

勉強算是講義的東西

Handsome Liu

2016.09.26

Chapter 1

數與式

姑且解釋一下這章的標題：數跟式是兩個分開的東西。數是一個值，儘管它不一定是真實存在的，比方說我們會因為方便而想像出虛數，但它是一個具體而固定的值；而式裡面則可能出現一些不是數的文字，而這些文字可以用數代入。藉由把數代入文字，我們便賦予了式子一個特定的值。

1.1 數

如同前面說的，數是一個值。根據這些值的特性，有以下幾個重要的數的集合：自然數 (\mathbb{N})、整數 (\mathbb{Z})、有理數 (\mathbb{Q})、無理數、實數 (\mathbb{R})、複數 (\mathbb{C})。

1.1.1 自然數

自然數就是正整數。至於正整數... 就是正整數 XD。難以簡潔的定義它。當然自然數在數學上是有嚴謹的定義的：

1 是自然數。
對於每一個自然數 n ， $n + 1$ 也是自然數。
...

以上就是鼎鼎大名的皮亞諾公設，嚴謹的定義了自然數。不過反正不會考，所以當科普看過就好 XD。當然我會提到這件事情是有原因的：它跟我們稍後會談到的數學歸納法息息相關。這兩個之間的關聯性等等再來聊。

這一類的數之所以會自成一個集合，是因為他是人類在日常生活中首先需要面對的一種數。由於英文是 Natural Numbers 的關係，我們用符號 \mathbb{N} 來表示這個集合。

1.1.2 整數

整數就是自然數、負的自然數、跟 0。儘管整數的英文是 Integers，數學上是用 \mathbb{Z} 來表示。據說是因為德文的整數是 Zahlen，天知道為什麼不用 \mathbb{I} ，反正數學家都怪怪的。

1.1.3 有理數

有理數就有比較多東西可以拿來講了。首先，有理數是整數的比值。意思是說，一個數是 q 有理數，若且唯若有正整數 m 、 n 使得 $q = \frac{m}{n}$ 。換句話說，有理數完完全全由整數建構出來，但整數是離散的，而有理數是稠密的。我們可以從很多方面來解讀有理數的稠密性。