第7章
平面尺寸式

第一節　平面尺寸式的建立

1. 平面尺寸的表示方法
   1) 工序尺寸的表示方法
      - 用A、B、C、D、E等英文字母任意表示零件上的各個要素（點、線或面），給要素加下腳標，以表示要素為第幾次加工
        - **下腳標1**：第一次加工的要素
        - **下腳標2**：第二次加工的要素
      - 如果在一個工藝過程中，所有的要素不加工或僅加工一次，則各個要素不易混淆，為了書寫方便，可以不加下腳標。用兩個字母構成的向量表示工序尺寸，如AB_1、DE_1等，表示工序尺寸時，規定第一個字母表示基準要素，第二個字母表示加工的要素

第一節 平面尺寸式的建立

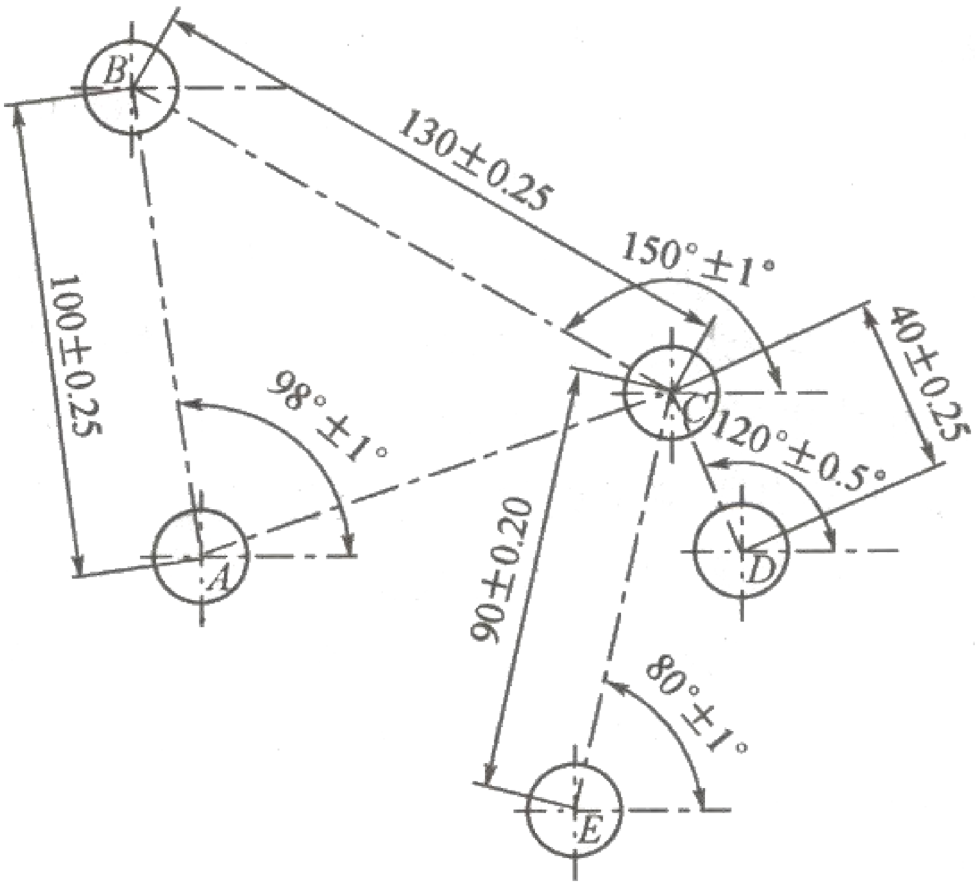
1. 平面尺寸的表示方法
   1) 工序尺寸的表示方法
      - 孔系零件各個要素最多加工一次，因而不需區分幾次加工，即不需要給字母加數字下腳標。AB表示以孔A為基準，加工孔B的工序尺寸，方向由A指向B。**AB**的夾角α_{AB}指X軸正方向與**AB**所成的角度。給字母加下腳標X，Y分別表示X，Y方向的分量，如**AB**$_X$表示**AB**在X方向的分量
      - 零件加工的有關工序為：

工序20　以孔A為基準，加工孔C，保證尺寸**AC**及相應的角度α_{AC}

工序25　以孔C為基準，加工孔E，保證尺寸**CE**及相應的角度α_{CE}

工序30　以孔E為基準，加工孔D，保證尺寸**ED**及相應的角度α_{ED}

工序35　以孔D為基準，加工孔B，保證尺寸**DB**及相應的角度α_{DB}



第一節 平面尺寸式的建立

1. 平面尺寸的表示方法
   2) 設計尺寸的表示方法
      - 同樣用表示兩要素的兩個字母構成的向量表示設計尺寸，如果在零件圖上的某向量尺寸與其他向量尺寸沒有角度關係要求，則表示該向量尺寸的兩個字母的順序可以任意，例如，設計尺寸AB，也可以寫成BA。如果在零件圖上某向量尺寸和其他向量有角度關係要求，為了保證這個角度要求，要求表示某向量尺寸的兩個字母構成的向量方向應與角度對應

第一節　平面尺寸式的建立

2. 平面尺寸式的建立方法

- **建立平面尺寸式的過程**：尺寸式左段為設計尺寸，即目標尺寸，右段為與左段相關的工序尺寸，即相關尺寸，用工序尺寸把設計尺寸的兩個字母連接起來
- **建立目標尺寸AB的尺寸式**：

① 首先從工序尺寸中由後向前找第二個字母是A或B的工序尺寸，找到DB，可表示為AB→A　DB，此式表明AB除與DB有關外，還與A和D之間的尺寸有關

② 繼續向前找第二個字母是A或D的工序尺寸，找到ED，同理可表示為AB→A　EDB，此式表明AB除與DB，ED有關，還與A和E之間的尺寸有關

③ 繼續向前找第二個字母是A或E的工序尺寸，找到CE，可表示為AB→A　CEDB，由於AC為一個工序尺寸，說明有關的工序尺寸已找完，即平面尺寸式AB→ACEDB，此式說明設計尺寸AB是由工序尺寸**AC，CE，ED，DB**保證

第二節
平面尺寸式的方程式及其工序尺寸計算

1. **平面尺寸式對應的方程式**

- 平面尺寸式的左段為目標尺寸（設計尺寸），右端每相鄰兩個字母所構成的尺寸都和左端的目標尺寸相關，其方程式可以用向量方程式表達
- **平面尺寸式的方程式如下：**

AB＝AC+CE+ED+DB (7－1)

EC＝EC (7－2)

CB＝CE＋ED+DB (7－3)

DC＝DE ＋EC (7－4)

第二節
平面尺寸式的方程式及其工序尺寸計算

2. 工序尺寸及工序角度的計算

- 由方程式（7－2）得：

$$\begin{cases} EC_X = EC\cos 80^\circ = 15.62 \\ EC_Y = EC\sin 80^\circ = 88.63 \end{cases}$$

- 由於CE與EC方向相差180°，所以：

$$\begin{cases} \boldsymbol{CE_X} = -\boldsymbol{EC_X} = -15.62 \\ \boldsymbol{CE_Y} = -\boldsymbol{EC_Y} = -88.63 \end{cases}$$

$$\alpha_{CE} = 180^\circ + \alpha_{EC} = 260^\circ$$

第二節
平面尺寸式的方程式及其工序尺寸計算

2. 工序尺寸及工序角度的計算

- 由方程式（7－4）得：

$$\begin{cases} \boldsymbol{DC_X = DE_X + EC_X} \\ \boldsymbol{DC_Y = DE_Y + EC_Y} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{DE_X = DC_X - EC_X} & = DC\cos 120° - 15.62 = -35.62 \\ \boldsymbol{DE_Y = DC_Y - EC_Y} & = DC\sin 120° - 88.63 = -53.99 \end{cases}$$

因

$$\boldsymbol{ED = -DE}$$

所以

$$\begin{cases} \boldsymbol{ED_X} = -\boldsymbol{DE_X} = 35.62 \\ \boldsymbol{ED_Y} = -\boldsymbol{DE_Y} = 53.99 \end{cases}$$

$$\alpha_{ED} = \arctan\frac{\boldsymbol{ED_Y}}{\boldsymbol{ED_X}} = 56.59°$$

$$\boldsymbol{ED} = \sqrt{\boldsymbol{ED_X}^2 + \boldsymbol{ED_Y}^2} = 64.68$$

第二節
平面尺寸式的方程式及其工序尺寸計算

2. 工序尺寸及工序角度的計算

- 由方程式（7—3）得：

$$\begin{cases} CB_X = CE_X + ED_X + DB_X \\ CB_Y = CE_Y + ED_Y + DB_Y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} DB_X = CB_X - CE_X - ED_X & = CB\cos 150^\circ + 15.62 - 35.62 = -132.58 \\ DB_Y = CB_Y - CE_Y - ED_Y & = CB\sin 150^\circ + 88.63 - 53.99 = 99.64 \end{cases}$$

$$\alpha_{DB} = \arctan\frac{DB_Y}{DB_X} = 143.08^\circ$$

$$DB = \sqrt{DB_X^2 + DB_Y^2} = 165.85$$

- 由方程式（6—1）得：

$$\begin{cases} AB_X = AC_X + CE_X + ED_X + DB_X \\ AB_Y = AC_Y + CE_Y + ED_Y + DB_Y \end{cases} \Rightarrow$$

$$AC_x = AB_x - CE_x - ED_x - DB_x = 100\cos 98^0 - (-15.62) - 35.62 - (-132.58) = 98.66$$

$$AC_y = AB_y - CE_y - ED_y - DB_y = 100\sin 98^0 - (-88.63) - 53.99 - 99.64 = 34.03$$

$$\alpha_{AC} = \arctan\frac{AC_Y}{AC_X} = 19.03^\circ$$

$$AC = \sqrt{AC_X^2 + AC_Y^2} = 104.36$$

第三節 工序公差的計算

1. **極座標尺寸公差計算**

對於平面尺寸式，由於每個相關尺寸的長度誤差和角度誤差均會使目標尺寸產生誤差，因此，不但要控制相關尺寸的誤差，而且要控制相關角度的誤差，所以對每一目標尺寸，均應從尺寸誤差和角度誤差兩個方面按誤差獨立原則給予保證

$$\begin{cases} \boldsymbol{AB_X = AC_X + CE_X + ED_X + DB_X} \\ \boldsymbol{AB_Y = AC_Y + CE_Y + ED_Y + DB_Y} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{AB = \sqrt{AB_X{}^2 + AB_Y{}^2}}$$

$$AB = \sqrt{\begin{array}{l} AC^2 + CE^2 + ED^2 + DB^2 + 2AC \bullet CE\cos(\alpha_{AC} - \alpha_{CE}) + 2AC \bullet ED\cos(\alpha_{AC} - \alpha_{ED}) \\ +2AC \bullet DB\cos(\alpha_{AC} - \alpha_{DB}) + 2CE \bullet ED\cos(\alpha_{CE} - \alpha_{ED}) + 2CE \bullet DB\cos(\alpha_{CE} - \alpha_{DB}) \\ +2ED \bullet DB\cos(\alpha_{ED} - \alpha_{DB}) \end{array}} \quad (7\text{-}5)$$

$$\alpha_{AB} = \arctan\frac{\boldsymbol{AB_Y}}{\boldsymbol{AB_X}} = \arctan\frac{\boldsymbol{AC}\sin\alpha_{AC} + \boldsymbol{CE}\sin\alpha_{CE} + \boldsymbol{ED}\sin\alpha_{ED} + \boldsymbol{DB}\sin\alpha_{DB}}{\boldsymbol{AC}\cos\alpha_{AC} + \boldsymbol{CE}\cos\alpha_{CE} + \boldsymbol{ED}\cos\alpha_{ED} + \boldsymbol{DB}\cos\alpha_{DB}}$$

(7-6)

第三節　工序公差的計算

1. 極座標尺寸公差計算

AB的微分便是AB的公差，由式(7-5)和式(7-6)得：

$$T_{AB} = \left|\frac{\partial AB}{\partial AC}\right| T_{AC} + \left|\frac{\partial AB}{\partial CE}\right| T_{CE} + \left|\frac{\partial AB}{\partial ED}\right| T_{ED} + \left|\frac{\partial AB}{\partial DB}\right| T_{DB} \tag{7-7}$$

$$T_{\alpha_{AB}} = \left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{AC}}}\right| T_{\alpha_{AC}} + \left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{CE}}}\right| T_{\alpha_{CE}} + \left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{ED}}}\right| T_{\alpha_{ED}} + \left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{DB}}}\right| T_{\alpha_{DB}} \tag{7-8}$$

第三節 工序公差的計算

1．極座標尺寸公差計算

其中傳遞係數分別為：

$$\frac{\partial AB}{\partial AC}=\frac{AC+CE\cos(\alpha_{AC}-\alpha_{CE})+ED\cos(\alpha_{AC}-\alpha_{ED})+DB\cos(\alpha_{AC}-\alpha_{DB})}{AB}=0.19$$

$$\frac{\partial AB}{\partial CE}=\frac{CE+AC\cos(\alpha_{CE}-\alpha_{AC})+ED\cos(\alpha_{CE}-\alpha_{ED})+DB\cos(\alpha_{CE}-\alpha_{DB})}{AB}=-0.95$$

$$\frac{\partial AB}{\partial ED}=\frac{ED+CE\cos(\alpha_{ED}-\alpha_{CE})+AC\cos(\alpha_{ED}-\alpha_{AC})+DB\cos(\alpha_{ED}-\alpha_{DB})}{AB}=0.75$$

$$\frac{\partial AB}{\partial DB}=\frac{DB+AC\cos(\alpha_{DB}-\alpha_{AC})+CE\cos(\alpha_{DB}-\alpha_{CE})+ED\cos(\alpha_{DB}-\alpha_{ED})}{AB}=0.71$$

$$\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{AC}}}=\frac{1}{1+\left(\frac{AB_Y}{AB_X}\right)^2}\cdot\frac{-AB_X\cdot AC\cos\alpha_{AC}+AB_Y\cdot AC\sin\alpha_{AC}}{AB_{X^2}}=0.20$$

$$\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{CE}}}=\frac{1}{1+\left(\frac{AB_Y}{AB_X}\right)^2}\cdot\frac{-AB_X\cdot CE\cos\alpha_{CE}+AB_Y\cdot CE\sin\alpha_{CE}}{AB_{X^2}}=-0.86$$

$$\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{ED}}}=\frac{1}{1+\left(\frac{AB_Y}{AB_X}\right)^2}\cdot\frac{-AB_X\cdot ED\cos\alpha_{ED}+AB_Y\cdot ED\sin\alpha_{ED}}{AB_{X^2}}=0.49$$

$$\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{DB}}}=\frac{1}{1+\left(\frac{AB_Y}{AB_X}\right)^2}\cdot\frac{-AB_X\cdot DB\cos\alpha_{DB}+AB_Y\cdot DB\sin\alpha_{DB}}{AB_{X^2}}=1.17$$

第三節　工序公差的計算

1. **極座標尺寸公差計算**

T_{AB}，T_{AC}，T_{CE}，T_{ED}，T_{DB}，$T_{\alpha_{AC}}$，$T_{\alpha_{CE}}$，$T_{\alpha_{ED}}$，$T_{\alpha_{DB}}$ 分別表示它們的公差。**根據等精度法，補充以下方程式：**

$$\frac{T_{AC}}{\sqrt[3]{AC}}=\frac{T_{CE}}{\sqrt[3]{CE}}=\frac{T_{ED}}{\sqrt[3]{ED}}=\frac{T_{DB}}{\sqrt[3]{DB}} \tag{7-9}$$

由式(7－9)和式(7 －7)聯立求解得：

$$T_{AC}=\frac{T_{AB}}{\left|\frac{\partial AB}{\partial AC}\right|+\left|\frac{\partial AB}{\partial CE}\right|\sqrt[3]{\frac{CE}{AC}}+\left|\frac{\partial AB}{\partial ED}\right|\sqrt[3]{\frac{ED}{AC}}+\left|\frac{\partial AB}{\partial DB}\right|\sqrt[3]{\frac{DB}{AC}}}$$

$$=\frac{0.5}{1.06+2.75\sqrt[3]{\frac{90}{104.36}}+2.4\sqrt[3]{\frac{64.68}{104.36}}+1.52\sqrt[3]{\frac{165.85}{104.36}}}$$

$$=0.195$$

$$T_{CE}=T_{AC}^{*}\sqrt[3]{\frac{CE}{AC}}=0.186$$

$$T_{DB}=T_{AC}^{*}\sqrt[3]{\frac{ED}{AC}}=0.166$$

$$T_{DB}=T_{AC}^{*}\sqrt[3]{\frac{DB}{AC}}=0.228$$

第三節　工序公差的計算

1. **極座標尺寸公差計算**

在角度公差中，用平均公差法計算，即$T_{\alpha_{AC}}=T_{\alpha_{CE}}=T_{\alpha_{ED}}=T_{\alpha_{DB}}$：

$$T_{\alpha_{AC}}=\frac{T_{\alpha_{AB}}}{\left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{AC}}}\right|+\left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{CE}}}\right|+\left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{ED}}}\right|+\left|\frac{\partial_{\alpha_{AB}}}{\partial_{\alpha_{DB}}}\right|}$$

$$=0.735^{\circ}=0.0128\ rad$$

所以，各工序尺寸及公差與工序角度及公差分別為：

$AC=104.36\pm0.098$　　$\alpha_{AC}=19.03^{\circ}\pm0.368^{\circ}$

$CE=90\pm0.093$　　$\alpha_{CE}=260^{\circ}\pm0.368^{\circ}$

$ED=64.68\pm0.083$　　$\alpha_{ED}=56.59^{\circ}\pm0.368^{\circ}$

$DB=165.85\pm0.114$　　$\alpha_{DB}=143.08^{\circ}\pm0.368^{\circ}$

第三節　工序公差的計算

2. **座標尺寸公差換算**

- **理論**：按以上確定的工序尺寸及公差、角度及公差對工件進行加工，可以經濟合理地保證設計尺寸要求
- **實際**：同時保證長度尺寸P和角度α及公差，在機床上很難
  - **通過X，Y方向的進刀量來保證P和α的值**：
    ① 方便控制
    ② 降低工人的加工難度
    ③ 提高生產力

第三節　工序公差的計算

2. 座標尺寸公差換算

設有一尺寸，加工此尺寸時，**P**和**α**的值由**X**，**Y**方向的進刀量來間接保證，有如下關係：

$$X = P\cos\alpha$$

$$Y = P\sin\alpha$$

(7-10)

對於在**X**，**Y**方向的公差，由於**P**和**α**是目標尺寸，則可構造如下函數：

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{7-11}$$

$$\alpha = \arctan\frac{Y}{X} \tag{7-12}$$

第三節　工序公差的計算

2. 座標尺寸公差換算

根據誤差獨立原則，對式(7－11)和式(7－12)求全微分得：

$$T_P = \left|\frac{\partial P}{\partial X}\right| T_{P_X} + \left|\frac{\partial P}{\partial Y}\right| T_{P_Y} \tag{7-13}$$

$$T_\alpha = \left|\frac{\partial \alpha}{\partial X}\right| T_{P_X} + \left|\frac{\partial \alpha}{\partial Y}\right| T_{P_Y} \tag{7-14}$$

傳遞係數為：
$$\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{X}{P},\ \frac{\partial P}{\partial Y} = \frac{Y}{P},\ \frac{\partial \alpha}{\partial X} = -\frac{Y}{P^2},\ \frac{\partial \alpha}{\partial Y} = \frac{X}{P^2}$$

根據等精度法補充以下方程式：

$$\frac{T_{P_X}}{\sqrt[3]{X}} = \frac{T_{P_Y}}{\sqrt[3]{Y}} \tag{7-15}$$

第三節　工序公差的計算

2.　座標尺寸公差換算

由式(7－13)和式(7－15)聯立解得

$$\left.\begin{aligned} T_{P_X} &= \frac{P}{X+Y\sqrt[3]{\dfrac{Y}{X}}}\cdot T_p \\ T_{P_Y} &= \frac{P\sqrt[3]{\dfrac{Y}{X}}}{X+Y\sqrt[3]{\dfrac{Y}{X}}}\,T_p \end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}16)$$

由式(7－15)和式(7－14)聯立解得

$$\left.\begin{aligned} T_{P_X} &= \frac{P^2}{X\sqrt[3]{\dfrac{Y}{X}}+Y}\,T_\alpha \\ T_{P_Y} &= \frac{P^2\sqrt[3]{\dfrac{Y}{X}}}{X\sqrt[3]{\dfrac{Y}{X}}+Y}\,T_\alpha \end{aligned}\right\} \quad (7\text{-}17)$$

第三節　工序公差的計算

2. 座標尺寸公差換算

根據式(7－16)求得各工序尺寸公差為：

$$\begin{cases} T_{AC_X} = 0.167 \\ T_{AC_Y} = 0.117 \end{cases} \qquad \begin{cases} T_{CE_X} = 0.096 \\ T_{CE_Y} = 0.171 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{ED_X} = 0.110 \\ T_{ED_Y} = 0.126 \end{cases} \qquad \begin{cases} T_{DB_X} = 0.169 \\ T_{DB_Y} = 0.154 \end{cases}$$

根據式(7－17)求得各工序尺寸公差為：

$$\begin{cases} T_{AC_X} = 1.35 \\ T_{AC_Y} = 0.953 \end{cases} \qquad \begin{cases} T_{CE_X} = 0.890 \\ T_{CE_Y} = 1.587 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{ED_X} = 0.564 \\ T_{ED_Y} = 0.648 \end{cases} \qquad \begin{cases} T_{DB_X} = 1.599 \\ T_{DB_Y} = 1.454 \end{cases}$$

第三節　工序公差的計算

2. 座標尺寸公差換算

按式(7－16)計算出的公差較小，應按此作為各工序尺寸公差，因此工序尺寸及公差為：

$$\begin{cases} AC_x = 98.66 \pm 0.084 \\ AC_y = 34.03 \pm 0.058 \end{cases} \qquad \begin{cases} CE_x = -15.62 \pm 0.048 \\ CE_y = -88.63 \pm 0.086 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ED_x = 35.62 \pm 0.055 \\ ED_y = 53.99 \pm 0.063 \end{cases} \qquad \begin{cases} DB_x = -132.58 \pm 0.085 \\ DB_y = 99.64 \pm 0.077 \end{cases}$$

練習

- 孔加工順序為B → D → E → A → C
- 試列出工序尺寸及公差