

Лабораторная работа №5  
**СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ АНАЛИТИЧЕСКОГО И  
ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Сравнение результатов имитационного моделирования с данными аналитических расчетов на примере модели обработки документов в организации.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.**

Для приёма и обработки документов в организации назначена группа в составе  $N$  сотрудников. Ожидаемая интенсивность потока документов -  $\lambda$  документов в час распределена по экспоненциальному закону. Среднее время обработки одного документа одним сотрудником  $t_{\text{обс}}$  мин. Каждый сотрудник может принимать документы из любой организации. В случае полной занятости всех сотрудников поступающему документу отказывается в обработке. Освободившийся сотрудник обрабатывает последний из поступивших документов. Поступающие документы должны обрабатываться с вероятностью не менее  $P$ .

Определить, достаточно ли назначенной группы из  $N$  сотрудников для выполнения поставленной задачи. Найти оптимальное количество сотрудников для достижения, указанной в задаче, вероятности обработки поступающих документов.

Определить:

- количество поступивших документов в обработку;
- количество обработанных документов;
- относительную пропускную способность системы;
- абсолютную пропускную способность системы.

Расчет произвести аналитическим методом и с помощью имитационной модели в программе AnyLogic. Сравнить результаты. Сделать выводы.

Индивидуальные исходные данные выбрать, согласно номеру варианта, выданному преподавателем (таблица 2).

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ:**

1. Ознакомиться с теоретическим материалом. Разобраться с теоретическими основами аналитического решения задачи системы массового обслуживания (СМО) с отказами.
2. Выполнить аналитический расчет индивидуального задания, указанного в постановке задачи.
3. Создать имитационную модель обработки документов в организации в программе AnyLogic, согласно варианту.
4. Сравнить данные полученные аналитическим методом и с помощью имитационной модели. Сделать вывод.
5. Продемонстрировать работу преподавателю. Ответить на контрольные вопросы.
6. Оформить отчет с описанием работы и необходимыми копиями экрана.

## КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

*Аналитическое моделирование* – математическая формализация, изменение свойств объекта во времени.

Для аналитического моделирования характерно то, что процессы функционирования элементов системы записываются в виде некоторых функциональных соотношений (алгебраические, конечно-разностные и т.п.) и логических условий.

Аналитическая модель может быть исследована тремя способами:

- 1) аналитическим способом – стремятся получить в общем виде зависимость от исходных характеристик;
- 2) численным способом – когда нельзя решить в общем виде, то получаем результаты для конкретных начальных данных;
- 3) качественным способом – не имея решения управления в общем виде, мы можем найти некоторые свойства решения.

Аналитические модели удобны в использовании, поскольку для аналитического моделирования не требуются сколько-нибудь значительные затраты вычислительных ресурсов, часто без постановки специальных вычислительных экспериментов исследователь может оценить характер влияния аргументов на выходные параметры, выявить те или иные общие закономерности в поведении системы.

*Имитационная модель* – универсальное средство исследования сложных систем, представляющее собой логико-алгоритмическое описание поведения отдельных элементов системы и правил их взаимодействия, отображающих последовательность событий, возникающих в моделируемой системе.

Поскольку целью построения любой модели является исследование характеристик моделируемой системы, в имитационную модель должны быть включены средства сбора и обработки статистической информации по всем интересующим характеристикам, основанные на методах математической статистики.

*Имитационное моделирование* (статистическое моделирование на ЭВМ) – метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности. Такую модель можно «проиграть» во времени как для одного испытания, так и заданного их множества. При этом результаты будут определяться случайным характером процессов. По этим данным можно получить достаточно устойчивую статистику.

Имитационное моделирование обеспечивает возможность испытания, оценки и проведения экспериментов с исследуемой системой без каких-либо непосредственных воздействий на нее.

Имитационное моделирование обычно проводится на ЭВМ в соответствии с программой, реализующей заданное конкретное логико-алгоритмическое описание (например, *AnyLogic, Arena, Flexsim, GPSS World, MATLAB & Simulink* и др.). При этом несколько часов, недель или лет работы исследуемой системы могут быть промоделированы на ЭВМ за несколько минут. В большинстве случаев модель является не точным аналогом системы, а скорее её символическим отображением. Однако такая модель позволяет производить измерения, которые невозможно произвести каким-либо другим способом.

Наиболее широкое применение имитационное моделирование получило при исследовании сложных систем с дискретным характером функционирования, в том числе моделей массового обслуживания.

*Система массового обслуживания (СМО)* – математический (абстрактный) объект, содержащий один или несколько приборов  $\Pi$  (каналов), обслуживающих заявки  $З$ , поступающие в систему, и накопитель  $Н$ , в котором находятся заявки, образующие очередь  $О$  и ожидающие обслуживания (рис.1).

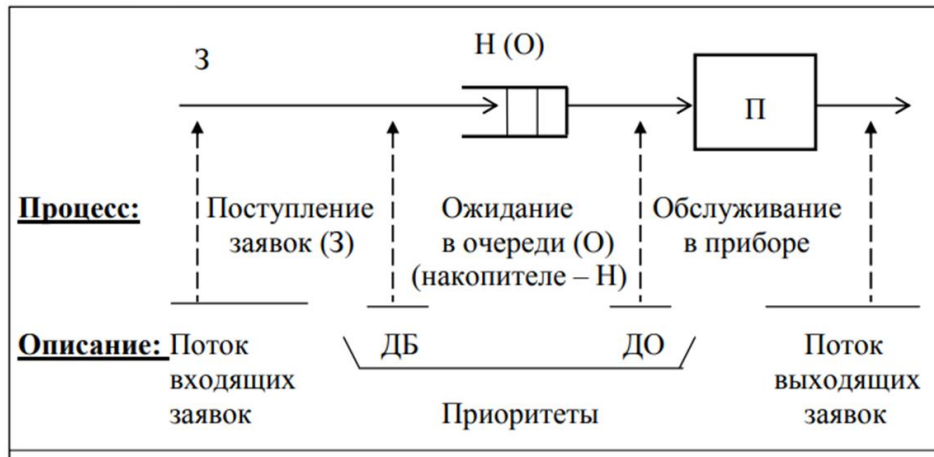


Рис. 1 – Система массового обслуживания

*Заявка* (требование, запрос, вызов, клиент) – объект, поступающий в СМО и требующий обслуживания в обслуживающем приборе.

Совокупность заявок, распределенных во времени, образуют *поток заявок*.

*Обслуживающий прибор или просто прибор* (устройство, канал, линия) – элемент СМО, функцией которого является обслуживание заявок. В каждый момент времени в приборе на обслуживании может находиться только одна заявка.

*Обслуживание* – задержка заявки на некоторое время в обслуживающем приборе.

*Длительность обслуживания* – время задержки (обслуживания) заявки в приборе.

*Накопитель* (буфер) – совокупность мест для ожидания заявок перед обслуживающим прибором. Количество мест для ожидания определяет *ёмкость накопителя*.

Заявка, поступившая на вход СМО, может находиться в двух состояниях:

- в состоянии обслуживания (в приборе);
- в состоянии ожидания (в накопителе), если все приборы заняты обслуживанием других заявок.

Заявки, находящиеся в накопителе и ожидающие обслуживания, образуют *очередь заявок*. Количество заявок, ожидающих обслуживания в накопителе, определяет *длину очереди*.

*Дисциплина обслуживания* – правило выбора заявок из очереди для обслуживания в приборе.

Совокупность событий распределенных во времени называется *потоком*. Если событие заключается в появлении заявок, имеем *поток заявок*.

Основной характеристикой потока заявок является его *интенсивность*  $\lambda$  – частота появления заявок или среднее число заявок, поступающих в СМО в единицу времени.

Величина  $a = 1/\lambda$  определяет *средний интервал времени между двумя последовательными заявками*.

*Длительность обслуживания*  $t_{обс}$  – время нахождения заявки в приборе – в общем случае величина случайная и описывается функцией или плотностью распределения. В случае неоднородной нагрузки длительности обслуживания заявок разных классов могут различаться законами распределений или только средними значениями. Часто длительность обслуживания заявок предполагается распределенной по экспоненциальному закону, что существенно упрощает аналитические выкладки.

Величина, обратная средней длительности обслуживания  $t_{обс}$ , характеризует среднее число заявок, которое может быть обслужено за единицу времени, и называется *интенсивностью обслуживания*:  $\mu = 1/t_{обс}$ . Во многих случаях аналитические зависимости могут быть получены для произвольного закона распределения длительности обслуживания заявок.

Существует большое многообразие СМО, различающихся структурной и функциональной организацией. В то же время, разработка аналитических методов расчета характеристик функционирования СМО во многих случаях предполагает наличие ряда предположений, ограничивающих множество исследуемых СМО.

Большинство СМО, используемых в качестве базовых моделей реальных систем, могут быть классифицированы: по числу мест в накопителе (без накопителя – СМО с отказами; с накопителем ограниченной ёмкости – СМО с потерями; с накопителем неограниченной ёмкости – СМО без потерь); по количеству обслуживающих приборов (одноканальные и многоканальные); по количеству классов заявок (с однородным и неоднородным потоком заявок).

В теории массового обслуживания широкое распространение имеет специальный класс случайных процессов – так называемый *процесс гибели и размножения*.

Для многоканальных СМО с отказами граф состояний процесса гибели и размножения имеет вид, показанный на рис. 2.

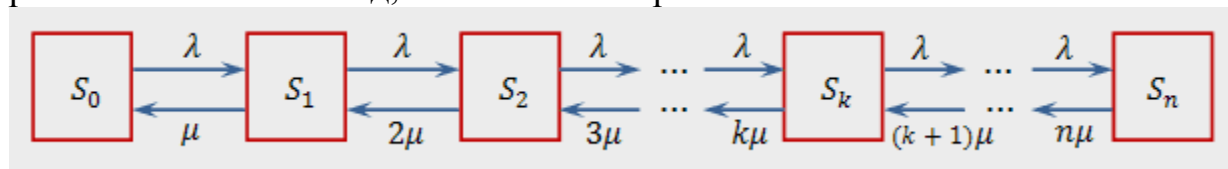


Рис. 2 - Граф состояний процесса гибели и размножения для многоканальных СМО с отказами

Система  $S$  (СМО) имеет следующие состояния (нумеруем их по числу заявок, находящихся в системе):  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_n$ , где  $S_k$  – состояние системы, когда в ней находится  $k$  заявок, т.е. занято  $k$  каналов.

Название модели - "гибель и размножение" - связано с представлением, что стрелки вправо означают переход к состояниям, связанным с ростом номера состояния ("рождение"), а стрелки влево - с убыванием номера состояний ("гибель").

Поток заявок последовательно переводит систему из любого левого состояния в соседнее правое с одной и той же интенсивностью  $\lambda$ . Интенсивность же потока обслуживания, переводящих систему из любого правого состояния в соседнее левое состояние, постоянно меняется в зависимости от состояния. Действительно, если СМО находится в состоянии  $S_2$  (два канала заняты), то она может перейти в состояние  $S_1$  (один канал занят), когда закончит обслуживание либо первый, либо второй канал, т.е. суммарная интенсивность их потоков обслуживания будет  $2\mu$ . Аналогично суммарный поток обслуживания, переводящий СМО из состояния  $S_3$  (три канала заняты) в  $S_2$ , будет иметь интенсивность  $3\mu$ , т.е. может освободиться любой из трех каналов и т.д.

Формула для схемы гибели и размножения для предельной вероятности состояния:

$$p_0 = \left( 1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2!\mu^2} + \dots + \frac{\lambda^k}{k!\mu^k} + \dots + \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где члены разложения  $\frac{\lambda}{\mu}, \frac{\lambda^2}{2!\mu^2}, \dots, \frac{\lambda^k}{k!\mu^k}, \dots, \frac{\lambda^n}{n!\mu^n}$ , будут представлять собой коэффициенты при  $p_0$  в выражениях для предельных вероятностей  $p_1, p_2, \dots, p_k, \dots, p_n$ .

Величина

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2)$$

называется *приведенной интенсивностью потока заявок* или *интенсивностью нагрузки канала*. Она выражает среднее число заявок, приходящее за среднее время обслуживания одной заявки.

Преобразуя формулу (1) получим следующие выражения:

$$p_0 = \left( 1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^k}{k!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} \right)^{-1}, \quad (3)$$

$$p_1 = \rho \cdot p_0, \quad p_2 = \frac{\rho^2}{2!} \cdot p_0, \quad \dots, \quad p_k = \frac{\rho^k}{k!} \cdot p_0, \quad \dots, \quad p_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot p_0. \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) для предельных вероятностей получили названия *формул Эрланга* в честь основателя теории массового обслуживания.

Вероятность отказа СМО есть предельная вероятность того, что все  $n$  каналов системы будут заняты, т.е.

$$P_{\text{отк}} = \frac{p^n}{n!} \cdot p_0 \quad (5)$$

В качестве показателей эффективности работы СМО используются:

- *относительная пропускная способность*  $P_{\text{обс}}$  (или  $Q$ ), т.е. вероятность того, что заявка будет обслужена:

$$P_{\text{обс}} = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \frac{p^n}{n!} \cdot p_0 \quad (6)$$

- абсолютная пропускная способность системы ( $A$ ), т.е. среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени:

$$A = \lambda \cdot Q = \lambda \cdot \left( 1 - \frac{\rho^n}{n!} \cdot p_0 \right). \quad (7)$$

Для одноканальных СМО с отказами граф состояний процесса гибели и размножения имеет вид, показанный на рис. 3. Система  $S$  (СМО) имеет два состояния:  $S_0$  - канал свободен,  $S_1$  - канал занят.

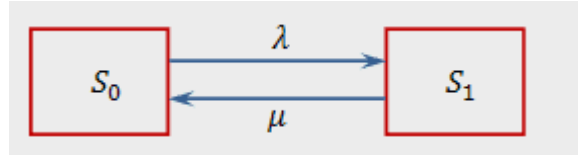


Рис. 3 - Граф состояний процесса гибели и размножения для одноканальных СМО с отказами

Здесь также предполагается, что все потоки событий, переводящие СМО из состояния в состояние, будут простейшими. К ним относится и поток обслуживания - поток заявок, обслуживаемых одним непрерывно занятым каналом. Среднее время обслуживания  $t_{\text{обс}}$  обратно по величине интенсивности  $\mu$ , т.е. :  $\mu = 1/t_{\text{обс}}$ .

В предельном, стационарном режиме система алгебраических уравнений для вероятностей состояний имеет вид :

$$\begin{cases} \lambda \cdot p_0 = \mu \cdot p_1, \\ \mu \cdot p_1 = \lambda \cdot p_0, \end{cases} \quad (8)$$

т.е. система вырождается в одно уравнение. Учитывая нормировочное условие  $p_0 + p_1 = 1$ , найдем из (8) предельные вероятности состояний:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}, \quad (9)$$

которые выражают среднее относительное время пребывания системы в состоянии  $S_0$  (когда канал свободен) и  $S_1$  (когда канал занят), т.е. определяют соответственно относительную пропускную способность  $P_{\text{обс}}$  (или  $Q$ ), системы и вероятность отказа  $P_{\text{отк}}$ :

$$P_{\text{обс}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (10)$$

$$P_{\text{отк}} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (11)$$

Абсолютная пропускная способность вычисляется умножив относительную пропускную способность  $Q$  на интенсивность потока отказов:

$$A = \frac{\lambda\mu}{\lambda + \mu} . \quad (12)$$

К сожалению, аналитическое исследование удаётся реализовать только для частных случаев сравнительно несложных СМО. Для сложных СМО аналитические модели, если и удаётся получить, то только при принятии упрощающих допущений, ставящих под сомнение адекватность модели.

Поэтому основным подходом к анализу информационных систем на системном уровне проектирования считают имитационное моделирование, а аналитическое исследование используют при предварительной оценке различных предлагаемых вариантов систем.

### **КРАТКИЙ ОБЗОР СРЕДЫ ANYLOGIC**

*AnyLogic* – это программное обеспечение для мультиметодного имитационного моделирования, позволяющая обеспечить повышенную эффективность и меньший риск при решении рабочих задач в сложных предметных областях.

Программный продукт AnyLogic (рус. ЭниЛоджик) от российского разработчика The AnyLogic Company предназначено для моделирования, помогающее компаниям в области транспорта, производства, логистики, добывающей промышленности, цепочки поставок, здравоохранения и других отраслей тестировать и исследовать сценарии «что если» с при помощи имитационного 2D-и 3D-моделирования. Программа предоставляет встроенные библиотеки анимации, относящиеся к различным отраслям, позволяя охватить сложность практически любой системы на любом уровне детализации. Таким образом, модели AnyLogic позволяют аналитикам, инженерам и менеджерам получать более глубокое представление о взаимозависимых процессах внутри и вблизи организации и оптимизировать сложные системы и процессы в широком спектре отраслей.

Система AnyLogic позволяет аналитикам данных создавать имитационные модели с использованием различных методологий и языков моделирования, включая дискретно-событийное моделирование, агентную динамику, системную динамику, стохастическое моделирование, блок-схемы процессов, диаграммы состояний и диаграммы действий. Программный комплекс позволяет представлять визуальные модели с графическими объектами для визуализации транспортных средств, сотрудников, оборудования, зданий и других объектов в соответствии с бизнес-спецификациями. Встроенные ГИС-карты позволяют организациям искать и находить города, улицы, дороги, больницы, магазины и автобусные остановки для создания имитационных моделей. Платформа также предоставляет предварительно разработанные инструменты моделирования, такие как Монте-Карло, анализ чувствительности и эксперименты по изменению параметров.

#### Рабочая область AnyLogic

После создания новой модели на экране появится рабочая область с тремя панелями (рис.4):

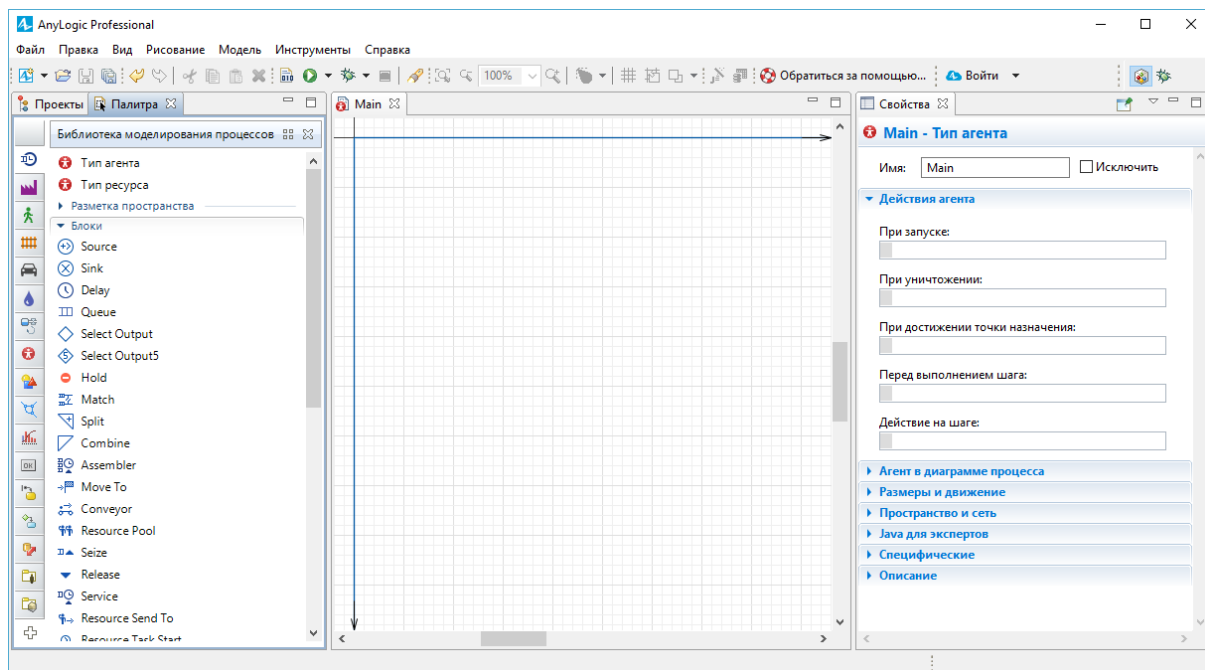


Рис. 4 – Рабочая область AnyLogic

В центре рабочей области находится графический редактор структурной диаграммы типа агента Main.

В левой части рабочей области находятся панель **Проекты** и панель **Палитра**. Панель **Проекты** обеспечивает легкую навигацию по элементам моделей, открытых в текущий момент времени. Поскольку модель организована иерархически, то она отображается в виде дерева. Панель **Палитра** содержит разделенные по палитрам элементы, которые могут быть добавлены на диаграмму типа агента или эксперимента.

В закладке **Проекты** имеется один тип агента Main и эксперимент Simulation. Агенты - это главные строительные блоки модели AnyLogic. В нашем случае агент Main послужит местом, где мы зададим всю логику модели: процесс распространения нового продукта.

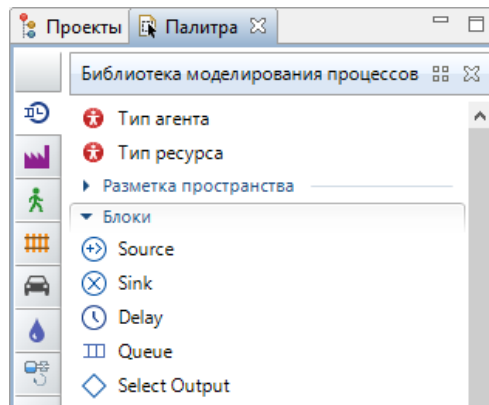
В правой рабочей области будет отображаться панель **Свойства**. Панель **Свойства** используется для просмотра и изменения свойств выбранного в данный момент элемента (или элементов) модели. Когда вы выделяете какой-либо элемент, например, в панели **Проекты** или графическом редакторе, панель **Свойства** показывает свойства выбранного элемента.

В центре рабочей области AnyLogic открывается графический редактор диаграммы класса активного объекта *Main*.

### Основные возможности среды AnyLogic для построения СМО

1. По умолчанию при создании новой модели в панели *Палитра* открывается *Библиотека моделирования процессов*. Вы можете открывать палитры щелчком по соответствующей иконке на вертикальной панели слева от палитры:





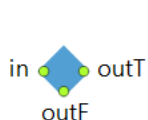
2. Основные объекты (блоки) *Библиотека моделирования процессов*, которые будут использоваться в модели обработки документов в организации:

➔ Объект **Source** генерирует агентов определенного типа. Обычно он используется в качестве начальной точки диаграммы процесса, формализующей поток агентов. В модели обработки документов агентами будут документы, а объект Source будет моделировать их поступление в обработку.

⌚ Объект **Delay** задерживает агентов на заданный период времени, представляя в нашей модели обработку документов сотрудниками.

⊗ Объект **Sink** уничтожает поступивших агентов. Обычно он используется в качестве конечной точки потока агентов (и диаграммы процесса соответственно).

◆ Объект **SelectOutput** является блоком принятия решения. Блок направляет входящих агентов в один из двух выходных портов в зависимости от выполнения заданного (детерминистического или заданного с помощью вероятностей) условия. Условие может зависеть как от агента, так и от каких-то внешних факторов. Поступивший агент покидает блок SelectOutput в тот же момент времени.





**in** - Входной порт.

**outT** - Выходной порт для агентов, для которых выбирается выход true.

**outF** - Выходной порт для агентов, для которых выбирается выход false.

3. Чтобы добавить блоки *Библиотеки моделирования процессов* на диаграмму, перетащите требуемый элемент из палитры в графический редактор (окно Main).

Когда вы перетаскиваете блоки и располагаете их рядом друг с другом, вы можете видеть, как появляются соединительные линии между блоками. Будьте внимательны, эти линии должны соединять только порты, находящиеся с правой или левой стороны иконок. Только у блока **SelectOutput** два выходных порта.

4. Данные внутри модели могут задаваться с помощью параметров  и переменных .

Параметры обычно используются для задания статических характеристик. Значение параметра обычно остается неизменным во время "прогона" модели. Если нужно создать в модели элемент данных,

изменяющий свое значение по ходу моделирования, то лучше использовать переменную.

Обычно используются числовые параметры, хотя можно создавать параметры любого типа или Java класса.

### Настройка эксперимента

Модель выполняется в соответствии с набором конфигурационных установок, называемым экспериментом. Вы можете создать несколько экспериментов и изменять рабочую конфигурацию модели, просто меняя текущий эксперимент модели. Один эксперимент, названный *Simulation*, создается автоматически. Выберите его щелчком мыши по элементу дерева и изучите настройки модели в окне **Свойства**. Окно **Свойства** (рис.5) имеет вкладки: основные, модельное время, презентация, окно, параметры, описание и др.

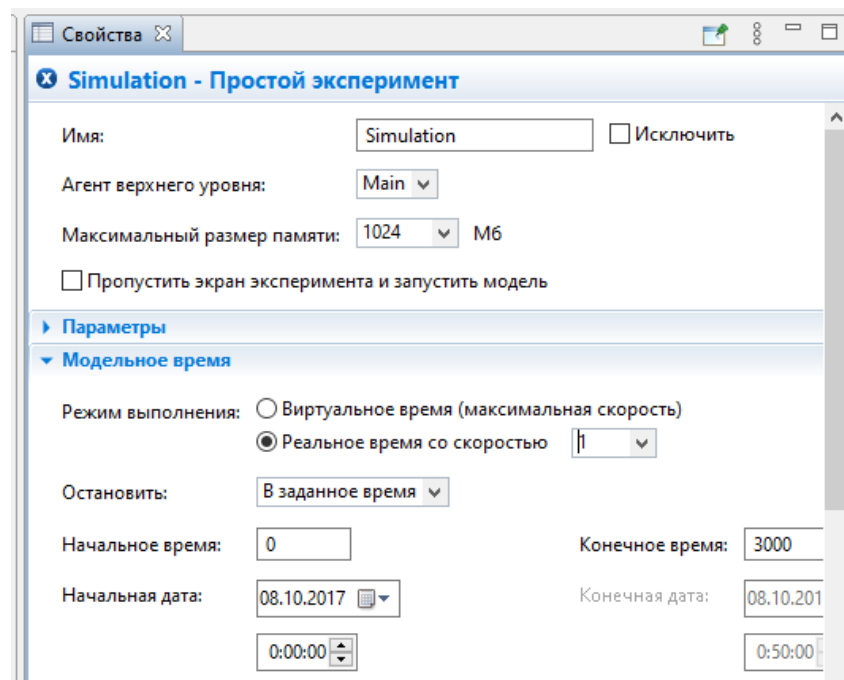


Рис. 5 – Окно «Свойства» простого эксперимента



На вкладке **Простой эксперимент** можно выбрать класс, который будет запущен при запуске модели. По умолчанию в качестве корневого объекта выбран объект класса *Main*, автоматически создаваемого в каждой модели. Можно задать действие перед и после запуска модели, а также задать численные методы для прогона и точность получаемых значений.

На вкладке **Параметры** можно:

- 1) Задать единицу модельного времени.
- 2) Задать интервал времени моделирования.

На вкладке **Модельное время** можно определить вид и скорость выполнения прогона. В режиме реального времени задается связь модельного времени с физическим, т.е. задается количество единиц модельного времени, выполняемых в одну секунду. Режим реального времени лучше всего подходит для показа анимации. В режиме виртуального времени модель выполняется без привязки к физическому времени – она выполняется так быстро, как это возможно. Данный режим лучше всего подходит, когда требуется моделировать работу системы в течение достаточно длительного периода времени.

### Запуск модели

Чтобы запустить модель, нажмите кнопку **Запустить**  и выберите из открывшегося списка эксперимент, который Вы хотите запустить. До запуска модели необходимо ее построить с помощью кнопки панели инструментов **Построить модель**  (при этом в рабочей области AnyLogic должен быть выбран какой-то элемент именно этой модели). Если в модели есть какие-нибудь ошибки, то построение не будет завершено, и в панель **Ошибки** будет выведена информация об ошибках, обнаруженных в модели. Двойным щелчком мыши по ошибке в этом списке Вы можете перейти к предполагаемому месту ошибки, чтобы исправить ее.

Когда модель запущена, AnyLogic переключается в режим просмотра. В режиме просмотра можно управлять выполнением модели, просматривать значения переменных модели, строить графики переменных, динамически изменять значения параметров, и т.д.

### Сохранение модели

При работе с моделью, не забывайте сохранять производимые Вами изменения с помощью кнопки панели инструментов **Сохранить модель**.

## **ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

### Постановка задачи

Для приёма и обработки документов в организации назначена группа в составе трёх сотрудников. Ожидаемая интенсивность потока документов - 15 документов в час. Среднее время обработки одного документа одним сотрудником -  $t_{\text{обс}} = 12$  мин. Каждый сотрудник может принимать документы из любой организации. В случае полной занятости всех сотрудников поступающему документу отказывается в обработке. Освободившийся сотрудник обрабатывает последний из поступивших документов. Поступающие документы должны обрабатываться с вероятностью не менее 0,95.

Определить, достаточно ли назначенной группы из трёх сотрудников для выполнения поставленной задачи.

### Аналитическое решение задачи

Группа сотрудников работает как СМО, состоящая из трёх каналов, с отказами, без очереди. Поток документов с интенсивностью  $\lambda = 15 \frac{1}{\text{час}}$  можно считать простейшим, так как он суммарный от нескольких организаций. Интенсивность обслуживания  $\mu = \frac{1}{t_{\text{обс}}} = \frac{60}{12} = 5 \frac{1}{\text{час}}$ . Закон распределения неизвестен, но это несущественно, так как показано, что для систем с отказами он может быть произвольным. Граф состояний СМО - это схема "гибели и размножения". Для неё имеются готовые выражения для предельных вероятностей состояний системы (3) и (4).

По отношению (2) вычислим приведенную интенсивность потока документов (заявок).

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{15}{5} = 3.$$

В рассматриваемой СМО отказ наступает при занятости всех трёх каналов, то есть при  $P_{\text{отк}} = P_3$ . Тогда по формуле (3) вычислим:

$$P_0 = \left(1 + \frac{3}{1} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!}\right)^{-1} = 0,077,$$

а по формуле (4) вычислим:

$$P_3 = \frac{3^3}{3!} P_0 = 4,5 \cdot 0,077 = 0,346.$$

Рассчитаем относительную пропускную способность или вероятность того, что заявка будет обслужена по формуле (6):

$$P_{\text{обс}} = 1 - 0,346 = 0,654.$$

Так как вероятность отказа в обработке документов составляет 0,346, то вероятность обслуживания 0,654 и это меньше заданной вероятности 0,95, следовательно необходимо увеличить количество сотрудников группы.

Увеличим состав группы в два раза, то есть СМО будет иметь теперь шесть каналов, и рассчитаем  $P_{\text{отк}}$ :

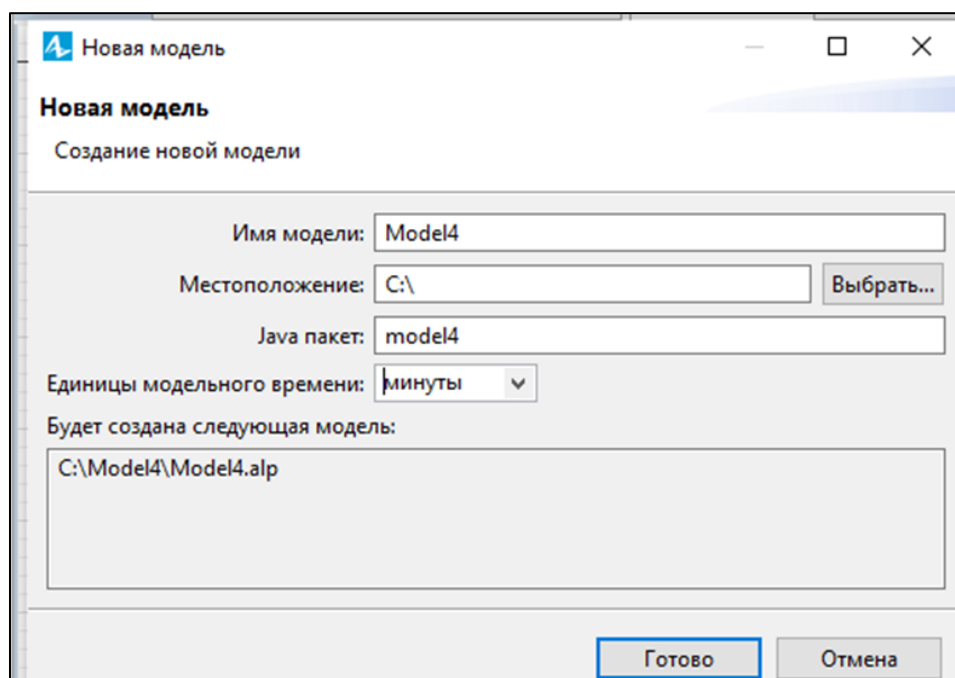
$$P_0 = \left(1 + \frac{3}{1} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!} + \frac{3^5}{5!} + \frac{3^6}{6!}\right)^{-1} = 0,051,$$
$$P_6 = \frac{3^6}{6!} P_0 = \frac{729}{720} = 4,012 \cdot 0,051 = 0,052.$$

Теперь  $P_{\text{обс}} = 1 - 0,052 \approx 0,95$ .

Таким образом, только группа из шести сотрудников сможет обрабатывать поступающие документы с вероятностью 0,95.

### Создание имитационной модели и решение задачи в AnyLogic

1. Выполните команду *Файл/Создать/Модель* на *Панели инструментов*. Откроется диалоговое окно Новая модель:



2. В поле *Имя модели* диалогового окна *Новая модель* введите *Обработка\_документов*. Выберите каталог, в котором будут сохранены файлы модели. Укажите *единицы модельного времени* – минуты. Щёлкните *Готово*.
3. Объекты и элементы модели *Обработка\_документов* показаны на рис.6. Перетащите их на агента *Main*, разместите, соедините.

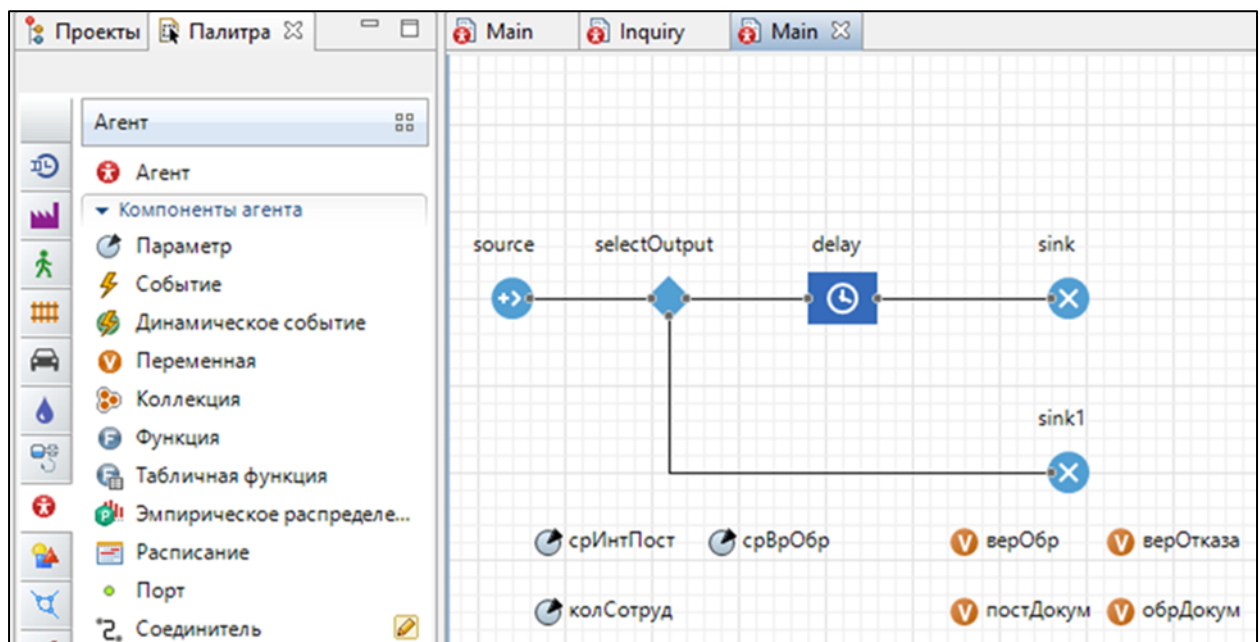


Рис. 6 - Объекты и элементы модели *Обработка\_Документов*

4. Для ввода исходных данных используйте элемент *Параметр*, тип первых двух *double*, а третьего - *int*:
- *срИнтПост* - средний интервал времени между двумя, поступившими последовательно, документами в минутах:

Задайте в поле «Значение по умолчанию» – 4;

- *срВрОбр* - среднее время обработки документа, по умолчанию – 12;
- *колСотруд* - количество сотрудников, по умолчанию - 3.

Для вывода результатов моделирования используются элементы *Переменная*, тип которых *double*:

- *постДокум* - количество поступивших документов;

**postДокум - Переменная**

Имя:  ☒ Отображать имя

☐ Исключить

Видимость: ☒ да

Тип:

Начальное значение:

- обрДокум - количество обработанных документов;
- верОбр - вероятность обработки документов;
- верОтказа - вероятность не обработки документов.

5. Установите значения свойств объектов и элементов модели согласно таблице 1. Для этого необходимо нажать на нужный блок и в окне *Свойства* указать необходимые значения по условию задачи.

Например,

**source - Source**

Имя:  ☒ Отображать имя

☐ Исключить

Прибывают согласно:

Время между прибытиями:

Первое прибытие происходит:

Считать параметры агентов из БД: ☐

За 1 раз создается несколько агентов: ☐

Ограниченное кол-во прибытий: ☐

Местоположение прибытия:

▶ Агент

▶ Специфические

▼ Действия

До прибытия:

При подходе к выходу:

При выходе:

**selectOutput - SelectOutput**

Имя:  ☒ Отображать имя

☐ Исключить

Выход true выбирается: ☐ Заданной вероятностью  
☒ При выполнении условия

Условие:

Таблица 1

Свойство	Значения
Имя	<b>source</b>
Прибывают согласно	Времени между прибытиями
Время между прибытиями	exponential(1/срИнтПост)
Действия При выходе:	постДокум++;
Имя	<b>selectOutput</b>
Выход true выбирается	При выполнении условия
Условие	delay.size()<колСотруд
Имя	<b>delay</b>
Тип	Определённое время
Время задержки	exponential(1/срВрОбр)
Вместимость	колСотруд
Включить сбор статистики	Установить флажок
Имя	<b>sink</b>
Действие При входе:	обрДокум++; верОбр=обрДокум/постДокум; верОтказа=1-верОбр;

**Внимание.** Чтобы заполнить ячейки свойств значениями (формулами или переменными) воспользуйтесь клавишами CTRL+ПРОБЕЛ. Далее в выпадающем меню выберите нужный элемент (из уже существующего в вашей модели).

AnyLogic-модель построена.

6. Выделите в окне *Проекты Simulation:Main*.

На странице *Модельное время*, выберите из списка *Остановить*: В заданное время. Введите *Конечное время*: 60000 (модельное время увеличено в 1000). *Режим выполнения*: Виртуальное время (максимальная скорость)

На странице *Случайность* установите *Фиксированное начальное число* (воспроизводимые прогоны) и *Начальное число*: 100000.



**Simulation - Простой эксперимент**

Имя:  ☐ Исключить

Агент верхнего уровня:

Максимальный размер памяти:  Мб

☒ Пропустить экран эксперимента и запустить модель

---

**Параметры**

**Модельное время**

Режим выполнения: ☐ Виртуальное время (максимальная скорость)  
☒ Реальное время со скоростью

Остановить:

Начальное время:  Конечное время:

Начальная дата:  Конечная дата:

---

**Случайность**

Генератор случайных чисел:

☐ Случайное начальное число (уникальные "прогоны")

☒ Фиксированное начальное число (воспроизводимые "прогоны") Начальное число:

☐ Нестандартный генератор (подкласс класса Random):

7. Запустите модель. Вы должны получить результаты, приведенные на рис.7.

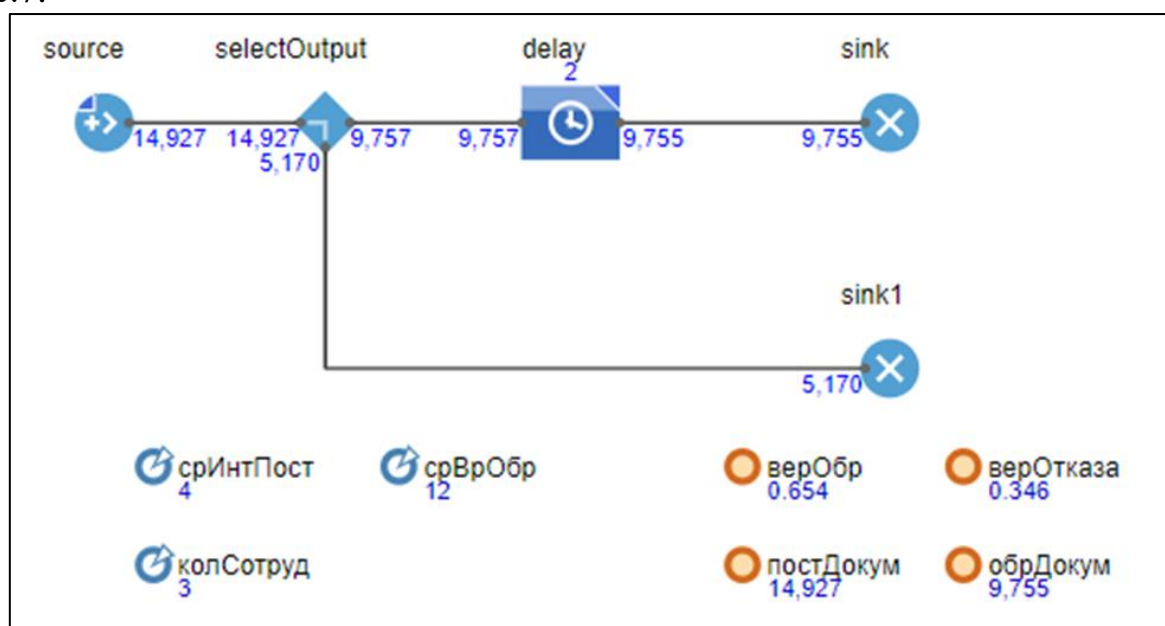


Рис. 7 - Результаты решения задачи в AnyLogic с *колСотруд*=3

Вероятность не обработки всех документов в модели AnyLogic *верОтказа*=0,346 (0,346 получено аналитическим путем). Возможны отличия



от полученного аналитическим путём решения, например, на 0,004 (или 0,001). Хотя это отличие можно отнести на счёт округления до трёх знаков после запятой. Округлив значения до 2-х знаков после запятой получим  $P_{\text{обс}} = 0,65$ . Что не соответствует условию задачи.

8. Теперь измените количество сотрудников с трёх на шесть. Для этого выделите элемент *Параметр* с именем *колСотруд* и установите по умолчанию - 6. Все остальные данные оставьте без изменения. Запустите модель.

Вероятность не обработки документов  $\text{верОтказа} = 0,053$  (аналитически рассчитано 0,052), то есть отличается от полученного аналитическим путём решения на 0,001 (рис. 8). Округлив значения до 2-х знаков после запятой получим  $P_{\text{обс}} = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - 0,05 = 0,95$ . Что соответствует условию задачи.

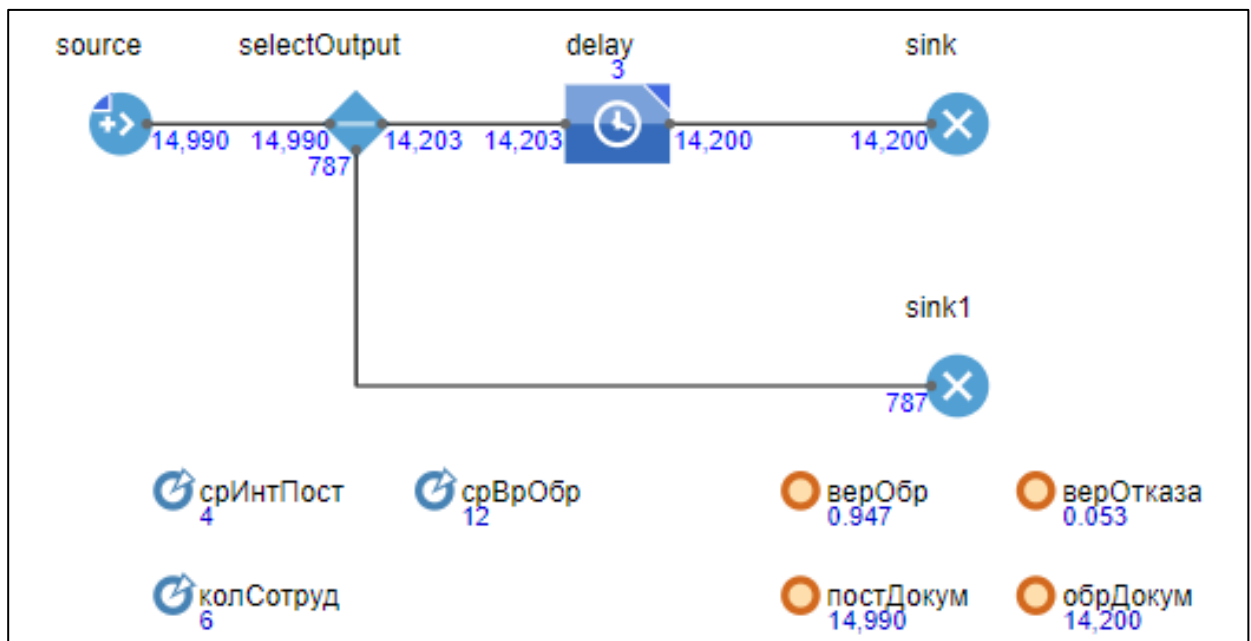


Рис. 8 - Результаты решения задачи в AnyLogic с *колСотруд*=6

Сравнительную оценку можно было бы провести и при проведении расчётов с большим числом знаков после запятой, то есть с большей точностью.

## ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Таблица 2

Номер варианта	N	$\lambda$	$t_{\text{обс}}$	P	Номер варианта	N	$\lambda$	$t_{\text{обс}}$	P
<b>1</b>	4	20	11	0,95	<b>16</b>	1	6	1	0,99
<b>2</b>	5	22	12	0,95	<b>17</b>	1	8	2	0,99
<b>3</b>	6	24	13	0,95	<b>18</b>	1	5	3	0,98
<b>4</b>	7	25	14	0,94	<b>19</b>	1	10	4	0,98
<b>5</b>	8	26	15	0,94	<b>20</b>	2	12	5	0,97
<b>6</b>	9	27	16	0,93	<b>21</b>	2	14	6	0,97
<b>7</b>	10	28	17	0,93	<b>22</b>	3	16	7	0,97
<b>8</b>	11	29	18	0,92	<b>23</b>	3	18	8	0,96
<b>9</b>	9	30	19	0,92	<b>24</b>	4	11	9	0,96
<b>10</b>	7	26	20	0,91	<b>25</b>	4	13	10	0,96
<b>11</b>	8	25	21	0,90	<b>26</b>	4	15	11	0,96
<b>12</b>	7	24	22	0,89	<b>27</b>	3	17	12	0,97
<b>13</b>	10	23	23	0,88	<b>28</b>	3	19	13	0,97
<b>14</b>	8	22	24	0,87	<b>29</b>	2	9	14	0,97
<b>15</b>	6	20	25	0,86	<b>30</b>	2	7	15	0,97

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Понятие аналитического моделирования
2. Понятие имитационного моделирования
3. Приведите способы исследования аналитической модели
4. Системы массового обслуживания (СМО). Основные понятия.
5. Простейший поток событий и его свойства.
6. Что понимается под характеристикой эффективной работы СМО?
7. Что понимается под СМО с отказами?
8. Что такое приведенная интенсивность потока?
9. Расчет показателей эффективности многоканальной СМО с отказами.
10. Расчет показателей эффективности одноканальной СМО с отказами.
11. Опишите модели "гибель и размножение" для многоканальной СМО с отказами.
12. Опишите модели "гибель и размножение" для одноканальной СМО с отказами.