學號：B03901165 系級： 電機四 姓名：謝世暐

請實做以下兩種不同 feature 的模型，回答第 (1) ~ (3) 題：

(1) 抽全部 9 小時內的污染源 feature 的一次項(加 bias)

(2) 抽全部 9 小時內 pm2.5 的一次項當作 feature(加 bias)

1. (2%)記錄誤差值 (RMSE)(根據 kaggle public+private 分數)，討論兩種 feature 的影響

ANS:

抽全部 feature 的誤差值(public+private)(幾何平均值)為 6.65782，僅用 pm 2.5 的誤差值為 6.66197。僅使用 pm2.5 的成績較使用全部 feature 要來的差一點點，可能因為僅用 pm2.5 是一個太簡單的 model，function set 會過小，導致在 testing 的結果變差。然而使用所有 feature 可能又是太複雜的模型，有可能會 overfitting，但仍然比使用單純 pm2.5 來的好一點。

2. (1%)將 feature 從抽前 9 小時改成抽前 5 小時，討論其變化

ANS:

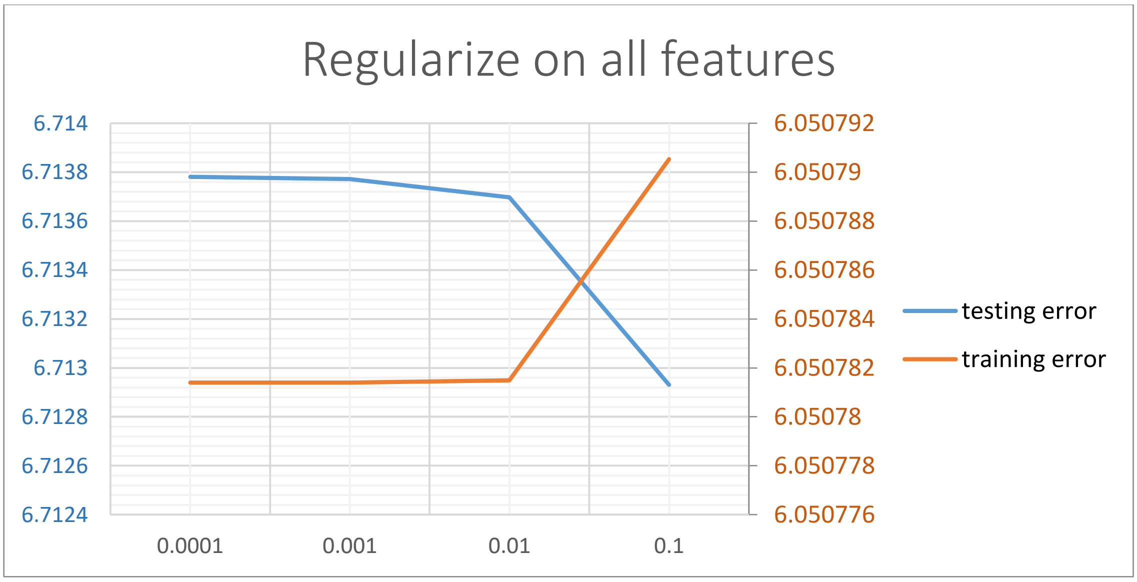
全部 feature: 從 9 小時改成 5 小時後，總分從 6.65782 變成 6.63090。總分有些微的進步，很可能因為 9 小時加上所有 feature 的 model 太過複雜，改成 5 小時之後 model 的複雜度下降，減輕 training data 的 overfitting，得到稍微比較好的結果。

僅用 pm2.5: 從 9 小時改成 5 小時後，public 的分數從 6.66197 變成 6.74343，不同於全部 feature 的情況，這邊則變差了一點。可以想到的原因是僅使用 pm2.5 已經是一個很簡單的模型了，再從 9 小時改成 5 小時讓 model 太簡單了，function set 太小，結果因此變差。

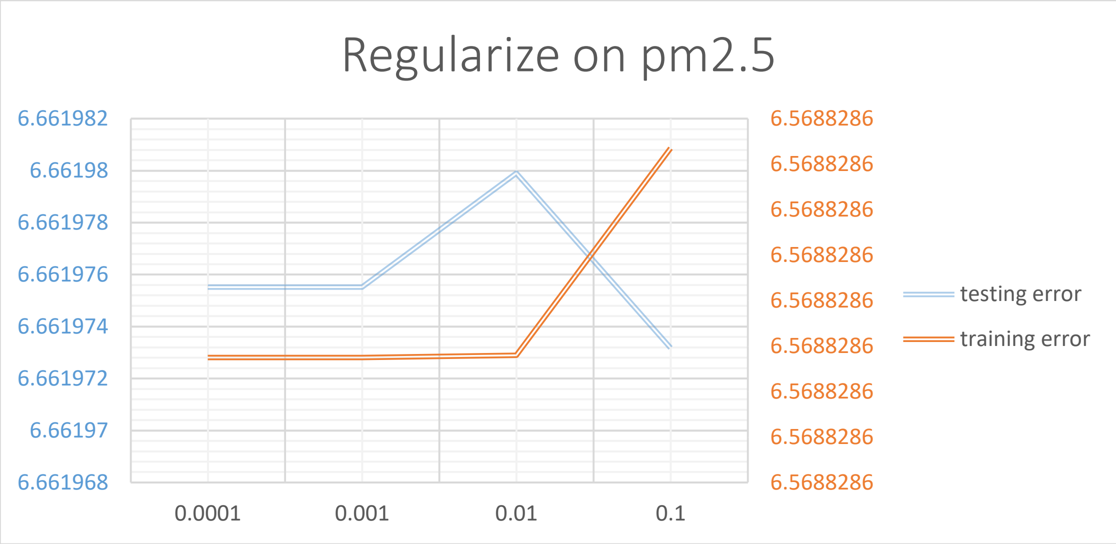
3. (1%)Regularization on all the weight with λ=0.1、0.01、0.001、0.0001，並作圖

ANS:

All features:



Pm 2.5 only:



上兩圖中，testing 跟前面一樣使用 public+private 的幾何平均分數，training 則是用自己切的 validation 的 RMSE。使用全部 feature 時，當λ愈大，testing error 逐漸減小同時 training error 逐漸增加。Training error 增加如同預期，因為當 regularize 佔的比例愈大，loss 就愈被忽略，所以 error 就逐漸增加。而 testing error 在此則是逐漸下降，可能因為 model 過於複雜，讓 function 平滑反而比較好。理論上當λ過大時，又會讓 Loss function 太過傾向 regularize 那一項而讓整體 error 上升，但在此處沒有觀察到這種結果。至於僅用 pm2.5 的情況，error 則是幾乎沒有變化，在非常小的區間變動，結果 testing error 沒有如預期般變動，如果λ調大一點應該才能比較看得出趨勢。

4. (1%)在線性回歸問題中，假設有 N 筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量 x^n，其標註(label)為一存量 y^n，模型參數為一向量 w (此處忽略偏權值 b)，則線性回歸的損失函數(loss function)為$\sum_{n=1}^{N}(y^n - x^n * w)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 $X = [x^1\ x^2\ \ldots\ x^N]^T$ 表示，所有訓練資料的標註以向量 $y = [y^1\ y^2\ \ldots\ y^N]^T$ 表示，請問如何以 X 和 y 表示可以最小化損失函數的向量 w ？請寫下算式並選出正確答案。

(a) $(X^TX)X^Ty$
(b) $(X^TX)^{-0}X^Ty$
(c) $(X^TX)^{-1}X^Ty$
(d) $(X^TX)^{-2}X^Ty$

ANS:

將 Loss function 寫成矩陣表達，即可寫成$L(w) = \|y - Xw\|_2^2$

將其對 w 做微分，設結果為 0，由於 function 是 convex，微分 0 的地方即是最低點:

$$\frac{\partial L(w)}{\partial w} = \frac{\partial \|y - Xw\|_2^2}{\partial w} = 0 \rightarrow -2X^T(y - Xw) = 0 \rightarrow X^Ty - X^TXw = 0 \rightarrow w = (X^TX)^{-1}X^Ty$$

因此答案為(c)