JEGYZŐKÖNYV
MODERN FIZIKA LABORATÓRIUM

19. MÉRÉS - AZ ELEKTRON FAJLAGOS TÖLTÉSE

ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM

- Mérést végezte : Brindza Mátyás és Szűcs Máté
- Mérés időpontja : 2021.11.30.

A mérés célja

A mérés célja az elektron fajlagos töltésének meghatározása a J. J. Thomson által használt kísérleti összeállítással.

A mérés elméleti háttere

Ha egy töltött részecske mágneses térbe kerül, erő hat rá - az ún. Lorentz-erő:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Esetünkben $\vec{v}$ és $\vec{B}$ merőlegesek egymásra a mérési elrendezés miatt, így:

$$|\vec{F}| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}|$$

Ez a Lorentz-erő körpályán fogja tartani a töltéseket - tegyük ezt egyenlővé a centripetális erővel. Továbbá q helyére behelyettesíthető az elemi töltés nagysága, az egyenletnek külön-külön minden elektronra igaznak kell lennie.

$$e \cdot v \cdot B = F_L = F_{cp} = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$$

ahol m_e az elektron tömege és r a körpálya sugara. A fajalagos töltés kifejezhető, mint:

$$\epsilon = \frac{e}{m_e} = \frac{v}{r \cdot B}$$

A kifejezés ebben a formában azt a nehézséget hordozza magában, hogy egy elektron sebességét elég körülményes mérni - Thomson akkoriban még nem ismerte sem a tömegét, sem a töltését. Ám, ha ismerjük a gyorsítófeszültséget, a sebesség, mint explicit tag, eliminálható a kifejezésből. Írjuk fel az energiamérleget egy felgyorsított elektronra.

$$e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2$$

ahol U a gyorsítófeszültség. Használjuk az előző két egyenletet.

$$\epsilon = \frac{v}{r \cdot B} \rightarrow v = \epsilon \cdot r \cdot B$$

$$\epsilon \cdot U = \frac{1}{2} \cdot v^2 \rightarrow 2 \cdot \epsilon \cdot U = \Big(\epsilon \cdot r \cdot B\Big)^2$$

Így tehát egy olyan kifejezésre jutunk, mely segítsével az ϵ kiszámításához elég ismerni a gyorsítófeszültséget és a mángeses teret, valamint elég az elekronok körpályájának sugarát mérnünk.

$$\epsilon = \frac{2 \cdot U}{(r \cdot B)^2}$$

A mérés összeállítása

A méréshez az elektronnyalábot termikus elektronemisszióval állítjuk elő. Az izzókatódon gerjesztett elektronokat a nagyfeszültségű táp segítségével felgyorsítjuk az anód és a katód között.

A katód közelében helyezkedik el az ún. Wehnelt-henger. A Wehnelt-henger egy elektróda, mely körbeveszi a nyalábot, tulajdonképpen kollimálja azt - egyrészt fizikailag nem jut át a másik oldalra az elektron, ha nem talál bele az apertúrába, másrészt nyaláboptikailag is hatással van rá. Az utóbbi szerep bővíthető, ha további negatív feszültséget kapcsolunk rá, így energia és irány szerint tetszőlegesen szeparálható a nyaláb. Az extra negatív feszültség effektíve csökkenti a gyorsítófeszültséget, ezért tipikusan két nagyságrenddel alacsonyabb Wehnelt-feszültség az ideális.

Az elektronok ezután a katódsugárcsőbe jutnak, ahol nagy vákumot állítunk elő, ezzel kellően megnövelve az elektronok szabad úthosszát. Bár a szabad úthossz lényegesen nagyobb, mint légköri nyomáson, az elektronok előbb-utóbb mégis ütközni fognak a csőben található vízgőz részecskéivel. Ez a folyamat halvány, kékes-lilás fény kibocsájtását eredményezi, mely - az elektronok nagy száma révén - látszólag folytonosan kirajzolja az elektronok pályáját.

Az elektronok körpályán fognak haladni, mivel homogénnek tekinthető mágneses tér van a katódsugárcsőben. Ezt a mágneses teret a Helmholtz-tekerecsek szolgáltatják - két önálló, R sugarú szolenoid szimmetrikusan és egy tengelyen elhelyezve egymástól R távolságra. A szimmetria középpontjában, a két tekercs között könnyen kiszámolható a mágneses tér a Biot-Savart törvény segítségével.

$$B_0 = \frac{8}{5 \cdot \sqrt{5}} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{R}$$

Ennél az értéknél nem tér el 7%-nál nagyobb mértékben a mágneses tér bárhol a két tekercs között. Fontos, hogy $B_0(I)$ egy lineáris összefüggés, $B = k \cdot I$. A k együttható egy Hall-szonda segítségével meghatározható.

A mérés menete

Legelőször a Helmholtz-tekercsekben forlyó áram és az általuk létrehozott mágneses tér közötti kapcsolatot mérjük meg a Hall-szonda segítségével. Összesen $10db$ pontban ($0.4A$ és $1.3A$) között mérjük a Hall-feszültséget. Előre adott, hogy a Hall-feszültség és a mágneses tér között az összefüggés:

$$B = \left(8.5 \cdot 10^{-2} \frac{mT}{mV}\right) \cdot U_{Hall}$$

Reprodukálhatósági mérést is végzünk, azaz megmérjük egy adott áramnál 5-ször a Hall-feszültséget.

Ezután három különböző gyorsítófeszültség mellett megmérjük az elektron-körpályák sugarát, mindhárom esetben $0.8A$ és $1.3A$ tekercsáramok között $0.05A$ lépésekben. A kapott adatok alapján egyenes illeszthető $\frac{1}{B^2}\left(\frac{r^2}{2 \cdot U}\right)$-ra. A Hall-szondához hasonló módon itt végzük reproduklhatósági mérést.

Kiértékelés

A Hall-szonda

$I[A]$	$U[V]$	$B[T]$
0.4	0.0041	0.000348
0.4	0.0042	0.000357
0.4	0.0042	0.000357
0.5	0.005	0.000425
0.5	0.005	0.000425
0.5	0.0049	0.000417
0.6	0.0061	0.000518
0.6	0.0062	0.000527
0.6	0.006	0.00051
0.7	0.007	0.000595
0.7	0.0069	0.000587
0.7	0.007	0.000595
0.8	0.0082	0.000697
0.8	0.0082	0.000697
0.8	0.0081	0.000688
0.9	0.0092	0.000782
0.9	0.0095	0.000808
0.9	0.0093	0.000791
1.0	0.0101	0.000858
1.0	0.0102	0.000867
1.0	0.0101	0.000858
1.1	0.0118	0.001003
1.1	0.0113	0.000961
1.1	0.0112	0.000952
1.2	0.0119	0.001012
1.2	0.0118	0.001003
1.2	0.0121	0.001029
1.3	0.0129	0.001096
1.3	0.0131	0.001114
1.3	0.0133	0.001131

A Hall-szondával mért adatok és a belőlük számolt mágneses tér

$U[V]$	0.0059	0.0066	0.0064	0.0061	0.0065
$I[A]$	0.69	0.69	0.69	0.69	0.69

A reprodukálhatóság mérése Hall-szonda esetén

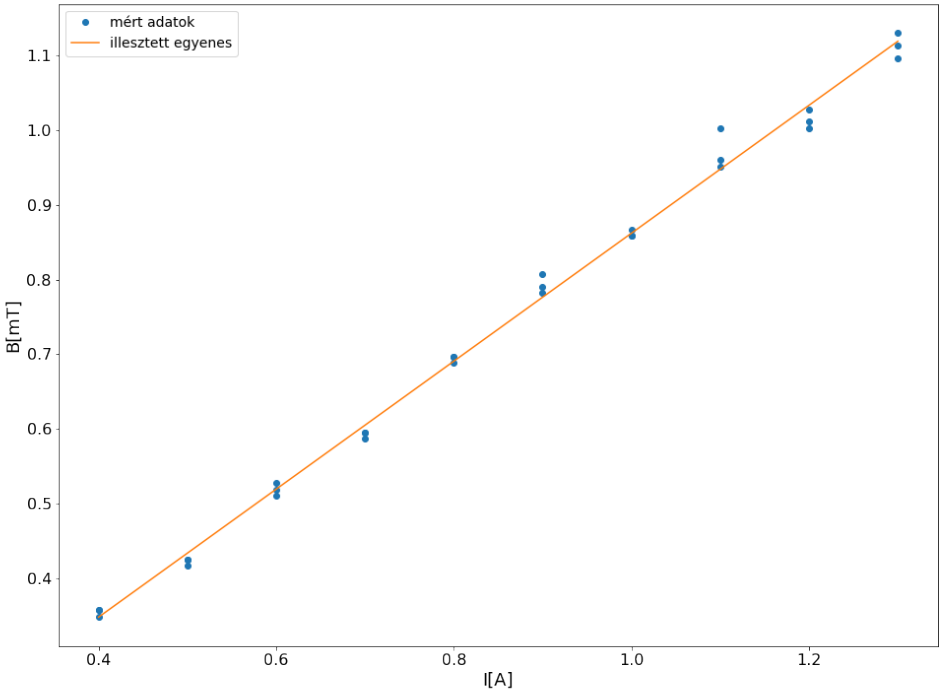
Az első táblázat adataira egyenes illeszthető, míg a másodikéból meghatározhatók a hibák.

Az illesztés eredménye:

$$B(I) = 0.857727 \cdot 10^{-3}\frac{T}{A} \cdot I + 4.481859 \cdot 10^{-6}T$$

A $4.481859{\cdot}10^{-6}T$ szisztematikus hibának könyvelhető el. A mi mérési adatainkhoz képest ez három nagyságrenddel kisebb, így ezt a továbbiakban hanyagoljuk. Az árámerősség hibája $\Delta I = 0.01A/2$, így hibaterjedéssel:

$$\Delta B = 8.770495 \cdot 10^{-6}T$$



A mérés során szerzett tapasztalat alapján is ez irreálisan kicsi hiba. Hasonlítsuk össze a reprodukciós mérés segítségével számolt hibával.

$$\Delta U = 0.0004V$$

$$\Delta B = 3.4 \cdot 10^{-5}T$$

Ez nagyjából négyszer nagyobb hiba, ami közelebb áll a valósághoz.

Az elektron-körpályák sugarai

A valójában mért adatok a katódsugárcsőre elhelyezett vonalzóról leolvasott, minden körpálya két széléhez tartozó hosszérték, melyek különbségének fele az alábbiakban feltüntetett sugár. A gyorsítófeszültségek :

- $U_1 = 111.260V$
- $U_2 = 129.705V$
- $U_3 = 142.855V$

Itt is végeztünk reprodukálhatósági mérést. Ahogy vártuk is, jóval nagyobb hibát kaptunk, mint a mm pontos skála.

Így, a $0.05cm$-rel ellentétben:

$$\Delta R = 0.16cm = 1.6 \cdot 10^{-3}m$$

$I[A]$	$B[T]$	$R_1[cm]$	$R_2[cm]$	$R_3[cm]$
0.8	0.8	3.6	5.1	5.85
0.85	0.85	4.35	4.7	5.35
0.9	0.9	4.4	4.75	5.05
0.95	0.95	3.75	4.45	4.85
1.0	1.0	3.6	4.4	4.6
1.05	1.05	3.495	4.2	4.45
1.1	1.1	3.245	3.8	4.2
1.15	1.15	3.095	3.7	4.0
1.2	1.2	2.995	3.35	3.75
1.25	1.25	2.9	3.15	3.55
1.3	1.3	2.85	3.0	3.5

Az elektron-körpályák sugarai különböző gyorsítófeszültségek mellett

$R[cm]$	10.4	10.4	10.6	10.5	10.3

Az elektron-körpályák sugarainak reprodukálhatósága ($I = 0.85A$, $U = 130V$)

Az elektron fajlagos töltése

Már minden megvan az elméleti részben ismertetett

$$\frac{1}{B^2}\left(\frac{R^2}{2 \cdot U}\right)$$

illesztéshez. Az összefüggés egy egyenes, melynek meredeksége az ϵ fajlagos töltés. Az illesztés eredménye három különböző gyorsítófeszültség mellett:

$$\epsilon_1 = \left(1.938797 \pm 0.487482\right) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$
$$\epsilon_2 = \left(1.903539 \pm 0.156121\right) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$
$$\epsilon_3 = \left(1.730659 \pm 0.0468113\right) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Az elektron fajlagos töltésének névleges értéke $1.75882 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$, ehhez képest 10.2328%-kal, 8.2282%-kal és 1.6011%-kal eltérő értéket kaptunk.

Az elektron tömege

Ha ismerjük, hogy $q_e = 1.60217662 \cdot 10^{-19}C$, akkor az $\epsilon = q_e/m_e$ összefüggés alapján kiszámolhatjuk az elektron tömegét, mely a három gyorsítófeszültség esetén:

$$m_e^{(1)} = \left(8.263766 \pm 0.328663\right) \cdot 10^{-31}kg$$
$$m_e^{(2)} = \left(8.416831 \pm 0.010262\right) \cdot 10^{-31}kg$$
$$m_e^{(3)} = \left(9.257611 \pm 0.034226\right) \cdot 10^{-31}kg$$

Az elektron tömegének névleges értéke $m_e = 9.10938356 \cdot 10^{-31}kg$, ehhez képest 9.2829%-kal, 7.6026%-kal és 1.6272%-kal eltérő eredmény kaptunk.

Diszkusszió

A végeredmény pontossága és a névleges értéktől vett közelsége meghaladta az elvárásainkat. Elsősörban a reprodukciós hibák, az ingadozó gyorsítófeszültség és az elektronnyaláb elkenődése/elmozdulása - és ennek leolvasása - miatt kételkedtünk a mérés sikerességében, de a mérés ennek ellenére is sikeresnek mondható.

A sugarak mérésénél kifejezetten hasznos - sőt, kritikus - volt, hogy sok mérési pontot vegyünk fel, ez biztosan nagyban hozzájárult ahhoz, hogy kaptunk a fajlagos töltés és a tömeg $\approx 1.5\%$-os környezetében is megoldást.

A fajlagos töltésnél (és ebből kifolyólag a tömegnél is) felfedezhető, hogy minél nagyobb a gyorsítófeszültség, annál kisebb a relatív hiba és annál közelebb is járunk a névleges értékhez.

Felhasznált irodalom

[1] Modern fizika laboratórium - Egyetemi tananyag,
szerkesztette: Koltai János, lektorálta: Papp Elemér (2013.)