2 \quad (20)$$

A két szögállásra kapott aktivitás :

$$A_{180} = 7842.01433 Bq \pm 3512.5819 Bq \quad (21)$$

$$A_{90} = 7565.3181 Bq \pm 3149.8844 Bq \quad (22)$$

A 90° -os szögállásban kisebb az aktivitás.

5. Számolási feladatok

5.1. A labor során kapott dózis

Az alábbi kifejezéssel határozható meg az átlag aktivitásból a labor ideje alatt kapott dózis.

$$D = K \cdot A \cdot \frac{t}{r^2} \quad (23)$$

ahol K az izotópra jellemző dózisállandó, mely ^{60}Co esetén :

$$K = 305 \cdot 10^{-9} \mu\text{Gy} \cdot \text{m}^2 / \text{Bq} / \text{h} \quad (24)$$

Közelítsünk úgy, hogy a két aktivitás átlagát érzékeltük. Nagyjából 3 órán keresztül kb. 1m távolság volt köztünk és a forrás között, így a dózis :

$$D = \frac{3h}{1\text{m}^2} \cdot 305 \cdot 10^{-9} \frac{\mu\text{Gy} \cdot \text{m}^2}{\text{Bq} \cdot \text{h}} \cdot 7703.6662\text{Bq} \quad (25)$$

$$D = 0.007049\mu\text{Gy} \pm 0.0043\mu\text{Gy} \quad (26)$$

A γ -sugárzás sugárzási súlytényezője $W_\gamma = 1$, így az effektív biológiai dózis :

$$H = (0.007049 \pm 0.0043) \cdot \mu\text{Sv} \quad (27)$$

Az éves dózis nagyjából 3mSv , azaz a napi dózis nagyjából $8.2191\mu\text{Sv}$. Az általunk kapott dózis a napi dózis 1166-od része.

5.2. Az aktivitás időbeli változása

A mérés során konstansnak tekintettük az aktivitást, azonban ez a valóságban csökken, csak a mérésünk idejéhez képest elhanyagolható mértékben. Ha azonban hosszabb időre szeretnénk kivetíteni az aktivitás változását, el kell hagyni ezt a közelítést.

Nézzük meg mikor volt a vizsgált ^{60}Co minta aktivitása 1MBq .

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (28)$$

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \lambda t_{1/2} = \ln(2) \quad (29)$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t = -\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \quad (30)$$

Esetünkben $A = 7703.6662\text{Bq}$ és $A_0 = 1\text{MBq}$. A ^{60}Co felezési ideje $\approx 5.27\text{év}$.

$$t_{Co} = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) \cdot \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \approx 36.99666y \quad (31)$$

Nagyjából 37 éve volt a minta aktivitása 1MBq .

Hasonló elgondolással kiszámolható mekkora most a ^{22}Na minta aktivitása, ha 37 éve neki is 1MBq volt az aktivitása. A ^{22}Na izotóp felezési ideje $\approx 2.6\text{év}$.

$$A_{Na} = 1\text{MBq} \cdot e^{-\ln(2) \cdot t_{Co} / t_{1/2}} = 52.0593\text{Bq} \quad (32)$$

A ^{22}Na minta aktivitása $\approx 150\times$ kisebb, mint a kobalté.

6. Felhasznált irodalom

[1] FIZIKAI MÉRÉSEK (összevont laboratóriumi tananyag II.), Szerkesztette : Havancsák Károly, Lektorálta : Kemény Tamás, 2013,
<http://atomfizika.elte.hu/kvml/docs/korszeruosszefuzott.pdf>