

第八章 假設檢定

先對母體特性做一適當的描述，然後利用抽出的樣本來推論(檢定)此描述是否正確，此一過程或統計方法就稱假設檢定(hypothesis testing)。

8-1 假設檢定基本概念

1. 建立假設

(1) 虛無假設(null hypothesis)：針對母體參數所建立的假設性陳述，通常以 H_0 來表示。

(2) 對立假設 (alternative hypothesis)：當有證據顯示虛無假設為假時的陳述，通常以 H_1 來表示。

2. 假設之實例

◎ 假設零件規格長度平均為 2cm，如果平均長度大於或小於 2cm，這些零件將在組裝時產生品質問題，某品檢員發現有零件為 2.1cm，要質疑其可靠性，因此虛無假設與對立假設如下：

$$H_0: \mu = 2$$

$$H_1: \mu \neq 2$$

◎ 3 公斤包裝的米，若包裝不實，將影響信譽，現在消費者買一包米後，發現只有 2.97 公斤，要質疑其可靠性，因此虛無假設與對立假設如下：

$$H_0: \mu \geq 3$$

$$H_1: \mu < 3$$

◎ 某款汽車平均每公升汽油可行駛 10 公里，現有一研究小組發明一種新的化油器系統來增加每公升汽油可行駛的里程數。該小組測試結果，新的化油器可以行駛 11 公里，因此虛無假設與對立假設如下：

$$H_0: \mu \leq 10$$

$$H_1: \mu > 10$$

3. 假設檢定的二種錯誤

真實狀況 決策	H_0 為真	H_0 為假
拒絕 H_0	α (Type I error)	正確(1- β)
接受 H_0	正確(1- α)	β (Type II error)

(例 1)：

雷達有不明飛行物

H_0 ：一切正常，只是有干擾

H_1 ：有敵機來襲

下列為何種錯誤？

(1)錯誤警報？

(2)疏忽而未放警報？

解：

(1) α 錯誤，型 I 錯誤(正常沒敵機，卻放警報)

(2) β 錯誤，型 II 錯誤(有敵機，卻沒放警報)

(例 2)：

H_0 ：該生具有潛力

H_1 ：該生不具潛力

下列為何種錯誤？

(1)本校錄取該生，發現表現不佳？

(2)本校沒錄取該生，該生卻在他校表現優異？

解：

(1) β 錯誤，型 II 錯誤(該生不具潛力，本校卻錄取該生)

(2) α 錯誤，型 I 錯誤(該生具潛力，本校卻沒錄取該生)

4.常用的 Z 值表

信心水準 $1-\alpha$	顯著水準 α	雙尾	左尾	右尾
90%	0.1	-1.645 及 1.645	-1.283	1.283
95%	0.05	-1.96 及 1.96	-1.645	1.645
97.5%	0.025	-	-1.96	1.96
99%	0.01	-2.575 及 2.575	-2.328	2.328
99.5%	0.005	-	-2.575	2.575

5.檢定之步驟：

(1)建立假設

(2)選擇檢定統計量

(3)決定棄卻域

(4)計算檢定統計量

(5)下決策(下結論)

8-2 母體平均數檢定

檢定的方法有三種：臨界值(critical value, CV)檢定法、P 值(P value)檢定法、Z 值(Z value)檢定法，方法雖不同，但檢定出來的結果相同，由於考慮易懂特性，本教材只介紹 Z 值檢定法。

1. σ 已知(不論大、小樣本)

檢定型態	雙尾	左尾	右尾
建立假設	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$
棄卻域(拒絕域)	$ Z > z_{\alpha/2}$	$Z < -z_{\alpha}$	$Z > z_{\alpha}$
計算檢定統計量	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$		
決策	當 $ Z > z_{\alpha/2}$ 時， 拒絕 H_0	當 $Z < -z_{\alpha}$ 時， 拒絕 H_0	當 $Z > z_{\alpha}$ 時， 拒絕 H_0

2. σ 未知，大樣本($n \geq 30$)

同上表，只是用 S 代替 σ

3. σ 未知，小樣本($n < 30$)

檢定型態	雙尾	左尾	右尾
建立假設	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$
棄卻域(拒絕域)	$ T > t_{v, \alpha/2}$	$T < -t_{v, \alpha}$	$T > t_{v, \alpha}$
計算檢定統計量	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$		
決策	當 $ T > t_{v, \alpha/2}$ 時， 拒絕 H_0	當 $T < -t_{v, \alpha}$ 時， 拒絕 H_0	當 $T > t_{v, \alpha}$ 時， 拒絕 H_0

(例 3)：

某廠商宣稱其罐裝食品平均重量為 1.5 磅，今自其中抽 49 罐，得平均重量為 1.47 磅，標準差為 0.21 磅，在 $\alpha = 0.01$ 下，欲檢測此廠商重量不足 1.5 磅是否正確？

解：

(1)

$$H_0: \mu \geq 1.5$$

$$H_1: \mu < 1.5$$

$$(2) n=49, S=0.21, \alpha = 0.01, -z_\alpha = -2.328$$

$$(3) \text{棄卻域 } Z < -2.328$$

$$(4) Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{1.47 - 1.5}{\frac{0.21}{\sqrt{49}}} = -1$$

$$(5) -1 > -2.328, \text{故接受 } H_0, \text{拒絕 } H_1, \text{沒有不足 1.5 磅}$$

(例 4):

新生註冊所需時間平均為 50 分鐘，標準差為 16 分鐘，若隨機抽樣 16 名學生為調查，發現平均值為 42 分鐘，以 $\alpha=0.1$ 檢測是否不等於 50 分鐘？

解：

$$(1) H_0: \mu = 50$$

$$H_1: \mu \neq 50$$

$$(2) \sigma = 16, n = 16, \alpha = 0.1, \pm z_{\alpha/2} = \pm 1.645$$

$$(3) \text{棄卻域 } |Z| > 1.645$$

$$(4) Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{42 - 50}{\frac{16}{\sqrt{16}}} = -2$$

$$(5) |-2| > 1.645, \text{故接受 } H_1, \text{即不等於 50 分鐘}$$

(例 5):

校外住宿生之通勤所需時間平均為 40 分鐘，若隨機抽樣 16 名學生為調查，發現平均值為 38 分鐘，變異數為 25 分鐘，以 $\alpha=0.01$ 檢測是否不等於 40 分鐘？

解：

$$(1) H_0: \mu = 40$$

$$H_1: \mu \neq 40$$

$$(2) n = 16, S = 5, v = 16 - 1 = 15, \alpha = 0.01, \pm t_{v, \alpha/2} = \pm 2.9467$$

$$(3) \text{棄卻域 } |T| > 2.9467$$

$$(4) T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{38 - 40}{\frac{5}{\sqrt{16}}} = -1.6$$

$$(5) |-1.6| < 2.9467, \text{故接受 } H_0, \text{拒絕 } H_1, \text{沒有不等於 40 分鐘}$$

綜合練習 8

1. 住宿生每日上網時間平均為 90 分鐘，變異數為 16 分鐘，若隨機抽樣 25 名學生為調查，發現平均值為 85 分鐘，以 $\alpha=0.05$ 檢測是否不等於 90 分鐘？