JEGYZŐKÖNYV
KLASSZIKUS FIZIKA LABORATÓRIUM

04. MÉRÉS - TERMOELEKTROMOS HŰTŐELEMEK VIZSGÁLATA

- Mérést végezte : Brindza Mátyás
- Mérést végző Neptun-azonosítója: Z2R8XS
- Mérés időpontja : távmérés
- Jegyzőkönyv leadásának időpontja : 2021.08.31.

A mérés célja:

A mérés célja a termoelektromos hűtőelem tulajdonságainak és működésének vizsgálata. A mérés leginkább a termodinamikai változásokkal kapcsolatos elektromos hatásokkal foglalkozik.

Mérőeszkzök:

- Félvezető Peltier-elem
- Hőtartály vízhűtéssel
- Áramgenerátor
- Voltméter
- Hőmérő

A mérés elméleti háttere:

Valós, nem idealizált rendszerek vizsgálatkor több jelenség is összefonódhat. Ez alól nem kivétel a termodinamika és az elektrodinamika sem. Az alábbi fejezetek rövid ismertetőt tartanak e két jelenségkörről és ezek kapcsolatáról, majd egy, a méréshez elengedhetetlen összefüggésről lesz szó. Végül a termoelektromos hűtésre felírt egyenletekből készül egy olyan matematikai modell, mely kényelmesebben felhasználható mért adatok kiértékelésére.

Joule-hő

Joule-hőnek nevezzük azt a hőt, mely áram hatására keletkezik egy vezetőben. Az egységnyi idő alatt keletkezett hő egy R ellenállású vezetőben, melyben I áram folyik:

$$\frac{dQ}{dt} = R \cdot I^2$$

Fourier-effektus

A termodinamika második törvénye miatt egy inhomogén hőmérséklet-eloszlású test egy homogén hőmérséklet-eloszláshoz tart - ezt a testen belül keletkező hőáramok valósítják meg. Egy vezetőn időegység alatt átáramló hőmennyiség arányos a hőmérséklet-gradienssel.

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot \nabla T$$

Ahol A a vezető keresztmetszete és λ a hővezetési együttható.

Tételezzük fel, hogy a vezetőben lineáris a hőmérséklet-változás. Így egy l hosszú vezetőnél hosszanti irányban:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot \frac{A}{l} \cdot dT$$

Seebeck-effektus

Két különböző vezetőből álló áramkörben feszültséget (U_{AB}) mérhetünk a vezetők kontaktjánál hőmérséklet-különbség esetén. E feszültség függ a kontaktok tényleges hőmérsékletétől, és ezt a függést a Seebeck-együttható (S_{AB}) segítségével fejezzük ki, az alábbi módon.

$$S_{AB}(T_m) = (\frac{\partial U_{AB}}{\partial T_m})|_{T_h}$$

ahol T_m a magasabb hőmérsékletű pont hőmérséklete, T_h pedig az alacsonyabbé.

Peltier-effektus

A Peltier-effektus úgymond a Seebeck-effektus "kauzális fordítottja": Két küléndböző vezetőből álló áromkörben áram hatására a kontaktokon hőmérséklet-különbség jön létre - pontosabban az egyik érintkezési pont lehűl, míg a másik felmelegszik. Az érintkezési pontokon időegység alatt keletkező (vagy elnyelődő) hő és az (érintkező felületen) átfolyó áram erősségge között arányosságot fedezhetünk fel - az arányossági tényező az ún. Peltier-együttható (P_{AB}).

$$\frac{dQ}{dt} = P_{AB} \cdot I$$

Thomson-effektus

Inhomogén töltéseloszlású vezetőben áram hatására hő fejlődik. A fentiekhez hasonló lineáris összefüggés írja le a jelentésget:

$$\frac{dQ}{dt} = \tau \cdot \frac{dT}{dx} \cdot I$$

melyben τ az ún. Thomson-együttható.

Ez a jelenség a mérés eredményét elhanyagolható mértékben befolyásolja, így a számítások során nem lesz figyelembe véve.

Kelvin-összefüggések

Érezhető, hogy a fenti jelenségek egymástól nem függetlenek, így az együtthatók sem azok. A Kelvin-összefüggések világítanak rá az együtthatók közti kapcsolatra:

$$P(T) = T \cdot S(T)$$
$$S(T) = \int_0^T \frac{\tau(T')}{T'} dT'$$

Termoelektromos hűtés

Az előbbiek fényében analitikusan vizsgálhatóak a mérés során történő termoelektromos jelenségek.

A forrásban feltüntetett irodalomban (jegyzet) részletetesebben szerepelnek a levezetések. Itt a jegyzetből kiszedetett részeredmények segítségével lesznek ismertetve a fontos összefüggések.

A hűtés időfüggésének vizsgálata

A különböző áramerősségek esetén kialakuló egyensúlyi hőmérsékletnek van információ értéke a számoláskban, így szükség van arra, hogy tudjuk, a rendszer mennyi idő múlva tekinthető egyensúlyban lévőnek. Ehhez egy adott áramerősség mellett meghatározzuk a hűtés időfüggését. A hűtött térrész hőmérséklete exponenciálisan tart az egyensúlyi hőmérséklethez.

$$T(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty$$

ahol A a hőmérsékletváltozásra jellemző együttható, τ az egyensúly beállásának karakterisztikus ideje és T_∞ a kialakuló egyensúlyi hőmérséklet.

Az egyenletet tovább alakítva:

$$ln(T - T_\infty) = -\frac{t}{\tau} + ln(A)$$

A bal oldali kifejezés kiszmolható a benne szereplő mért mennyiségekből. A bal oldalt az idő függvényében ábrázolva egyenest kapunk, az erre végzett illesztésből pedig implicit módon meghatározható τ és A.

A hűtés termodinamikája

A hidegpontról kiszivattyúzott hő:

$$\frac{dQ}{dt} = P_{AB} \cdot I - \frac{1}{2} \cdot R_{AB} \cdot I^2 - h_{AB}(T(0) - T)$$

ahol $h_{AB} = \lambda \cdot /l$.

A Kelvin-összefüggések segítségével analitikusan összerakható az a függvény, aminek a minimumát keressük - a legkisebb hőmérséklethez tartozó áramerősséget keressük.

$$T(I) = \frac{\frac{R_{AB}}{2 \cdot h_{AB}} \cdot I^2 + T(0)}{\frac{S_{AB}}{h_{AB}} \cdot I + 1}$$

$$I_{min} = \frac{h_{AB}}{S_{AB}} \left[\left(1 + \frac{2 \cdot S_{AB}^2 \cdot T(0)}{h_{AB} \cdot R_{AB}} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

$$T_{min} = \frac{R_{AB}}{S_{AB}} \cdot I_{min}$$

Bevezetjük a z jósági számot, mely a hűtőelemre vonatkozik, és csak anyagi paraméterektől függ.

$$z = \frac{S_{AB}^2}{h_{AB} \cdot R_{AB}} = \frac{2 \cdot (T(0) - T_{min})}{T_{min}^2}$$

Mindezek fényében felírható a Peltier- és a Seebeck együtthatóra vonatkozó összefüggés is.

$$S_{AB} = \frac{U_{min}}{T}$$

$$P_{AB}(T(0)) = U_{min}$$

Ha a $\frac{T(I)}{I}$ mennyiséget ábrázoljuk a $\frac{T(0)-T(I)}{I^2}$ mennyiség függvényében, akkor egy egyenest kapunk, mégpedig :

$$\frac{T(I)}{I} = \left(\frac{h_{AB}}{S_{AB}}\right) \cdot \frac{T(0)-T(I)}{I^2} + \frac{R_{AB}}{2 \cdot S_{AB}}$$

A mérési adatok és kiértékelés

Az adatok kiértékelése, a hibák (hibaterjedés, illeszési hibák) kiszámolása és az ábrázolás *Python* segítségével történik.

Az egyensúlyi hőmérséklet meghatározása

A vízhűtés hatására beállt rendszer vizsgálata az első lépés.

$$T(0) = 19°C \pm 0.1°C$$

Ezután megkeresendő az a hőmérséklet, melynél $0V$ feszültséget mérni az áram lekapcsolása után.

$$T_0 = 18.8°C \pm 0.1°C$$

A hőmérséklet időfüggésének vizsgálata

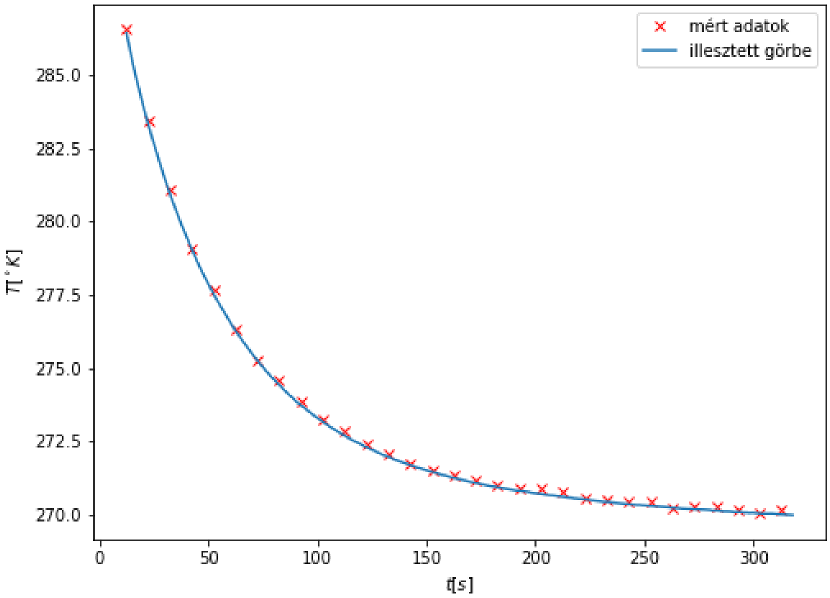
Az áram ($\approx 2A$) alatt lévő rendszer időbeli fejlődését tartalmazó adatsor nagyon hosszú - mivel másodpercenként történik egy paramétersor mentése -, az táblázat csupán egy váza a valódi adatsornak.

t [s]	T [$°C$]
0	19.0
40	6.2
80	1.3
120	-0.7
160	-1.7
200	-2.2
240	-2.5
280	-2.8
320	-2.9

A hőmérséklet időfejlődése

Erre az adatsorra ilyen formában egy

$$T(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty$$



Az áram alatt lévő rendszer időfejlődése

alakú függvény illeszkedik. A mérési adatok és az illesztett exponenciális görbe az alábbi *Python* ábrán látható.

Az illesztés eredménye:

$$A = 19.8739°C \pm 0.050617°C$$
$$\tau = 56.0128s \pm 0.21679s$$
$$T_\infty = 270.1448°C \pm 0.01165°C$$

A fentebb említett

$$ln(T - T_\infty) = -\frac{t}{\tau} + ln(A)$$

módon is meghatározhatjuk τ és A paramétereket.

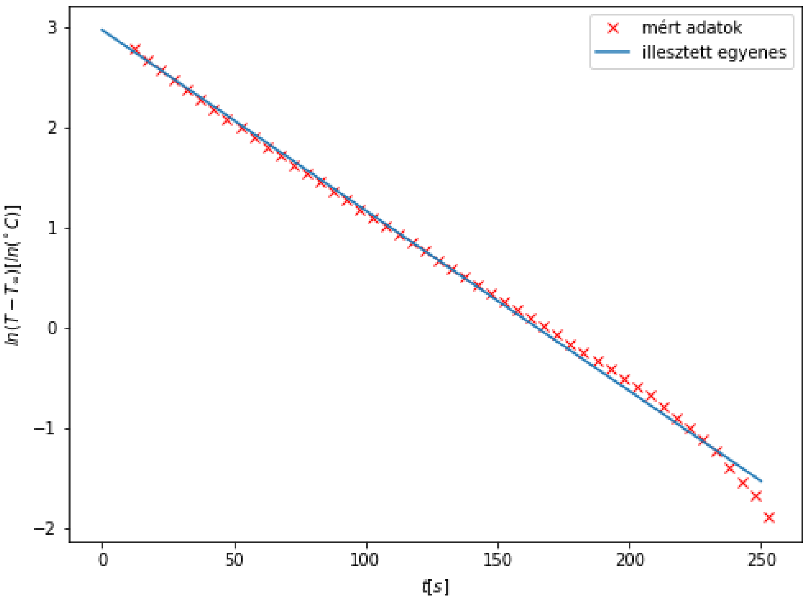
Az illesztés eredménye:

$$ln(A) = 2.974127 \cdot ln(°C) \pm 0.0219817 \cdot ln(°C)$$
$$-\frac{1}{\tau} = -0.017996\frac{1}{s} \pm 0.0001461\frac{1}{s}$$

Tehát:

$$\tau = 55.56667s \pm 0.45504s$$

Az előbbi τ értékhez képesti eltérést főképp számolási hibák okozzák - a logaritmikus kifejezés annyira elcsúszott, hogy egy kicsit le kellett vágni az adatsor végéből, hogy reális legyen az eredmény. Az exponenciális illesztés során kapott érték hibája kisebb volt, így ajánlatosabb ezt használni.



Az eredeti adatsorból származtatott pontok és az illesztett egyenes

A maximális hőmérsékletkülönbség meghatározása

A különböző áramerősségek mellett mérendő a beállt hőmérséklet. Minden mérés legalább $4 \cdot \tau$ ideig tart - hogy biztosan beálljon az egyensúly -, az áramerősség lépésenként $0.5A$-rel változik.

I [A]	T [$^\circ K$]
1.0	278.303
1.5	273.303
2.0	269.132
2.5	266.377
3.0	263.643
3.5	261.693
4.0	260.115
4.5	260.012
5.0	260.517
5.5	261.135

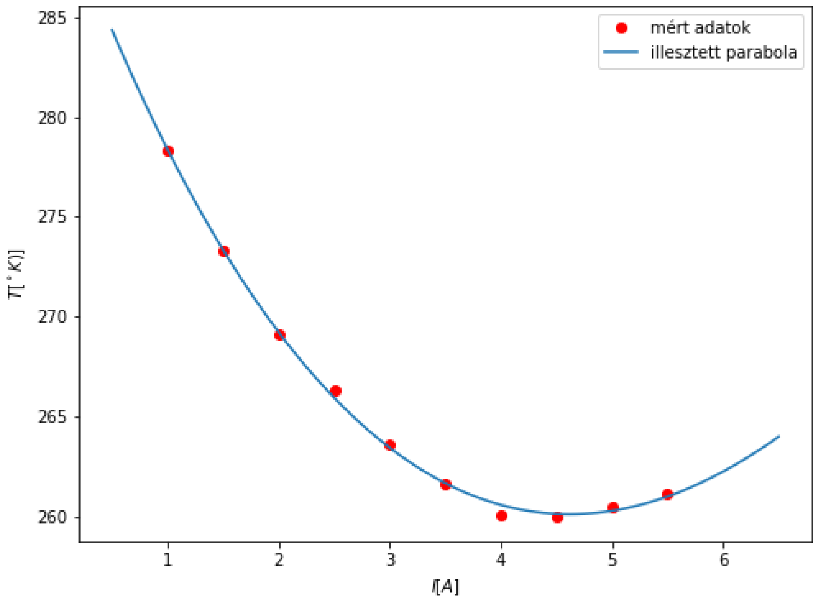
Az egyensúlyi hőmérséklet áramerősségtől való függése

Az adatok névleg egy

$$T(I) = \frac{\alpha \cdot I^2 + \beta}{\gamma \cdot I + 1}$$

alakú görbén helyezkednek el. Az alábbi ábrán láthatóak a mérési pontok és a rájuk illesztett görbe.

Az illesztés eredménye:



A mérési pontok és a rájuk illesztett görbe

$$\alpha = 1.462874 \frac{\Omega^\circ K}{W} \pm 5.73051 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega^\circ K}{W}$$
$$\beta = 291.358365^\circ K \pm 2.77957 \cdot 10^{-2\circ} K$$
$$\gamma = 0.051943 \frac{V}{^\circ K} \pm 1.45446 \cdot 10^{-3} \frac{V}{^\circ K}$$

Ezek ismeretében kiszámolható I_{min} és T_{min}.

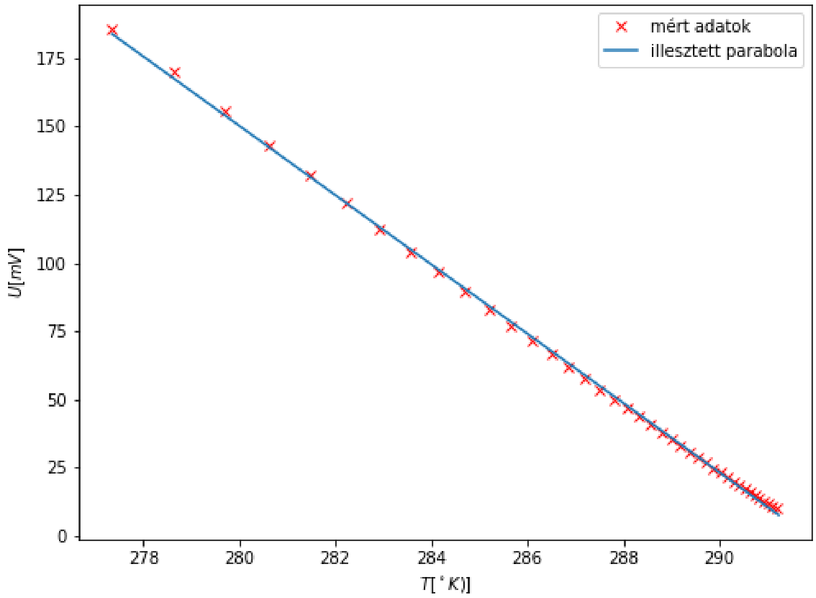
$$I_{min} = \frac{1}{\gamma} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{\beta \cdot \gamma^2}{\alpha}} - 1 \right]$$
$$T_{min} = \frac{\alpha \cdot I_{min}^2 + \beta}{\gamma \cdot I_{min} + 1}$$
$$I_{min} = 4.618653A \pm 0.1724A$$
$$T_{min} = 260.152401^\circ K \pm 0.6712^\circ K$$

A Seebeck-együttható mérése

A rendszerre áramot kapcsolva az felmelegszik, majd beáll az egyensúly. Az áram kikapcsolása után különböző hőmérsékletek - valójában hőmérséklet különbségek - mellett mérhető a Peltier-elemen létrejövő feszültség. A hőmérséklet(különbésg) és a feszültség között névlegesen lineáris kapcsolat áll fenn. Az alábbi táblázat vázolja az adatokat, majd a lentebbi ábra a mérési pontokat és az illesztést.

T [°K]	U [mV]
277.35	185.92
281.48	132.1
284.16	96.5
286.1	71.56
287.52	53.71
288.58	40.7
289.39	30.83
290.03	23.23
290.54	17.39
290.93	12.9

A hőmérsékletkülönbségek hatására mérhető feszültségek a Peltier-elem



A mérési pontok és a rájuk illesztett egyenes

Az egyenes meredekségének abszolút értéke megegyezik a Seebeck-együtthatóval, mely így az illesztés alapján:

$$S_{AB} = 0.012688397\frac{V}{^\circ K} \pm 2.378 \cdot 10^{-5}\frac{V}{^\circ K}$$

Az áramkör egyéb jellemzői

Az elméleti háttérrel foglalkozó fejezetben említésre került néhány, az áramkörre jellemző mennyiség is.

Az ellenállás:

$$R_{AB} = \frac{T_{min}}{I_{min}} \cdot S_{AB} = 0.714692\Omega \pm 0.014\Omega$$

A Peltier-együttható (egyben a minimum feszültség is):

$$P_{AB}(T_0) = U_{min} = S_{AB} \cdot T_0 = 3.704377V \pm 0.1878V$$

A hűtőelem jósági tényezője:

$$z = \frac{2 \cdot (T(0) - T_{min})}{T_{min}^2} = 0.000945 \frac{1}{^\circ K} \pm 0.0000602 \frac{1}{^\circ K}$$

A hővezetési együttható:

$$h_{AB} = \frac{S_{AB}^2}{z \cdot R_{AB}} = 0.023823 \frac{W}{^\circ K} \pm 0.001304 \frac{W}{^\circ K}$$

Diszkusszió

A mérés során az időfüggő adatsor illesztésének logaritmikus formája volt a legnagyobb probléma. Mivel exponenciális formában elég kicsi relatív hibát mutatott az illesztés, gyanítható, hogy a logaritmus analitikus vagy numerikus módon felnagyította a mérő és a műszerek hibáit.

A másik szembetűnő rendellenesség a hőmérséklet és az áramerősség görbéje - itt egy pont eléggé elcsúszott. Érdemes hozzátenni, hogy ez várhatóan hatalmas problémát nem okoz, mivel több mérési pontra történt az illesztés, mint amennyi a jegyzetben ajánlott volt.

Ezen kívül mindenhol legalább egy nagyságrenddel kisebb hiba jött ki, ami indokolja a mérés és a számítás sikerességét.

Felhasznált irodalom

[1] Böhönyey - Havancsák - Huhn: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, szerkesztette: Havancsák Károly, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.