

統計計算期中考

1. 用下列各種方法 sample 1000 data points from the double exponential

distribution with pdf $f(x) = \frac{1}{2} \exp^{-|x|}$.

- (a) 計算它的 cdf，然後經由 cdf 來 sample。
- (b) 利用 student's t-distribution with 3 degrees of freedom (trnd(3) in Matlab) 的樣本。
- (c) 用 random walk Metropolis-Hasting algorithm，proposal distribution 為 $N(x, 100)$ 。
- (d) 用 slice sampling。
- (e) 分析比較以上四種方法的樣本。你認為優劣為何？

2. 計算下列積分值：

(a) $\int_0^{\infty} \sin \sqrt{x} \exp^{-100x} dx$

(b) $\int_0^{\infty} \log(1+x) \exp^{-98x^{2.01}} dx$

(c) $\int \cdots \int_0^{\infty} \prod_{k=1}^{19} \exp^{-\frac{x_k^2 + x_{k+1}^2}{k}} \left(\cos(x_k) + k^2 \log(1+x_{k+1}) \right) dx_1 \cdots dx_{20}$

3. 作業 5 是根據不同的 T 及觀察到的圖，利用 MCMC 取樣原本的圖。現在請設計方法，找最可能的 T 。
4. 亨利上次僥倖在賭場下注轉輪盤贏足兩億，免於一死，但也因此沒有學到教訓。這回他又欠了兩億，今天到期。想到上次幸運脫困，今天他又帶了僅存的兩千萬到上次的賭場試手氣。就在他又準備去下注轉輪盤時，一個賭場服務人員出現在他面前跟他說：『我們最近進了一個新的玩意，你要不要試試。這是個絕對公正的機器，每次玩要下一百萬元，而這機器會根據 $\text{POISSON}(0.95)$ 產生一個隨機數字。若這個數字是 x ，你就可以得到 x 百萬。你若運氣好， $x=180$ ，你就直接贏到你需要的，比轉輪盤快多了。』亨利聽了覺得似乎很有意思，但不知道玩這個新的機器是不是比玩輪盤容易贏到兩億。他想到你這個優秀的朋友，於是打電話來問你，希望你能在短時間回答他兩個問題。一個是新機器比起輪盤是否對玩家比較有利？另外，新機器是否如服務人員說的，比較容易分出勝負（輸光或贏回兩億）？