

---

# 川崎病に対する感染症数理モデルの 適用可能性の検討

---

苅田築那（岐阜高専）  
堀内咲江（岐阜高専）  
柴田欣秀（岐阜高専）  
阿江竜介（自治医科大学）

# 背景

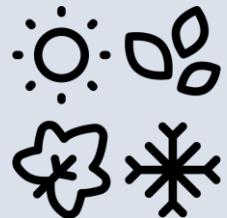
## 川崎病<sup>1)</sup>

4歳以下の  
乳幼児に好発  
原因不明



## 特徴<sup>2)</sup>

季節性  
3回の流行期

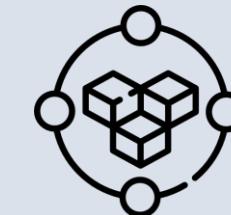


## 仮説

感染症と仮定



感染症数理モデル



1)自治医科大学, "川崎病全国疫学調査 2023-24," 2024. [Online]. Available:  
[https://www.jichi.ac.jp/dph/wp-content/uploads/2024/12/20241015\\_2\\_johokokai\\_ver.01.pdf](https://www.jichi.ac.jp/dph/wp-content/uploads/2024/12/20241015_2_johokokai_ver.01.pdf).

2)日本川崎病研究センター and 自治医科大学, 「第27回 川崎病全国調査 報告書」, 2023.

# 目的と概要

川崎病に対して感染症数理モデルを適用  
妥当性・適用可能性の検討

- 01 過去の発症データからパラメータ算出
- 02 感染症数理モデルによるシミュレーション
- 03 実際の発症データと比較

# 感染症数理モデル

## 感染症数理モデル

感染症の伝播過程を数学的に記述・解析する手法<sup>3)</sup>  
(感染者の増減を予測する)

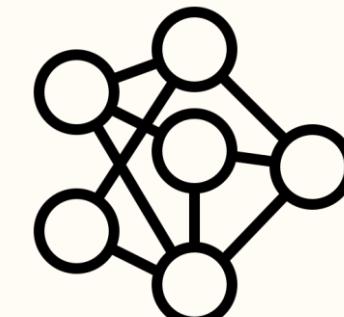
### SIRモデル

集団を以下の3群に分ける

$$\begin{cases} S(t) = \text{感受性者} \\ I(t) = \text{感染者} \\ R(t) = \text{回復者} \end{cases}$$

### ネットワークSIRモデル

ネットワーク  
+  
SIRモデル



3)石原広夢,平社和也,水野貴敏,SIRモデルを用いた感染症流行の数値解析,玉川大学工学部紀要,2022,57号,p1-6

# SIRモデル

## [ 常微分方程式 ]

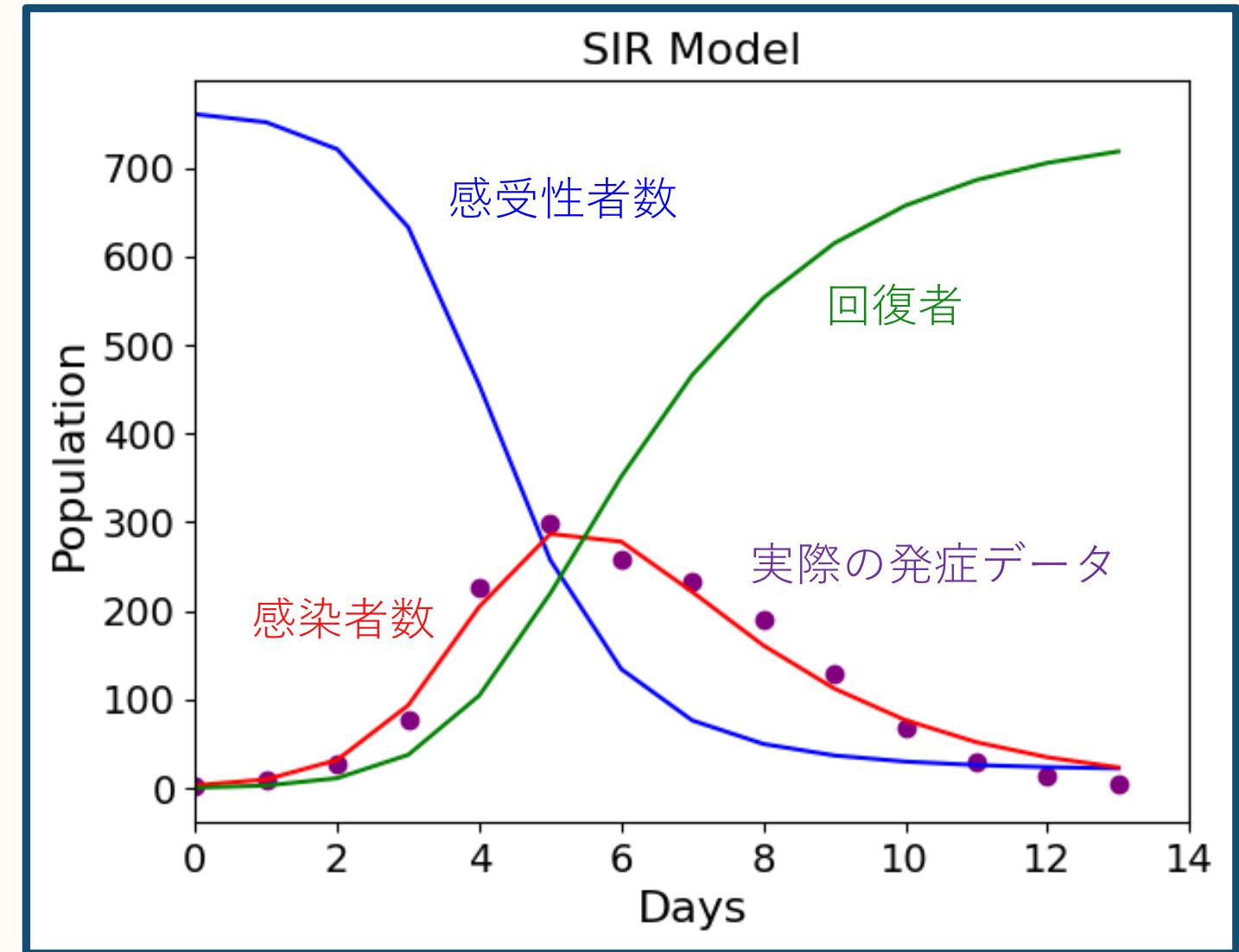
$$\frac{dS(t)}{dt} = -\underline{\underline{\beta S(t)I(t)}}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\underline{\underline{\gamma I(t)}} + \underline{\underline{\beta S(t)I(t)}}$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = +\underline{\underline{\gamma I(t)}}$$

感染者から  
回復者への変化分

感受性者から  
感染者への変化分



influenza\_England\_1978\_school<sup>4)</sup>

4)V. C. C. D. Post, F. G. J. Ball, and P. Trapman, "The 1978 English boarding school influenza outbreak: where the classic SEIR model fails," J.R.Soc.Interface, vol. 21, no. 218, Art. no. 20240394, 2024. doi: 10.1098/rsif.2024.0394.

# ネットワークSIRモデル

$$\begin{aligned}\frac{dS_i(t)}{dt} &= -\beta S_i(t)I_i(t) - S_i(t) \sum_{j=0}^{N-1} C_{ij}\beta'_{ij}I_j(t) \\ \frac{dI_i(t)}{dt} &= -\gamma_i I_i(t) + \beta S_i(t)I_i(t) + S_i(t) \sum_{j=0}^{N-1} C_{ij}\beta'_{ij}I_j(t) \\ \frac{dR_i(t)}{dt} &= +\gamma_i I_i(t)\end{aligned}$$

隣接ノードの感染者により増えた自分の集団内の感染者の変化分

# 使用データと対象期間

解析手法	SIRモデル	ネットワークSIRモデル
対象地域	47都道府県	関東地方の各都県
主要使用データ	川崎病の罹患数データ <sup>5)</sup> 国勢調査の人口データ <sup>6)</sup>	+ 都道府県間の 移動人口データ <sup>6)</sup>
対象期間	第1回流行期(1978-12-01 ~ 1980-01-31) 第2回流行期(1982-02-01 ~ 1983-03-31) 第3回流行期(1985-10-01 ~ 1986-11-30)	

5)日本川崎病研究センター,「第27回 川崎病全国調査 報告書」,自治医科大学

6) e-Stat, 国勢調査, <https://www.e-stat.go.jp/stat-search/database?page=1&toukei=00200521>

# ネットワーク構造

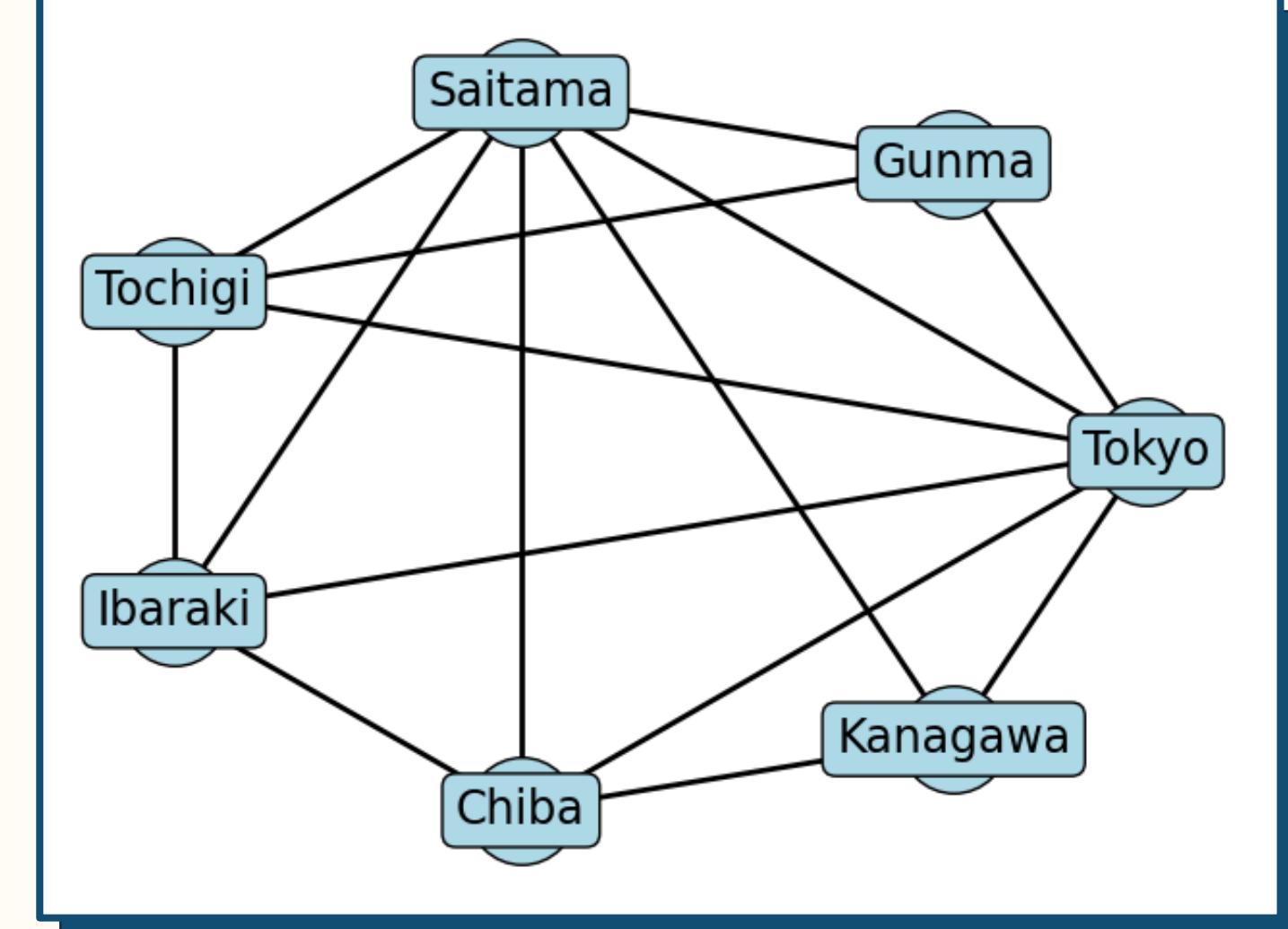
## • SIRモデル •

47都道府県それぞれ独立して  
シミュレーション

## • ネットワークSIRモデル •

関東地方の各都県を同時に  
シミュレーション

関東地方のネットワーク

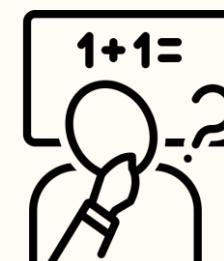


# 解析手法

## 初期値推定

01

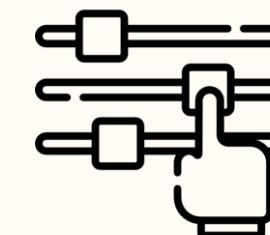
過去の発症  
データから  
初期値を推定



## パラメータサーベイ

02

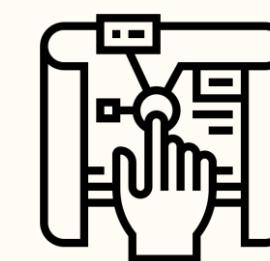
推定値から  
各パラメータ  
を算出



## シミュレーション

03

最適値を  
用いて実行



# 初期値推定

シミュレーションに  
必要な初期値



初期感染者数  $I_0$

初期成長率  $\lambda_0$

基本再生産数  $R_0$

※この値だけは推定できない

$$I(t) = I_0 e^{\lambda_0 t}$$



最小二乗法を用いた  
線形回帰



$\lambda_0$  と  $I_0$  を推定



# パラメータサーベイ

残差の二乗平均

$$\bar{\delta} = \sqrt{\frac{(I(t) - I^*(t))^2}{n}}$$

$I$ ..感染者数の時間変化

$I^*$ ..感染者数の実データ

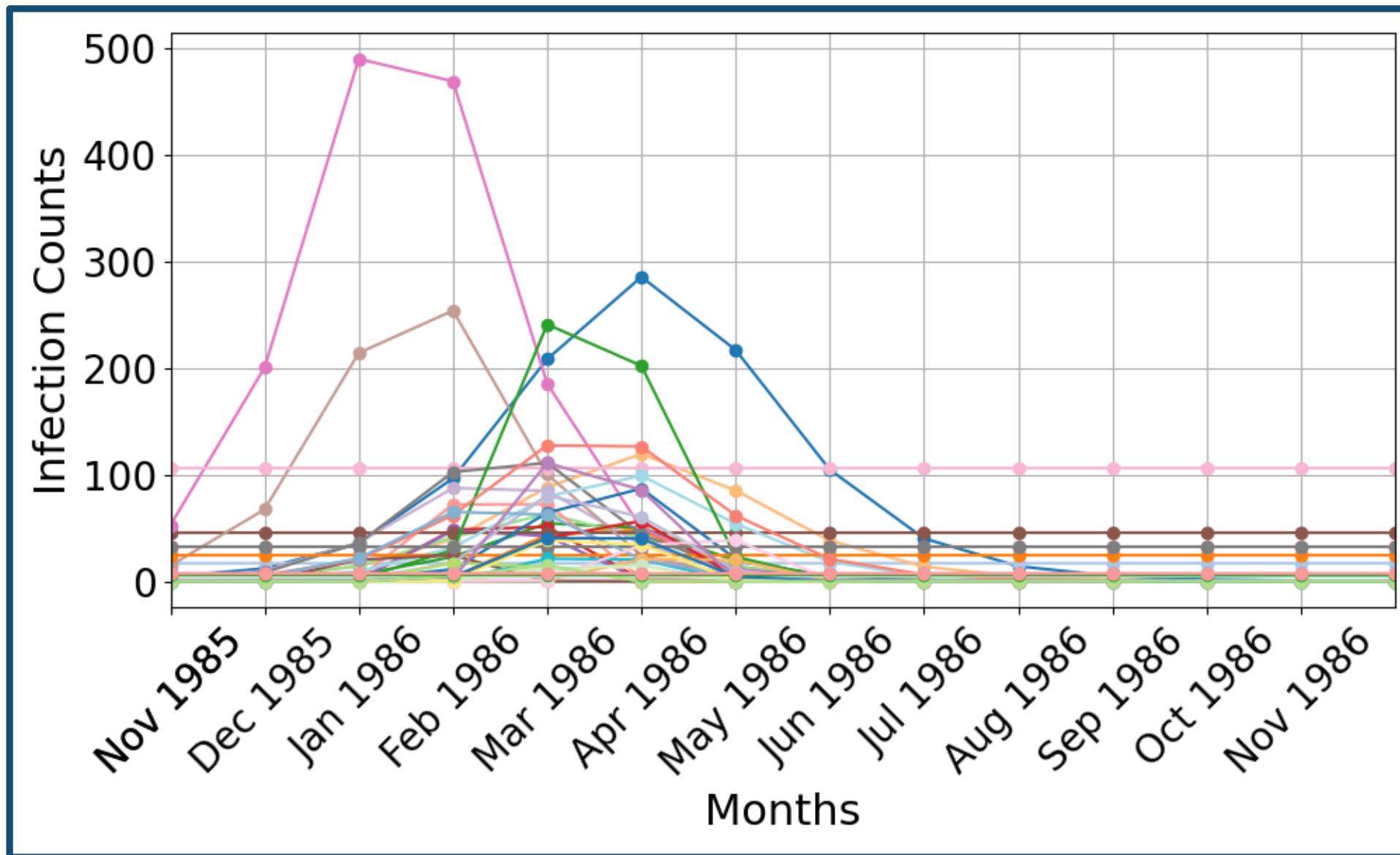
$n$ ..実データのデータ数

膨大な候補値を検証  
最も $\bar{\delta}$ が少ない値を採用

1.  $\lambda_0$ 、  $I_0$ 固定、  $R_0$ 変動
2.  $R_0$ 、  $I_0$ 固定、  $\lambda_0$ 変動
3.  $\lambda_0$ 、  $R_0$ 固定、  $I_0$ 変動

この3ステップを  
繰り返し、最適値を算出

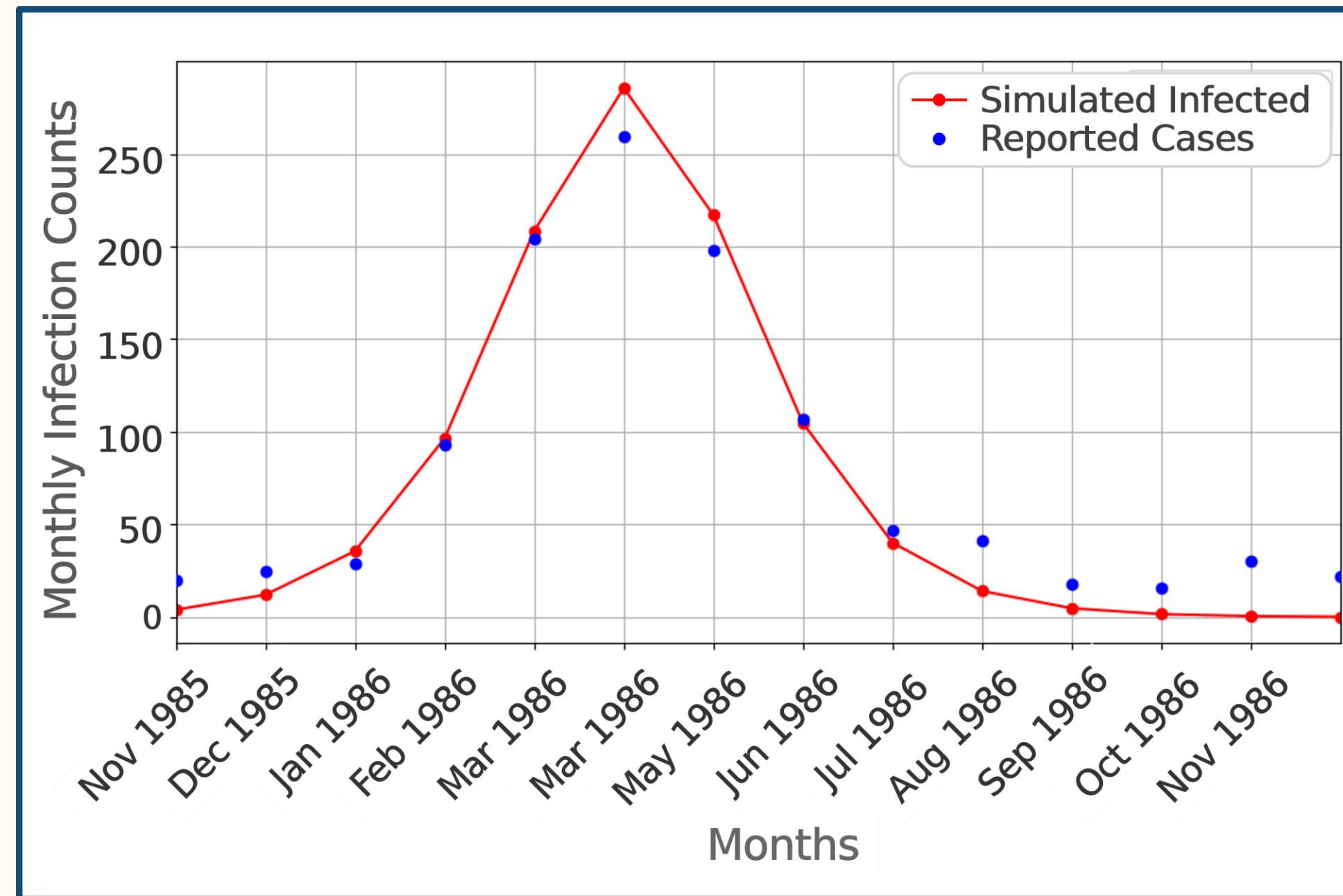
# 解析結果 ~SIRモデル~



3種類のグラフ

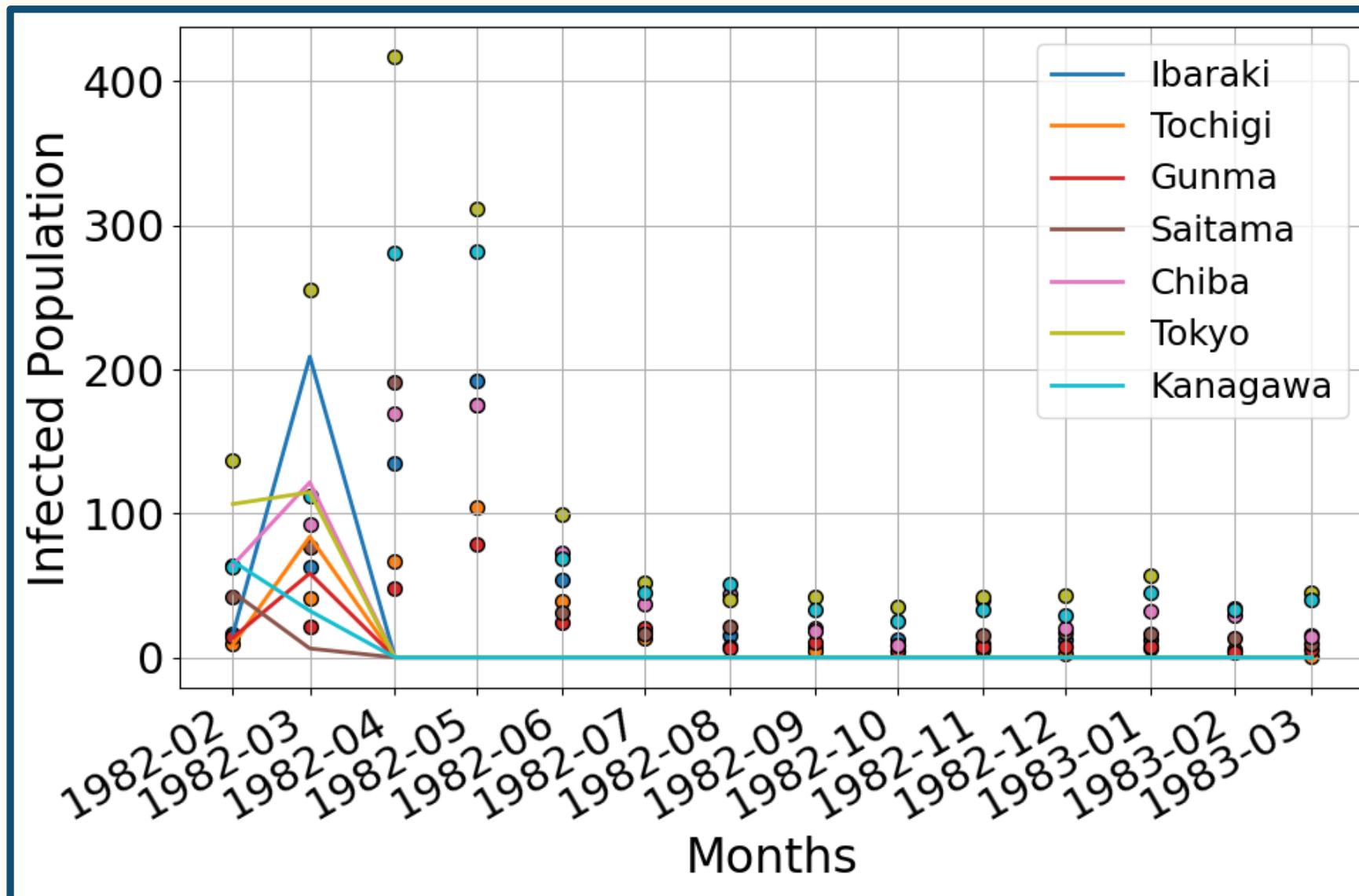
- 単峰性
- 横這いのグラフ
- 緩やかな  
増加/減少のグラフ

# 解析結果 ~SIRモデル(北海道)~



1985年10月01日~1986年11月30日(月ごと)

# 解析結果 ~ネットワークSIRモデル~



1982年02月01日~1983年03月31日(月ごと)

- ・ 感染伝播の再現性 低
  - ・ 単調なグラフは無
- ↓
- 適用可能性 低
- 応用の可能性

# まとめ

---

- 目的 : 川崎病に対する感染症数理モデルの適用可能性の検討
- 検証 : SIRモデル , ネットワークSIRモデル
- 結果 : SIRモデル
  - └ いくつか都道府県で伝播動態を再現
  - ネットワークSIRモデル
    - └ SIRモデルとは異なる動態の観察
- 課題 :
  - より高度なモデルの検討(SEIRモデル等)
  - 地域ごとに最適期間設定
  - ネットワークSIRモデルのパラメータサーベイの改善

---

# 補足資料

---

# $\beta$ と $\gamma$ の求め方

$$\gamma = \frac{\lambda_0}{R_0 - 1}$$

$$\beta = \frac{\gamma R_0}{S_0} = \frac{\gamma R_0}{N - 1}$$

$\beta$ .....感染率

$\gamma$ .....回復率

$\lambda_0$ .....初期成長率

$R_0$ .....基本再生産数

$S_0$ .....初期感受性者数

$N$ .....総人口

ex)  $\beta = 0.0022583.....$

$\gamma = 0.4568347.....$

[influenza\_England\_1978\_school]

# $\beta$ と $R_0$ の違い

---

## [感染率 $\beta$ ]

- └ 個々の感染者が単位時間あたりに感染を伝える確率を示すパラメータ

## [基本再生産数 $R_0$ ]

- └ 完全に感受性のある集団において、1人の感染者が平均して何人に感染させるかを示すパラメータ
- └ 単純なSIRモデルでは以下の式で示され、感染拡大の可能性を評価する指標として扱われる

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$$

# ネットワークSIRモデル

---

$\beta'_{ij}$ .....集団iと集団jの間の感染率

$$\rightarrow \beta'_{ij} = K_i * \omega_{ij}$$

$K_i$ .....各集団の規模差(総人口 $N_i$ )の違いによる影響  
を補正する正規化定数

$\omega_{ij}$ .....集団iと集団jの相互作用の強さを示す重み

# ネットワークSIRモデル

---

$C_{ij}$ .....集団iと集団jのエッジの有無を表す隣接行列



1. 集団iと集団jが直接繋がっている場合、 $C_{ij} = 1$
2. 集団iと集団jが直接繋がっていない場合、 $C_{ij} = 0$
3. 自分自身とは繋がらない、 $C_{ii} = 0$

# パラメータの探索範囲

---

新型コロナウイルスの $R_0$ ：約2.28

インフルエンザの $R_0$  : 約1.5~1.8



$R_0$  : [0.1 ~ 4.0 ], 30分割

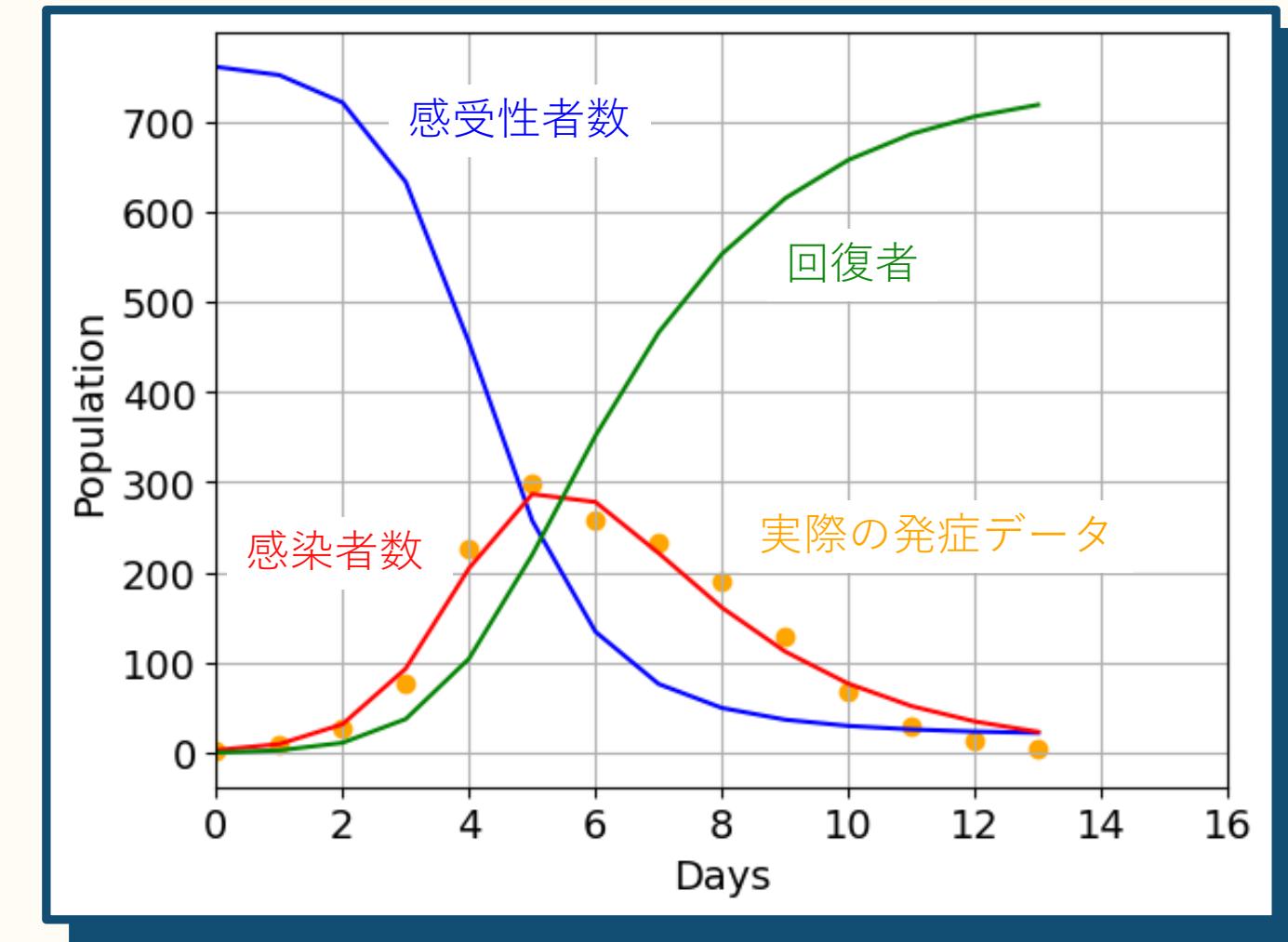
$\lambda_0$  : [ $\lambda_0 * 0.9$  ~  $\lambda_0 * 1.1$ ], 30分割

$I_0$  : [ $I_0 * 0.9$  ~  $I_0 * 1.1$ ], 30分割

# 解析結果 SIRモデル ~flu~

推定値  $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_0 = 1.0797421..... \\ I_0 = 1.0797421..... \end{array} \right.$

最適値  $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_0 = 1.2602340..... \\ I_0 = 2.6711763..... \\ R_0 = 3.7586207..... \\ I_{actual} = 3.7586207..... \\ \bar{\delta} = 3.7586207..... \end{array} \right.$



influenza\_England\_1978\_school

# パラメータ変動の影響検証①

---

最大繰り返し回数	$\lambda_0$	$I_0$	$R_0$	$I_{0\_actual}$	$\bar{\delta}$
100回	1.2509721	2.7647992	3.7310345	3	16.715707862509014
1000回	1.2529073	2.7312645	3.7310345	3	16.71670791957876
5000回	1.2490398	2.7902791	3.7310345	3	16.71737923923945
10000回	1.2494631	2.7799738	3.7310345	3	16.717076014986166

# パラメータ変動の影響検証②

---

分割数	$\lambda_0$	$I_0$	$R_0$	$I_{0\_actual}$	$\bar{\delta}$
30	1.2529073	2.7312645	3.7310345	3	16.71670791957876
40	1.2761705	2.5336516	3.8000000	3	16.285402871210902
50	1.2948673	2.3607268	3.8408163	3	16.122987575442234
60	1.3077461	2.2552546	3.8677966	3	16.055454302725636
70	1.2941255	2.3619602	3.8304348	3	16.155047963696877

# パラメータ変動の影響検証③

---

$R_0$ の探索範囲	$\lambda_0$	$I_0$	$R_0$	$I_{0\_actual}$	$\bar{\delta}$
0.1 ~ 4.0	1.2948673	2.3607268	3.8408163	3	16.122987575442234
0.1 ~ 3.0	0.9324894	8.5398430	3.0000000	3	32.101495578263496
0.01 ~ 4.0	1.2951630	2.3528513	3.8371429	3	16.132777480840435

# モデルの比較( $\bar{\delta}$ の値)

都道府県	1978-12-01 ~ 1980-01-31		1982-02-01 ~ 1983-03-31		1985-10-01 ~ 1986-11-30	
	SIR	NSIR	SIR	NSIR	SIR	NSIR
茨城県	6.3808	13.3788	13.1809	75.4594	16.1952	31.5784
栃木県	4.3542	9.4288	7.8526	36.8041	11.0658	19.8787
群馬県	6.9226	11.8491	20.1004	28.4179	17.3338	28.9197
埼玉県	14.3499	27.6277	58.2601	52566.813	43.2587	350.8257
千葉県	11.4592	27.5313	51.6063	394.4661	26.5612	91.2463
東京都	38.6350	76.1164	84.7539	570497.69	58.8502	359.6949
神奈川県	15.2813	38.3734	84.4105	406.3685	104.6652	135.3712

# 単峰性 (SIRモデル, 各流行期, 月ごと)

	1978-12-01 ~ 1980-01-31	1982-02-01 ~ 1983-03-31	1985-10-01 ~ 1986-11-30
都道府県	大分県 山梨県 岡山県 島根県 鳥取県	三重県 山梨県 岡山県 島根県 広島県 徳島県 愛媛県 栃木県 石川県 茨城県 長野県 鹿児島県	三重県, 京都府 佐賀県, 北海道 千葉県, 和歌山県 大分県, 宮城県 宮崎県, 山口県 山形県, 岐阜県 岡山県, 岩手県 島根県, 広島県 愛媛県, 愛知県 新潟県, 東京都 栃木県, 福岡県 福島県, 秋田県 群馬県, 茨城県 長崎県, 長野県 香川県
計	5	12	29

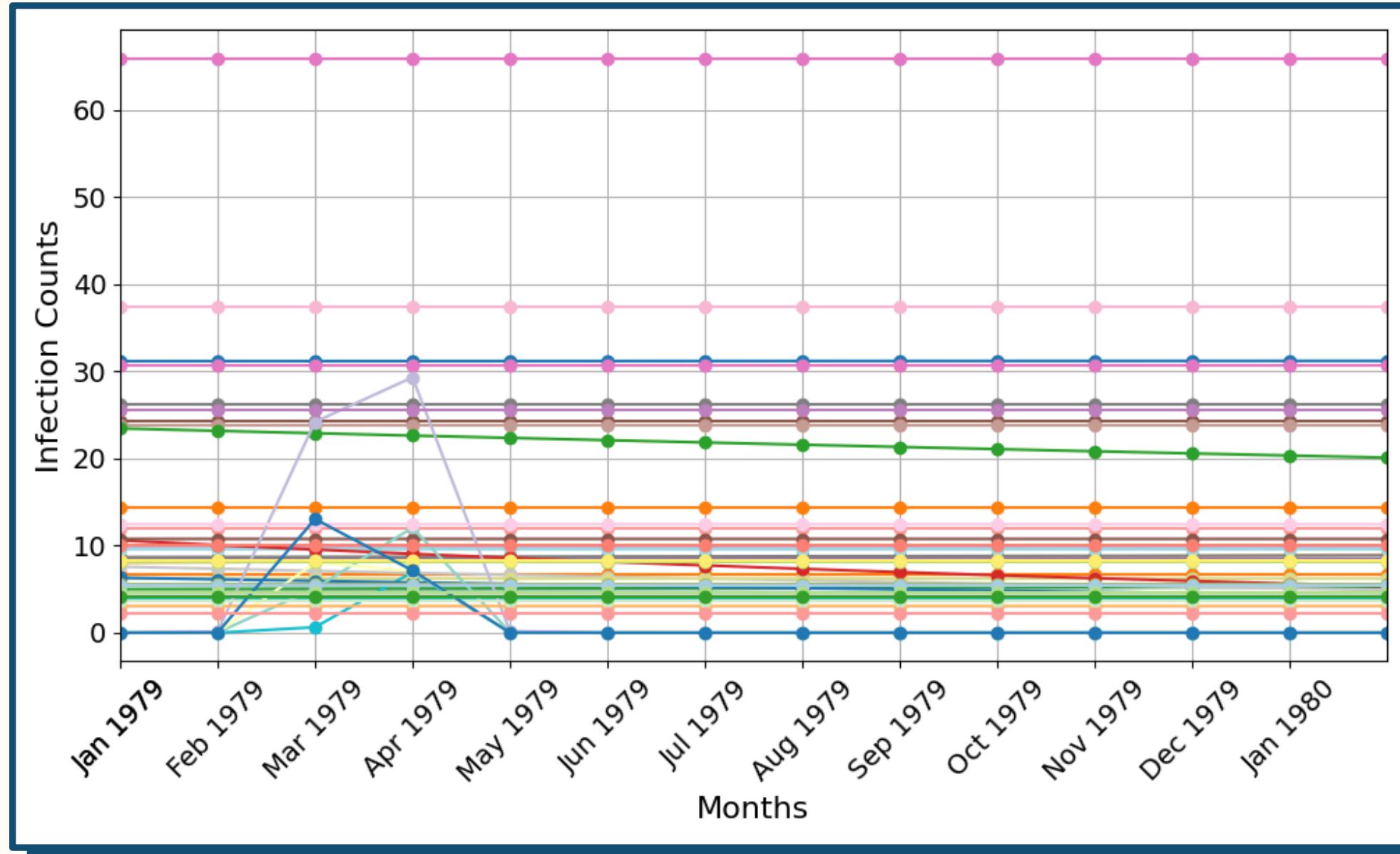
# 単峰性(SIRモデル,各流行期~short ver~,月ごと)

	1978-12-01 ~ 1979-08-31	1982-02-01 ~ 1982-08-31	1985-10-01 ~ 1986-06-30
都道府県	岡山県 島根県 香川県 鳥取県	岡山県 島根県 広島県 栃木県 石川県 茨城県 長野県 静岡県 鳥取県	千葉県, 大分県 山口県, 山形県 岡山県, 愛知県 新潟県, 東京都 栃木県, 神奈川県 福島県, 秋田県 群馬県, 茨城県
計	4	9	14

# 单峰性 (SIRモデル, 各流行期, 週ごと)

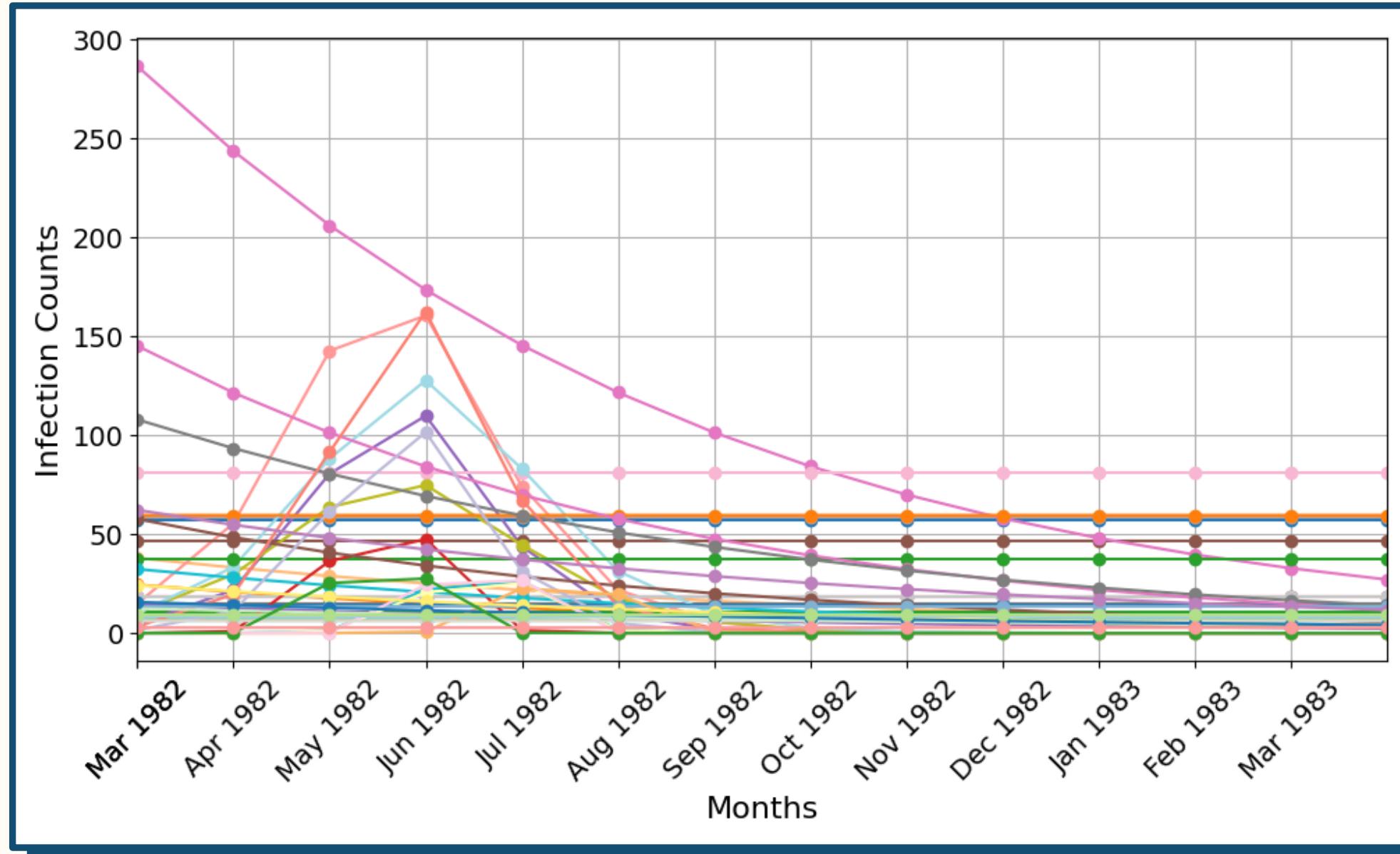
	1978-12-04 ~ 1980-01-27	1982-02-01 ~ 1983-03-27	1985-9-30 ~ 1986-11-27
都道府県	島根県 岡山県 東京都	三重県, 千葉県 和歌山県, 埼玉県 富山県, 岡山県 島根県, 愛知県 東京都, 栃木県 石川県, 神奈川県 福島県, 群馬県 茨城県, 長野県 静岡県, 鳥取県 鹿児島県	千葉県, 埼玉県 山口県, 愛知県 新潟県, 東京都 栃木県, 神奈川県 福岡県, 福島県 群馬県, 茨城県 静岡県
計	3	18	13

# SIRモデル（第1回流行期,月ごと）



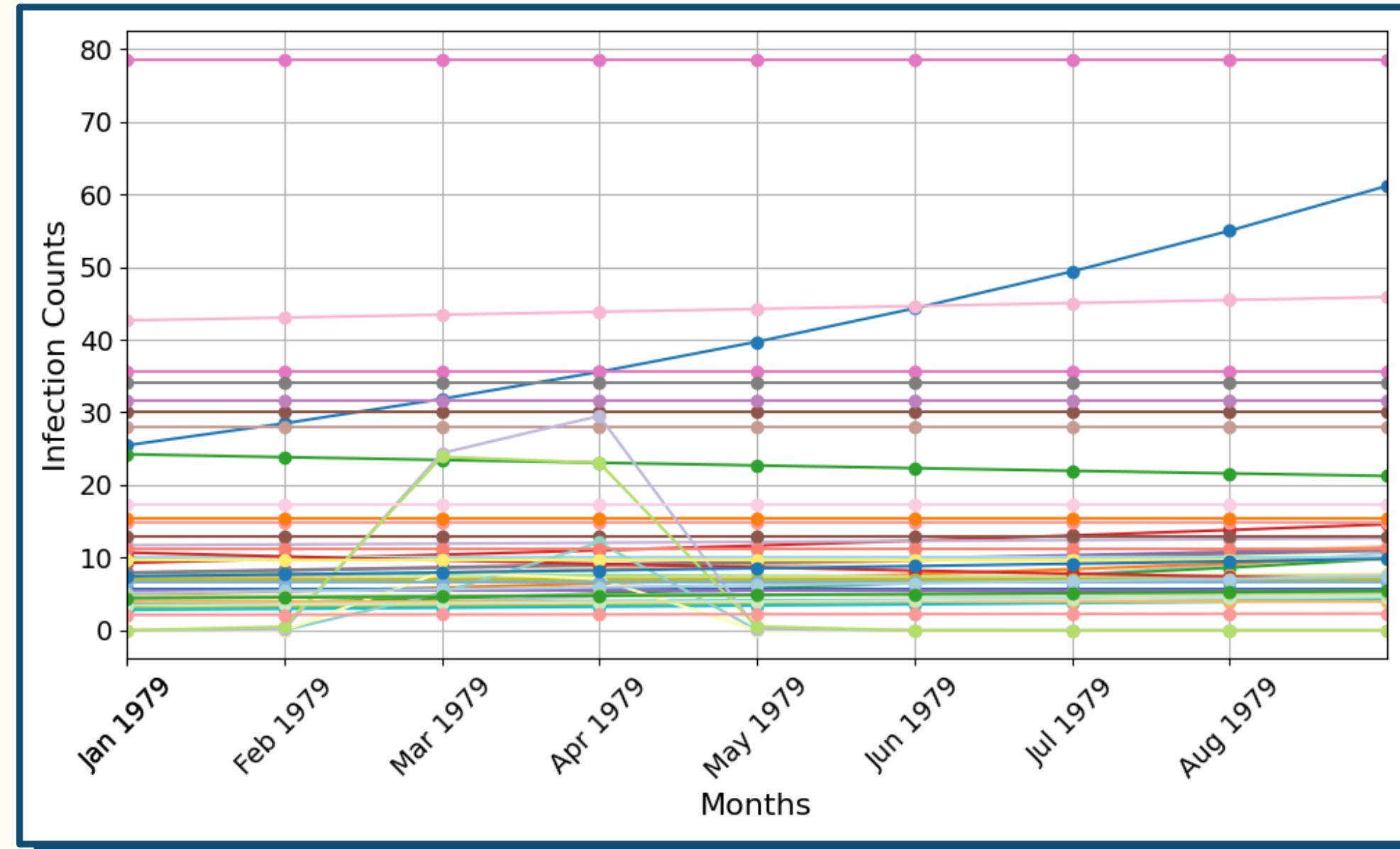
1978年12月01日~1980年01月31日(月ごと)

# SIRモデル（第2回流行期，月ごと）



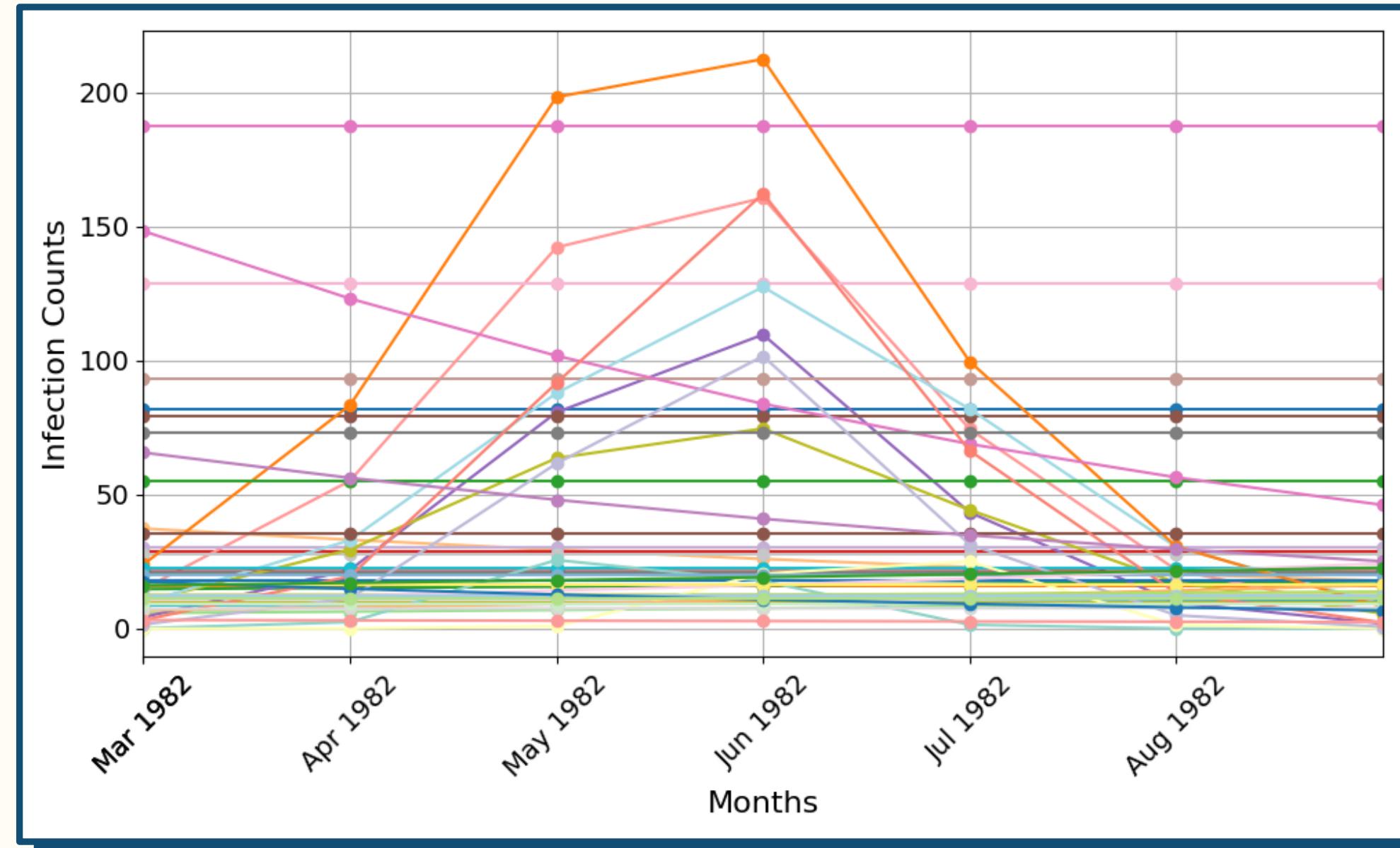
1982年02月01日~1983年03月31日(月ごと)

# SIRモデル（第1回流行期~short ver~,月ごと）



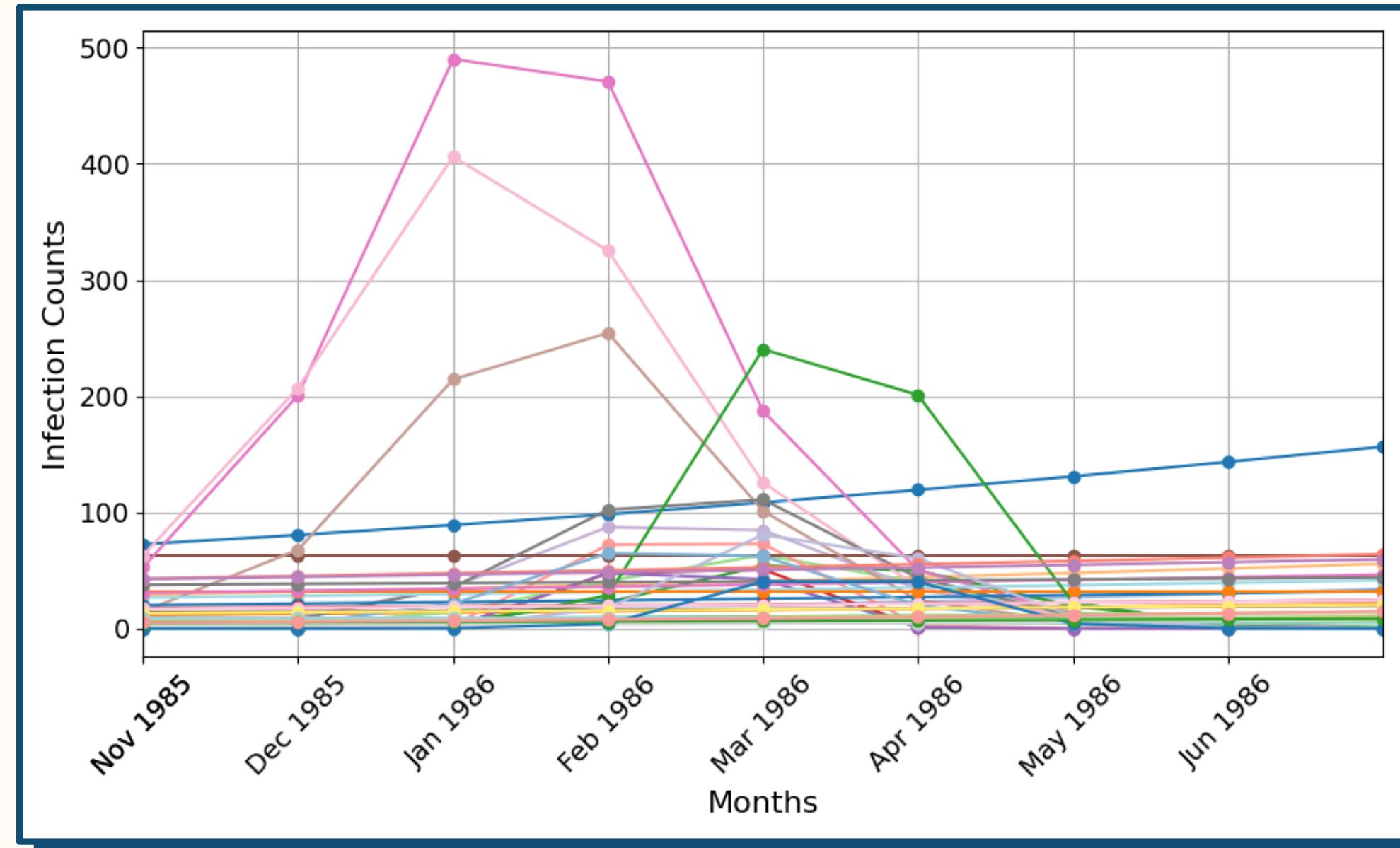
1978年12月01日~1979年08月31日(月ごと)

# SIRモデル（第2回流行期~short ver~,月ごと）



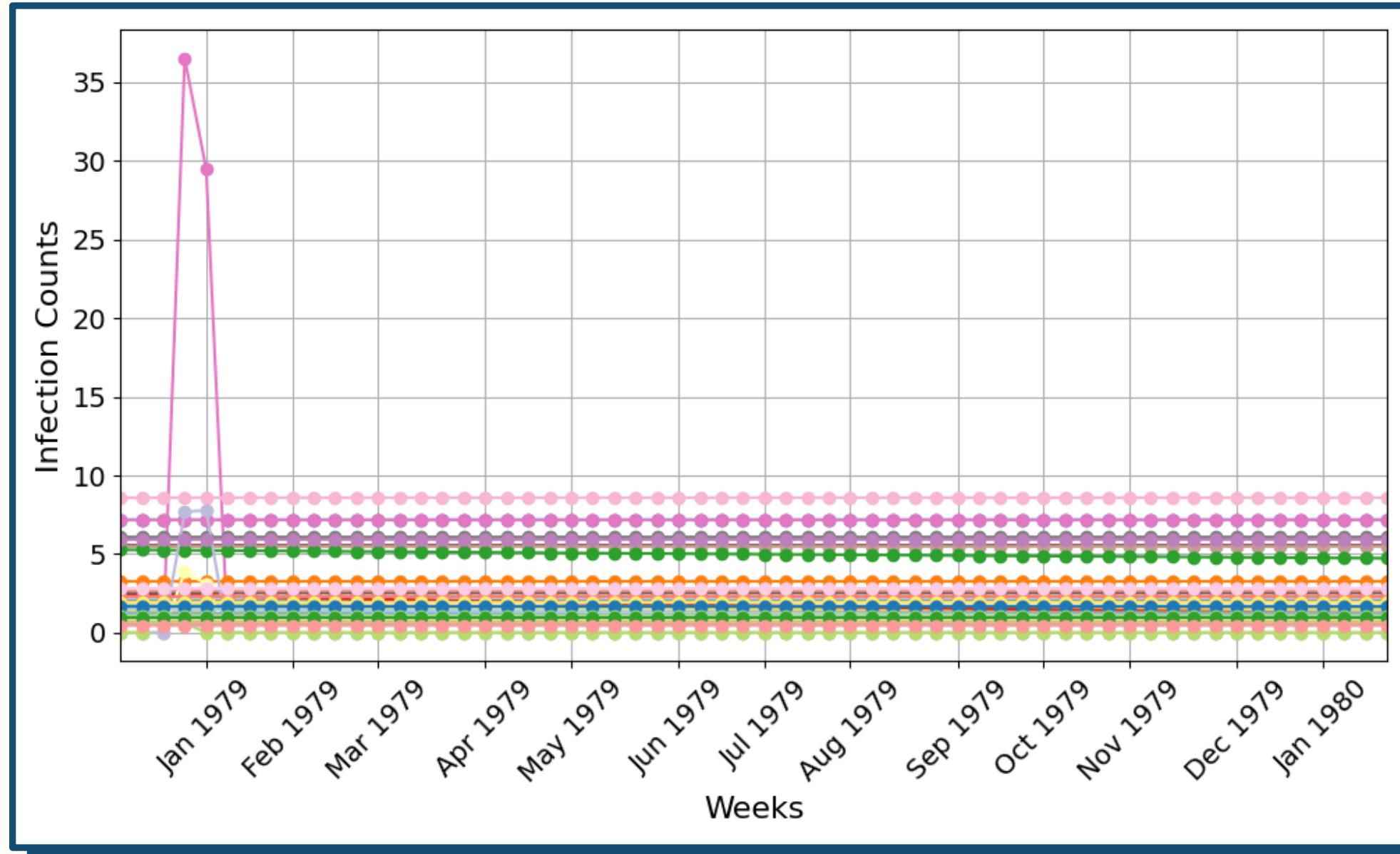
1982年02月01日~1982年08月31日(月ごと)

# SIRモデル（第3回流行期～short ver～,月ごと）



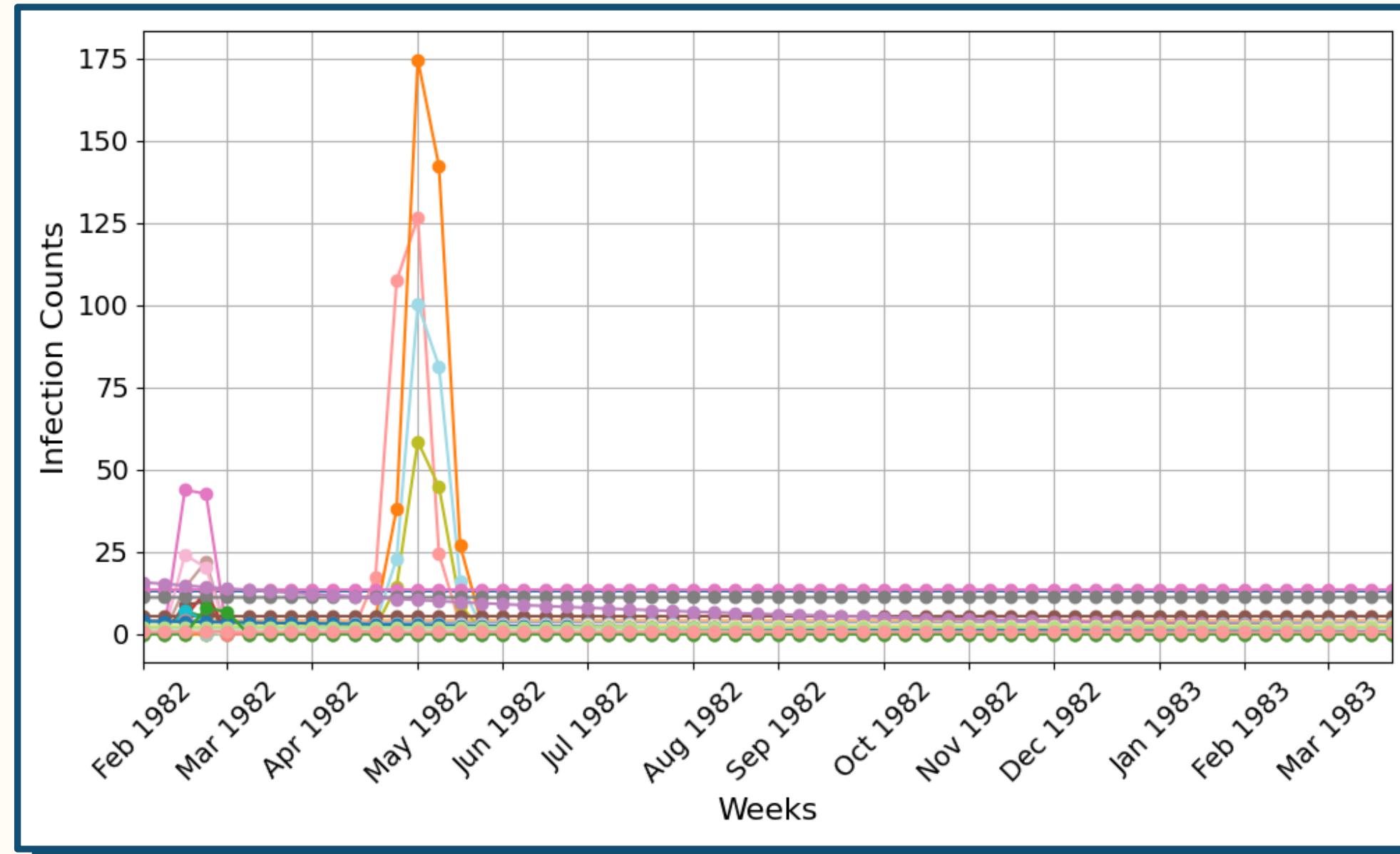
1985年10月01日～1986年06月30日(月ごと)

# SIRモデル（第1回流行期、週ごと）



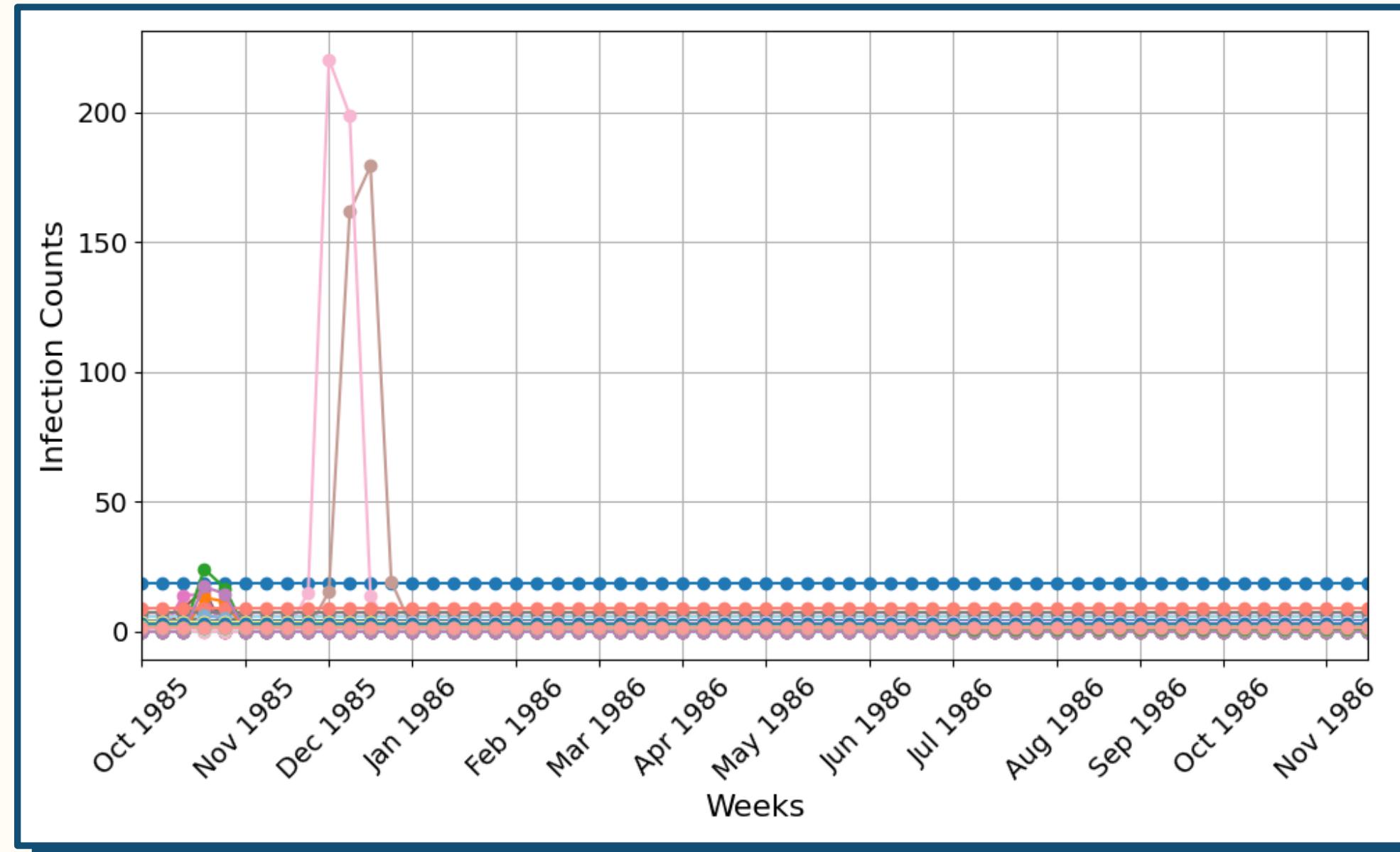
1978年12月04日~1980年01月27日(週ごと)

# SIRモデル（第2回流行期、週ごと）



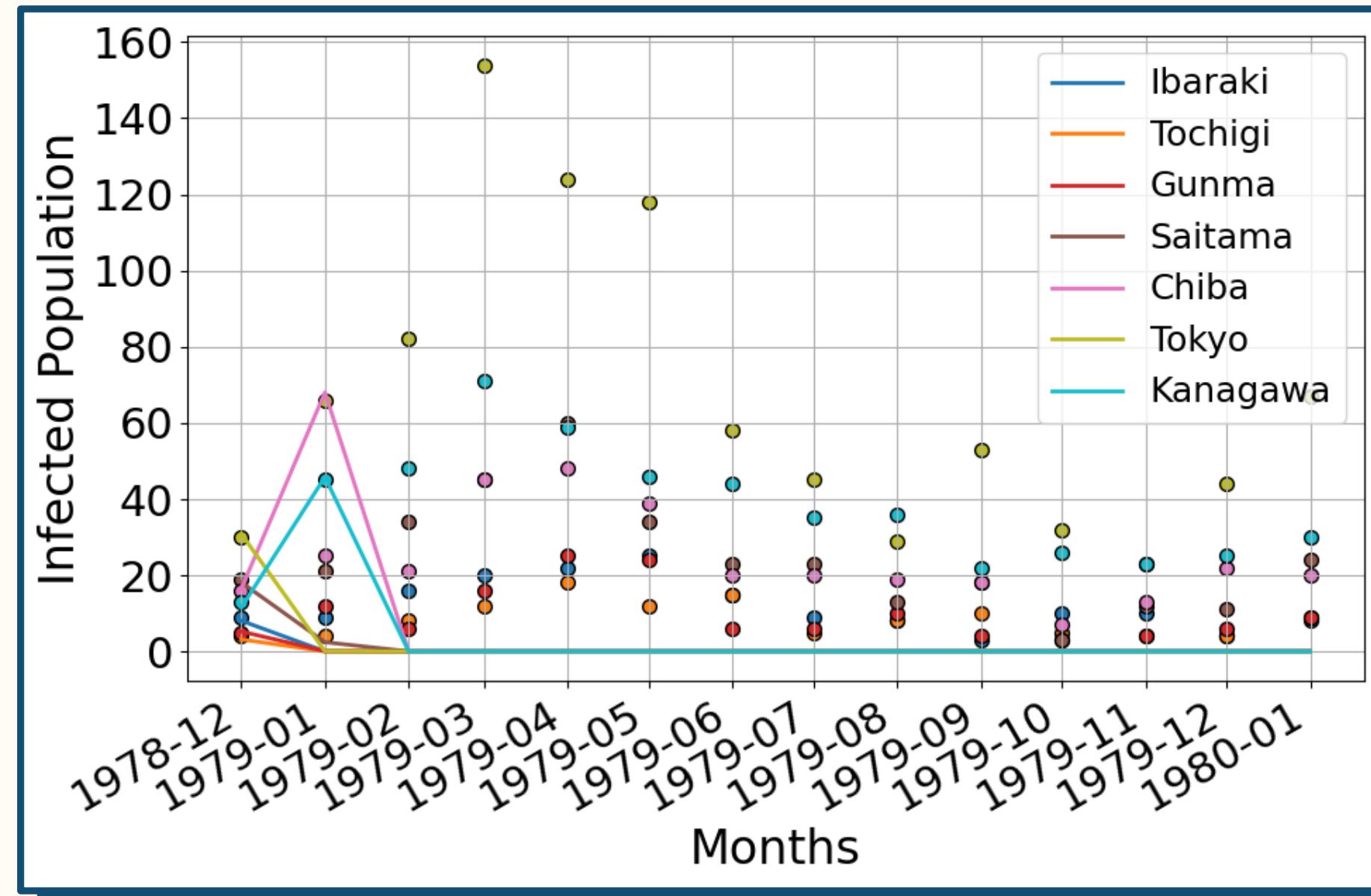
1982年02月01日~1983年03月27日(週ごと)

# SIRモデル（第3回流行期、週ごと）



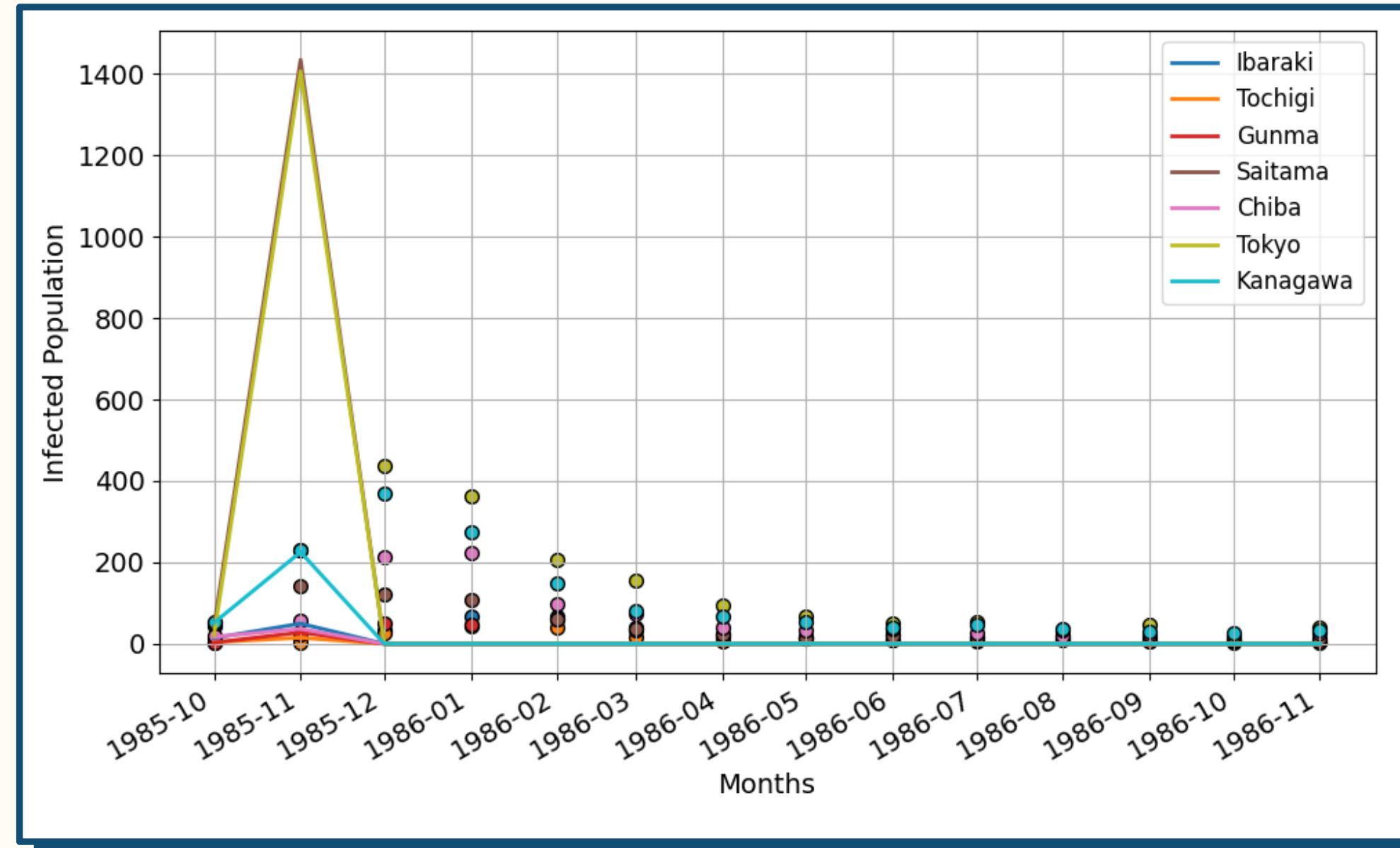
1985年09月30日~1986年11月23日(週ごと)

# ネットワークSIRモデル（第1回流行期,月ごと）



1978年12月01日~1980年01月31日(月ごと)

# ネットワークSIRモデル（第3回流行期,月ごと）



1985年10月01日~1986年11月30日(月ごと)

# $\bar{\delta}$ の値 (SIRモデル, 各流行期, 月ごと)

都道府県	1978-12-01 ~ 1980-01-31	1982-02-01 ~ 1983-03-31	1985-10-01 ~ 1986-11-30
北海道	24.3696	37.0616	17.0544
茨城県	6.3808	13.1809	16.1952
栃木県	4.3542	7.8526	11.0658
群馬県	6.9226	20.1004	17.3338
埼玉県	14.3499	58.2601	43.2587
千葉県	11.4592	51.6063	26.5612
東京都	38.6350	84.7539	58.8502
神奈川県	15.2813	84.4105	104.6652
愛知県	3.9523	32.1243	34.2105
大阪府	12.9129	22.13854	16.2885
福岡県	13.9725	6.9918	31.8683

# $\bar{\delta}$ の値(SIRモデル, 各流行期～short ver～, 月ごと)

都道府県	1978-12-01 ~ 1979-08-31	1982-02-01 ~ 1982-08-31	1985-10-01 ~ 1986-06-30
北海道	21.7600	38.2977	78.8474
茨城県	6.0696	15.1964	19.2456
栃木県	4.5507	9.9042	12.8163
群馬県	7.3658	23.0705	19.5986
埼玉県	13.9267	68.4211	45.2108
千葉県	11.6471	52.4784	28.2870
東京都	41.9582	132.5451	66.6824
神奈川県	15.1646	98.4879	40.6549
愛知県	3.0038	37.3774	39.4183
大阪府	13.5411	28.8318	16.0362
福岡県	13.6627	3.6514	27.8678

# $\bar{\delta}$ の値 (SIRモデル, 各流行期, 週ごと)

都道府県	1978-12-04 ~ 1980-01-27	1982-02-01 ~ 1983-03-27	1985-9-30 ~ 1986-11-27
北海道	6.1505	9.4461	20.4728
茨城県	2.1592	17.4939	7.4509
栃木県	1.7265	9.1333	4.8312
群馬県	1.8651	6.5638	7.2795
埼玉県	3.8388	18.0361	14.8599
千葉県	3.3241	18.5965	27.7659
東京都	18.6689	38.9210	43.1909
神奈川県	4.3401	27.7674	36.8464
愛知県	2.2043	11.9520	20.1706
大阪府	3.5752	11.1103	4.7701
福岡県	4.2650	2.5321	11.7048

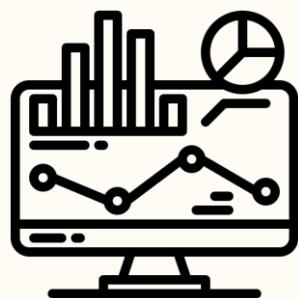
# $\bar{\delta}$ の値(ネットワークSIRモデル,各流行期,月ごと)

都道府県	1978-12-01 ~ 1980-01-31	1982-02-01 ~ 1983-03-31	1985-10-01 ~ 1986-11-30
茨城県	13.3788	75.4594	31.5784
栃木県	9.4288	36.8041	19.8787
群馬県	11.8491	28.4179	28.9197
埼玉県	27.6277	52566.8125	350.8257
千葉県	27.5313	394.4661	91.2463
東京都	76.1164	570497.6882	359.6949
神奈川県	38.3734	406.3685	135.3712

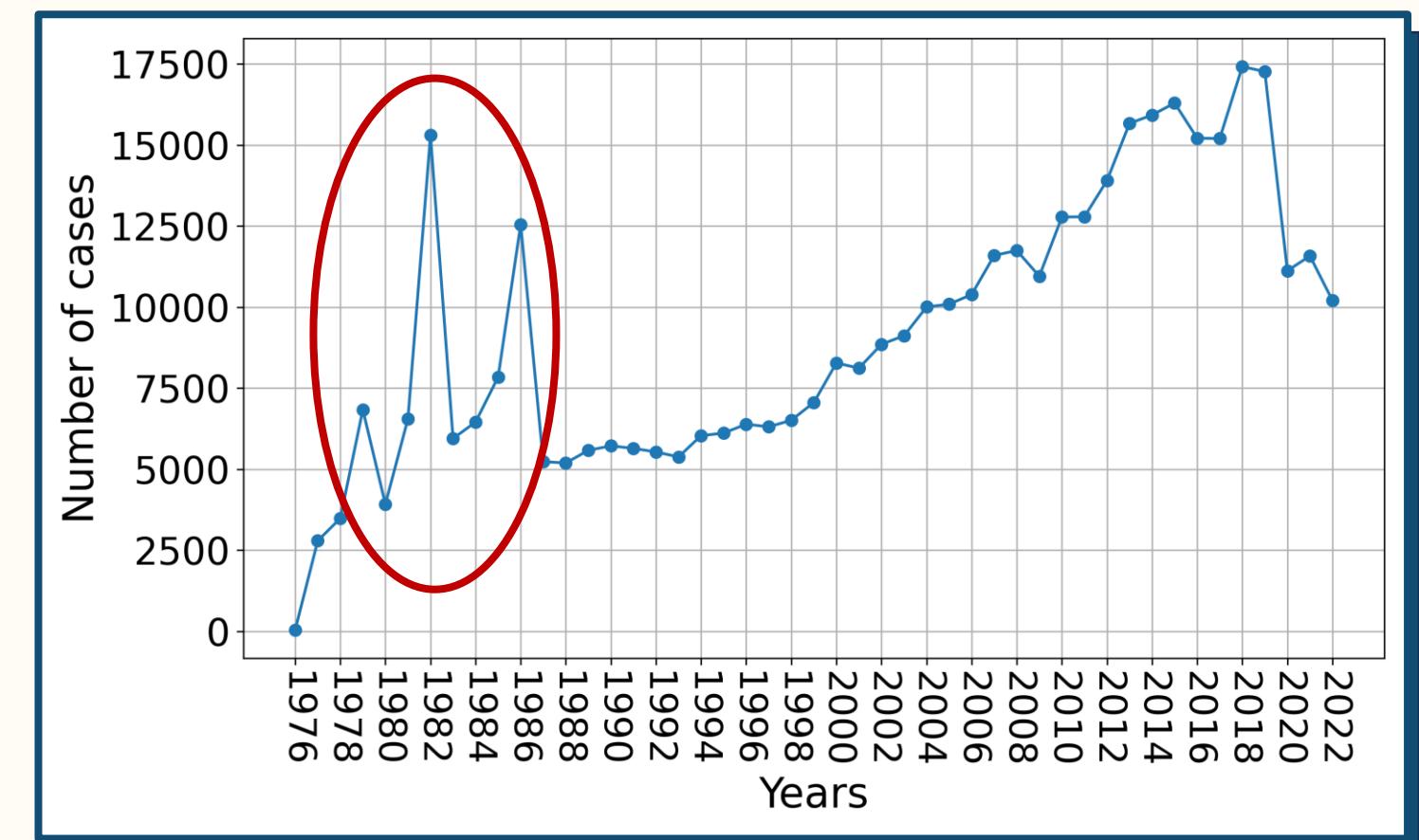
# 概要 ~使用データ~

## • 使用データ •

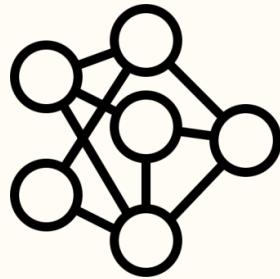
- ・川崎病の発症データ
- ・都道府県の人口データ
- ・人口移動データ



発症者数の年次推移

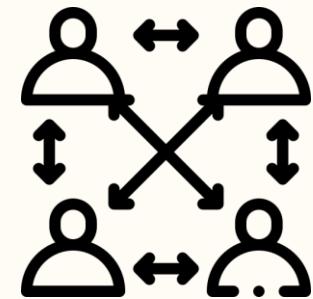


# 概要 ~ネットワーク~



ネットワーク

対象における構造を抽象化したもの



## 構成要素

- ・ノード(頂点)
- ・エッジ(辺)
- ・属性等

## 具体例

- ・友人関係
- ・学校組織
- ・辞書の単語間の関係

# 概要 ~感染症数理モデル~

## 感染症数理モデル

感染症の伝播過程を数学的に記述・解析する手法  
(感染者の増減を予測する)



流行予測や対策評価に使用

## SIRモデル

基本的な感染症数理モデル

感受性者(Susceptible)  
感染者(Infected)  
回復者Recovered)

# ネットワークSIRモデル

$$\frac{dS_i(t)}{dt} = -\beta S_i(t)I_i(t) - S_i(t) \sum_{j=0}^{N-1} C_{ij} \beta'_{ij} I_j(t)$$

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = +\beta S_i(t)I_i(t) - \gamma_i I_i(t) + S_i(t) \sum_{j=0}^{N-1} C_{ij} \beta'_{ij} I_j(t)$$

$$\frac{dR_i(t)}{dt} = +\gamma_i I_i(t)$$

$\beta'_{ij}$ ....異なるノード  $i, j$  間の感染率     $N$ ....集団の総数  
 $C_{ij}$ ....ネットワークの繋がりを表す隣接行列

# 概要 ~使用データと対象期間~

解析手法	対象地域	主要使用データ	対象期間
SIRモデル	47都道府県	川崎病の罹患数データ <sup>3)</sup> 国勢調査の人口データ <sup>4)</sup>	第1回流行期 第2回流行期 第3回流行期
ネットワークSIRモデル	関東地方の各都県	+ 都道府県間の移動人口データ <sup>4)</sup>	第1回流行期 第2回流行期 第3回流行期

3)日本川崎病研究センター,「第27回 川崎病全国調査 報告書」,自治医科大学

4) e-Stat, 国勢調査, <https://www.e-stat.go.jp/stat-search/database?page=1&toukei=00200521>

# まとめ

## 研究の成果

- SIRモデル
  - └ いくつか都道府県で伝播動態を再現
- ネットワークSIRモデル
  - └ SIRモデルとは異なる動態の観察

## 今後の課題

- より高度なモデルの検討(SEIRモデル等)
- 地域ごとに最適期間設定
- ネットワークSIRモデルパラメータ推定の改善