ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ НА ЭВМ»

Цель работы: использовать возможности табличного процессора Excel для математического моделирования и решения оптимизационных задач на персональном компьютере.

Задания. Согласно номеру варианта выбрать исходные данные задачи (табл.7). Для решения задачи (п.2) выполнить следующие действия:

- Нарисовать схему, наглядно изображающую распределение рейсов самолетов разных типов по маршрутам на планируемый период.
- Произвести описание математической модели, выбранной для оптимизации планирования.
- Запустить табличный процессор Excel и ввести исходные данные, характеризующие использование воздушных судов на различных маршрутах.
- Разместить в ячейках электронной таблицы изменяемые переменные, выражение целевой функции и левых частей уравнений-ограничений.
- Выполнить расчеты по вариантам для получения оптимального плана и рациональных планов, используя для решения задачи линейного программирования надстройку «Поиск решения».
- Сравнить полученные результаты оптимального плана и рациональных планов с первоначальным.
- Сделать выводы по проведенному исследованию.
- Продемонстрировать работу преподавателю.
- Оформить отчет

1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1.1. Постановка задачи

Расчет оптимального плана возможен, если выбран критерий оптимизации. В качестве такого критерия может служить один из показателей эффективности. Для планирования использования воздушных судов показателем эффективности может служить показатель суммарных затрат, необходимых для обеспечения перевозки пассажиров. Ясно, что этот показатель должен быть как можно меньше. Рассмотрим типичную ситуацию, при которой необходимо оптимальное планирование и принятие эффективного решения.

В аэропорту для перевозки пассажиров по «n» маршрутам может быть использовано «m» типов самолетов. Вместимость самолета i-го типа равна «Ai» человек. Количество пассажиров, перевозимых по j-му маршруту за сезон, составляет «Bj» человек. Затраты, связанные с использованием самолета i-го типа на j-м маршруте, составляют «Sij».

Определить, сколько рейсов {Xij} необходимо выполнить самолетами типа «i» на каждом из маршрутов «j», чтобы удовлетворить потребности в перевозках.

С точки зрения летного состава самым справедливым будет план, разработанный по принципу равного распределения рейсов на каждом маршруте, при котором x11 = x21, x12 = x22, x13 = x23 и т. д. Однако этот план, назовем его *первоначальным*, будет чрезмерно затратным.

В каждом варианте лабораторной работы заданы общие затраты F1 - затраты по первоначальному плану. С этими затратами надо будет сравнивать затраты F, рассчитанные с помощью математической модели.

1.2. Описание математической модели

Данная задача является задачей линейного программирования (приложение 1) с шестью переменными x11, x12, x13, x21, x22, x23, которая имеет m = 3 уравнений-ограничений, т. е. число неизвестных больше числа уравнений- ограничений:

$$\begin{aligned} A1*x11+A2*x21 &= B1,\\ A1*x12+A2*x22 &= B2,\\ A1*x13 + A2*x23 &= B3, \end{aligned} \tag{1}$$

Кроме того, неизвестные переменные неотрицательны:

$$xij>=0 \tag{2}$$

Требуется найти оптимальное решение задачи линейного программирования, обращающее в минимум линейную функцию шести неизвестных:

$$F=(S11 * x11)+(S21 * x21)+(S12 * x12)+(S22 * x22)+(S13 * x13)+(S23 *x23) \rightarrow \min \tag{3}$$

В ходе решения задачи минимизации целевой функции (3) мы получим параметры оптимального плана распределения самолетов по маршрутам {Xij}, т.е. число рейсов самолетов каждого типа, запланированных на каждый маршрут. Это решение и будет тем единственным вариантом, который обеспечит наименьшие общие затраты F. Однако, этот оптимальный план, рассчитанный с помощью математического моделирования, тоже может иметь недостатки, о которых будет указано в п. 1.4.

1.3 Математическая модель в электронной таблице

Для решения задачи оптимизации планирования может быть использован табличный процессор Excel.

В качестве конкретного примера для нахождения оптимального варианта распределения самолетов по маршрутам произведем расчеты для двух типов воздушных судов, распределяемых по трем маршрутам при следующих исходных данных:

- вместимость самолета:
- 1-го типа (A1), чел. 12
- 2-го типа (A2), чел. 15

- количество пассажиров, перевозимых за сезон:
- по 1-му маршруту (B1), чел. 5400
- по 2-му маршруту (B2), чел. 1350
- по 3-му маршруту (B3), чел. 2700
- затраты для различных маршрутов:
- для самолета 1 -го типа на 1 -м маршруте (S11), у.е. 100
- для самолета 1 -го типа на 2-м маршруте (S12), у.е. 196
- для самолета 1 -го типа на 3-м маршруте (S13), у.е. 292
- для самолета 2-го типа на 1-м маршруте (S21), у.е. 156
- для самолета 2-го типа на 2-м маршруте (S22), у.е. 306
- для самолета 2-го типа на 3-м маршруте (S23), у.е. 456
- затраты по первоначальному плану (F1), у.е. 151100

Для использования исходных данных при расчетах, их необходимо ввести в ячейки электронной таблицы. На рис.1 показан вариант размещения исходных данных.

	A	B	C	D	E	F	G
3	**Исходные данные:**						
4		*Затраты на перевозку типом i на маршруте j:*					
5		*Мест*	*1 маршрут*	*2 маршрут*	*3 маршрут*		
6	Тип 1	12	100	196	292		
7	Тип 2	15	156	306	456		
8	*Потребности ->*		5400	1350	2700		
9							

Рис. 1

Из рисунка 1 видно, что для исходных данных отведена область ячеек A3:E8. Размещение заданных числовых значений по адресам ячеек показано в табл. 1.

Таблица 1

Обозначения	A1	A2	B1	B2	B3	S11	S21	S12	S22	S13	S23
Заданные значения	12	15	5400	1350	2700	100	156	196	306	292	456
Адреса ячеек	B6	B7	C8	D8	E8	C6	C7	D6	D7	E6	E7

Размещение основной части математической модели

При решении задач линейного программирования, транспортных задач и других задач оптимизации используется надстройка «Поиск решения» пакета Excel. При этом математическая модель в электронной таблице располагается в двух местах: в ячейках самой электронной таблицы и в специальном диалоговом окне надстройки «Поиск решения».

В ячейках самой электронной таблицы необходимо отвести специальную область для изменяемых ячеек, для выражений, из которых состоит целевая функция, для выражений левой части уравнений-ограничений.

В диалоговом окне надстройки «Поиск решения» располагается информация о местонахождении целевой функции, соотношения между левыми и правыми частями уравнений-ограничений, условие неотрицательности, определяемое выражением (2), адреса изменяемых ячеек и другие ограничения.

Изменяемые ячейки, расположенные в самой электронной таблице, в исходном положении будут содержать начальные значения неизвестных {Xij}, например, нулевые. В ходе решения задачи оптимизации содержимое этих ячеек будет изменяться, приближаясь при каждом шаге к тем значениям, при которых целевая функция будет иметь минимальное (максимальное) значение. Примерный вид этой области показан на рис. 2.

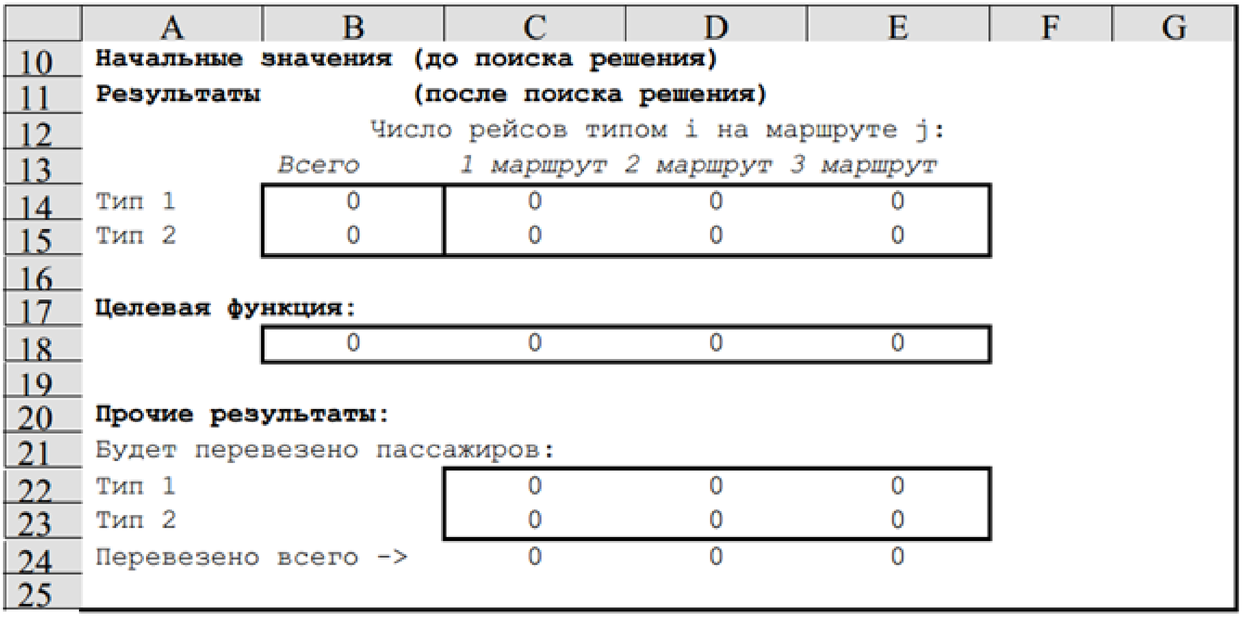


Рис. 2

Из рисунка 2 видно, что для неизвестных {Xij} отведены изменяемые ячейки C14:E15. Размещение изменяемых переменных, по адресам ячеек показано в табл. 2.

Таблица 2

Изменяемые переменные	x11	x12	x13	x21	x22	x23
Адреса ячеек	C14	D14	E14	C15	D15	E15

Описание математической модели (п. 1.2.) для решения данной задачи содержит выражения, элементами которых являются переменные. Для построения математической модели в электронной таблице необходимо выполнить переход к выражениям, роль переменных в которых будут выполнять адреса ячеек.

Адреса ячеек, отведенные для выражений, из которых состоит целевая функция (3), показаны в табл. 3.

Таблица 3

Выражения	$=S_{11}*x11+S_{21}*x21$	$=S_{12}*x12+S_{22}*x22$	$=S_{13}*x13+S_{23}*x23$
Адреса ячеек	C18	D18	E18
Выражения	$=(S_{11}*x11+S_{21}*x21)+(S_{12}*x12+S_{22}*x22)+(S_{13}*x13+S_{23}*x23)$		
Адреса ячеек	B18		

Адреса ячеек, отведенные для выражений левой части уравнений- ограничений (1), показаны в табл. 4.

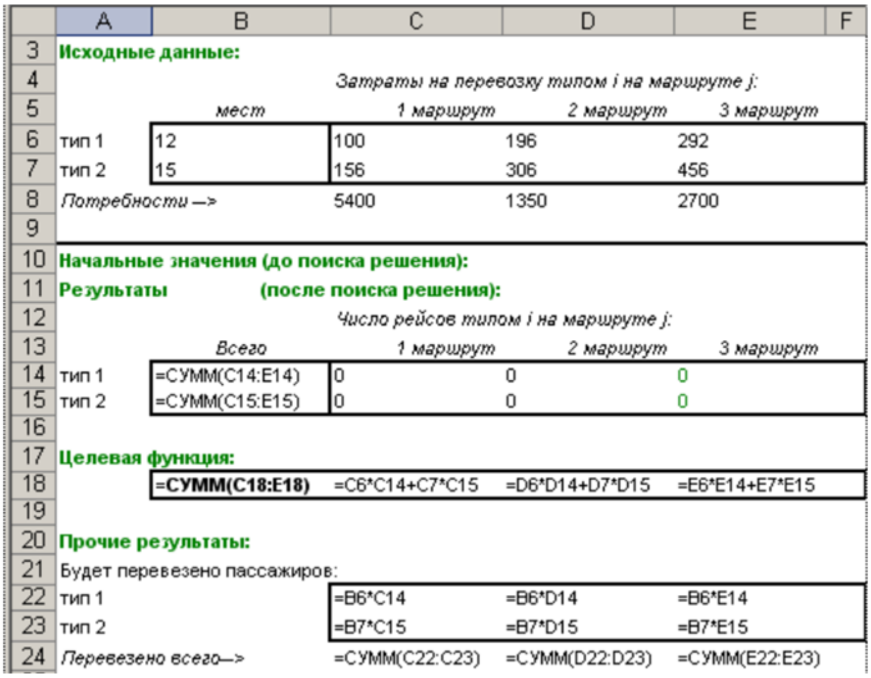
Таблица 4

Выражения	$=A_1*x11$	$=A_2*x21$	$=A_1*x12$	$=A_2*x22$	$=A_1*x13$	$=A_2*x23$
Адреса ячеек	C22	C23	D22	D23	E22	E23
Выражения	$=A_1*x11+A_2*x21$		$=A_1*x12+A_2*x22$		$=A_1*x13+A_2*x23$	
Адреса ячеек	C24		D24		E24	

Размещение математической модели в диалоговом окне надстройки «Поиск решений» описано непосредственно в технологии создания электронной таблицы.

<u>Технология создания электронной таблицы:</u>

1. Запустить программу Excel. Создать рабочую книгу. Рабочая книга будет состоять из шести листов. **Лист «L0» - расчет оптимального плана. Листы «L1», «L2», «L3», «L4» - расчеты рациональных планов. Лист «Результаты» - сводная таблица, графики и диаграммы.**
2. Первому рабочему листу дать новое имя, для этого дважды щелкнуть на ярлычке «Лист 1» и присвоить ему имя «L0».
3. Ввести исходные данные (рис. 3). В ячейки B6, B7 занести вместимость самолетов - 12 и 15 соответственно. В ячейки C8, D8, E8. занести планируемое число пассажиров на маршрутах 5400, 1350 и 2700 соответственно. В ячейках диапазона (C6:E7) разместить таблицу затрат, связанных с перевозкой.
4. В ячейки C14, D14, E14, C15, D15, E15 занести нули - в дальнейшем значения этих ячеек будут подобраны автоматически.
5. В ячейках C22:E23 нужно укатать формулы для расчета пассажиров по типам самолетов, по маршрутам. В ячейке C22 формула будет иметь вид: =B6*C14, остальные формулы можно получить методом копирования. Следует обращать внимание на особенности использования абсолютных и относительных адресов.



	A	B	C	D	E	F
3	**Исходные данные:**					
4			*Затраты на перевозку типом i на маршруте j:*			
5		*мест*	*1 маршрут*	*2 маршрут*	*3 маршрут*	
6	тип 1	12	100	196	292	
7	тип 2	15	156	306	456	
8	*Потребности —>*		5400	1350	2700	
9						
10	**Начальные значения (до поиска решения):**					
11	**Результаты**	**(после поиска решения):**				
12			*Число рейсов типом i на маршруте j:*			
13		*Всего*	*1 маршрут*	*2 маршрут*	*3 маршрут*	
14	тип 1	=СУММ(C14:E14)	0	0	0	
15	тип 2	=СУММ(C15:E15)	0	0	0	
16						
17	**Целевая функция:**					
18		**=СУММ(C18:E18)**	=C6*C14+C7*C15	=D6*D14+D7*D15	=E6*E14+E7*E15	
19						
20	**Прочие результаты:**					
21	Будет перевезено пассажиров:					
22	тип 1		=B6*C14	=B6*D14	=B6*E14	
23	тип 2		=B7*C15	=B7*D15	=B7*E15	
24	*Перевезено всего—>*		=СУММ(C22:C23)	=СУММ(D22:D23)	=СУММ(E22:E23)	

Рис 3

6. В ячейках C24:E24 нужно указать формулы для расчета пассажиров по маршрутам. В ячейке С24 формула будет иметь вид: =СУММ(С22:С23). Остальные формулы можно получить также методом копирования.

7. В ячейку В18 занести формулу, обеспечивающую вычисление общих затрат - выражение целевой функции =СУММ(С18:Е18).

8. Выполнить команду «Поиск решения» в меню «Данные». Отроется диалоговое окно «Параметры поиска решения». Диалоговое окно, предназначенное для ввода второй части математической модели показано на рис. 4.

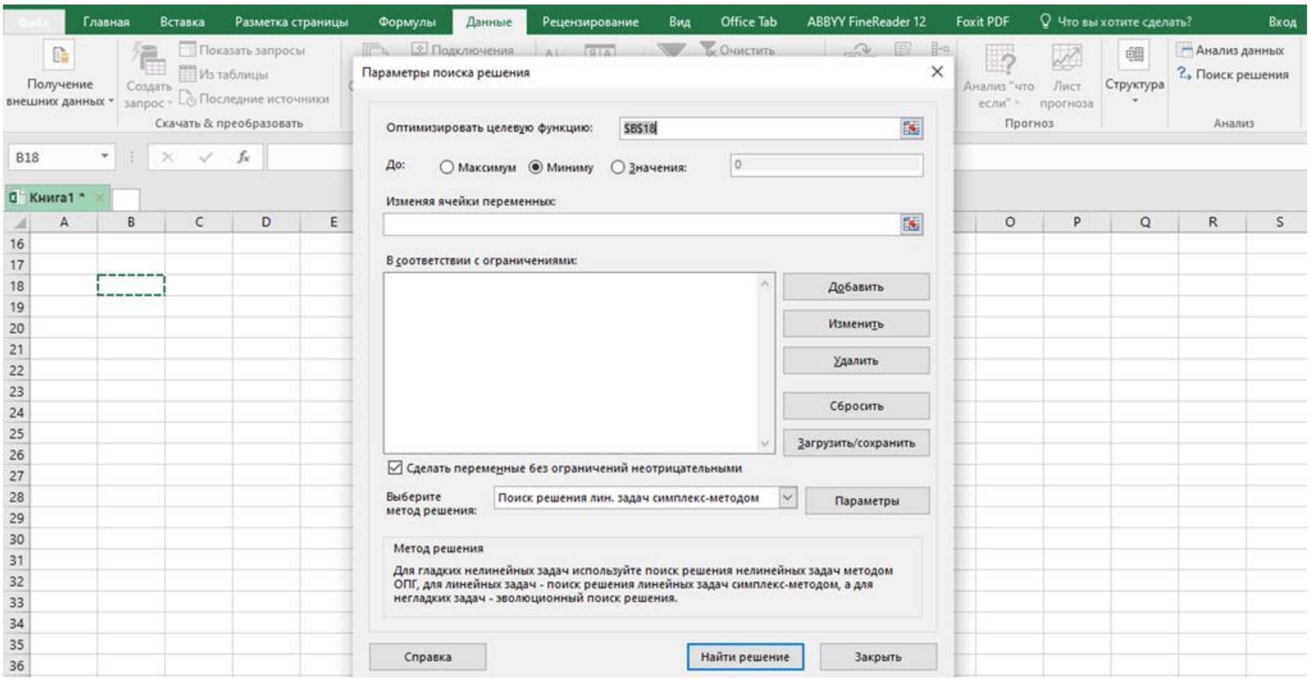


Рис. 4

9. В поле «Оптимизировать целевую функцию» указать ячейку, содержащую оптимизируемое значение $В$18. Установить переключатель в поле «До:» на «Минимум»,

т.к. в данной задаче требуются минимальные затраты.

10. В поле «Изменяя ячейки переменных» задать диапазон подбираемых параметров $C$14:$E$15.

11. Чтобы определить набор ограничений, щелкнуть на кнопке «Добавить». В диалоговом окне «Добавление ограничения» (рис.5) в поле «Ссылка на ячейки» указать диапазон $C$24:$E$24. В качестве условия задать « = ». В поле «Ограничение» задать диапазон $C$8:$E$8. Это условие указывает, что число перевозимых пассажиров не должно быть меньше потребностей. Щелкнуть на кнопке «ОК».

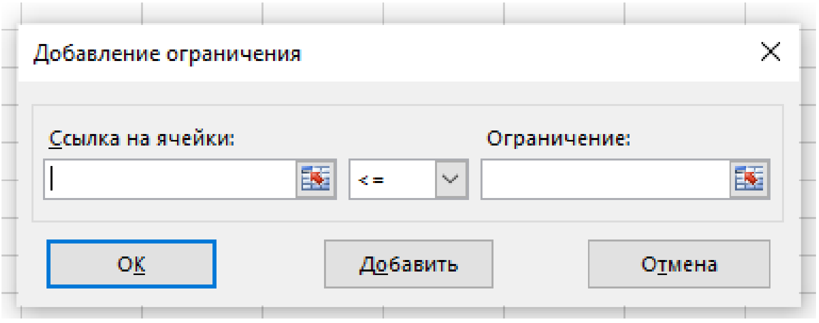


Рис.5

12. Снова щелкнуть на кнопке «Добавить». В поле «Ссылка на ячейки» указать диапазон $C$14:$E$15. В качестве условия задать « >= ». В поле «Ограничение» задать число «0». Это условие указывает, что число рейсов неотрицательно. Щелкнуть на кнопке «ОК».

13. Щелкнуть на кнопке «Найти решение» (рис.4). По завершению оптимизации откроется диалоговое окно «Результат поиска решения». Установить переключатель «Сохранить найденное решение», после чего щелкнуть на кнопке «ОК».

Как видно на рис. 6 область для так называемых изменяемых ячеек заполнилась результатами решения.

	A	B	C	D	E	F
10	**Начальные значения (до поиска решения):**					
11	**Результаты**	**(после поиска решения):**				
12			*Число рейсов типом i на маршруте j:*			
13		*Всего*	*1 маршрут*	*2 маршрут*	*3 маршрут*	
14	тип 1	788	450	113	225	
15	тип 2	0	0	0	0	
16						
17	**Целевая функция:**					
18		**132750**	45000	22050	65700	
19						
20	**Прочие результаты:**					
21	Будет перевезено пассажиров:					
22	тип 1		5400	1350	2700	
23	тип 2		0	0	0	
24	*Перевезено всего—>*		5400	1350	2700	
25						

Рис. 6

В результате решения задачи моделирования с помощью пакета Excel получено оптимальное решение. Ввиду того, что число рейсов должно быть целым числом, возможно округление переменных Xij и как следствие незначительное расхождение в результатах расчетов.

Сохранить полученную книгу в своей папке.

1.4. Решение и обработка результатов моделирования

Оптимальный план, который был получен в результате математического моделирования на листе «L0» электронной таблицы, не всегда может быть реализован на практике. Например, может не устроить то, что согласно оптимальному плану одному из типов самолетов должно быть запланировано ноль рейсов. Такой результат как раз получен на рис. 6 (x11 = 450, x21 = 0, x12 = 113, x22 = 0, x13 = 225, x23 = 0).

При этом общие затраты (3) будут составлять F = 132750 у.е. Если сравнить оптимальный план с первоначальным, при котором общие затраты F1 = 151100 у.е., то получится, что оптимальный план дешевле на 18350 у.е.

На практике рекомендуется рассчитывать несколько планов с учетом особенностей подобного рода. Например, количество рейсов самолетов 1-го типа можно ограничить некоторой величиной. Однако более практичным является внесение ограничений относительного порядка. Для этого используется коэффициент «k». Общие затраты «F» рассчитываются при разных соотношениях суммарного числа рейсов самолетов 1-го и 2-го типов.

$$k = \frac{x11 + x12 + x13}{x21 + x22 + x23}.$$

Если добавить такое ограничение, то в процессе моделирования можно рассчитать целый ряд планов. В отличие от оптимального плана такие планы называются рациональными планами.

Расчет первого рационального плана, при котором k = 1/4 необходимо выполнить на втором листе «L1» рабочей книги. Для получения математической модели первого рационального плана необходимо:

- скопировать лист «L0»;
- переименовать скопированный лист «L0(1)» на «L1»;
- внести ограничения в диалоговом окне «Параметры поиска решения» (рис.4,5).

Для внесения ограничений, соответствующих первому рациональному плану (лист «L1») необходимо выполнить следующие действия:

- установить курсор в ячейку B18 и выполнить команду «Поиск решения». Откроется диалоговое окно «Параметры поиска решения» (рис.4). В данном диалоговом окне ввести дополнительные ограничения (рис. 5).

- щелкнуть на кнопке «Добавить». В поле «Ссылка на ячейки» указать ячейку $B$14. В качестве условия выбрить пункт « = ». В поле «Ограничение» задать $B$15/4. Это условие позволяет внести дополнительное ограничение, обеспечивающее планирование для 2-го типа самолетов в объеме четвертой части от всех рейсов первого типа самолетов. Щелкнуть на кнопке «ОК».

Расчеты второго, третьего и четвертого рациональных планов {Xij}, при которых коэффициенты k равны 2/3, 3/2, 4/1 необходимо выполнить на листах «L2», «L3», «L4» рабочей книги. Эти листы рекомендуется формировать как копии листа «L1» с соответствующими переименованиями. Ограничения при получении второго, третьего и четвертого рациональных планов будут иметь вид:

$B$14=$B$15*2/3	$B$14=$B$15*3/2	$B$14=$B$15*4
$C$14:$E$15>=0	$C$14:$E$15>=0	$C$14:$E$15>=0
$C$24:$E$24=$C$8:$E$8	$C$24:$E$24=$C$8:$E$8	$C$24:$E$24=$C$8:$E$8

Пятый лист рабочей книги называется «Результаты». Он должен содержать сводную таблицу планов, диаграмму процентного распределения рейсов и графики. Сводная таблица содержит информацию по каждому на рассчитанных планов.

Для ее формирования рекомендуется выполнить следующий действия:

- переключиться на лист «Результаты»;
- установить курсор в первую ячейку сводной таблицы, например, B5;
- ввести символ « = » (знак равенства);
- переключиться на лист одного из планов, например, «L0»;
- установить курсор в ячейку, например, C14;
- нажать клавишу «Enter».

После выполнения указанных действий в ячейке B5 лист «Результаты» сформировалась формулам формула =' L0'!C14.

Аналогично формируются все остальные ячейки сводной таблицы.

Ниже приведен пример сводном таблицы в обычном режиме (табл. 5) и в режиме отображения формул (табл. 6).

Таблица 5

k	-	1/4	2/3	3/2	4/1
x11	450	0	0	92	263
x12	113	0	49	113	113
x13	225	131	225	225	225
x21	0	360	360	286	150
x22	0	90	51	0	0
x23	0	75	0	0	0
F	132750	156225	147013	141627	137400

Таблица 6

k	-	1/4	2/3	3/2	4/1
x11	='L0'!C14	='L1'!C14	='L2'!C14	='L3'!C14	='L4'!C14
x12	='L0'!D14	='L1'!D14	='L2'!D14	='L3'!D14	='L4'!D14
x13	='L0'!E14	='L1'!E14	='L2'!E14	='L3'!E14	='L4'!E14
x21	='L0'!C15	='L1'!C15	='L2'!C15	='L3'!C15	='L4'!C15
x22	='L0'!D15	='L1'!D15	='L2'!D15	='L3'!D15	='L4'!D15
x23	='L0'!E15	='L1'!E15	='L2'!E15	='L3'!E15	='L4'!E15
F	='L0'!B18	='L1'!B18	='L2'!B18	='L3'!B18	='L4'!B18

Построить график общих затрат для оптимизации плана и рациональных планов на основе сводной таблицы (рис.7)

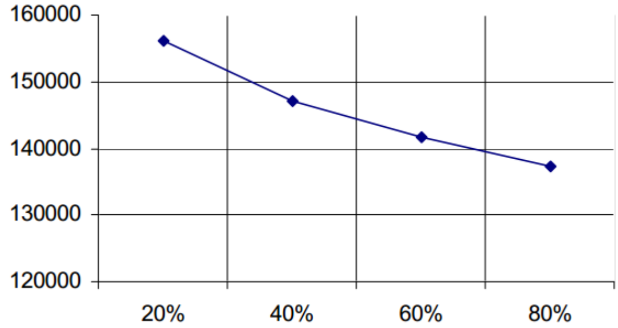


Рис. 7

Построить диаграмму процентного распределения рейсов для каждого плана на основе сводной таблицы (рис.8)

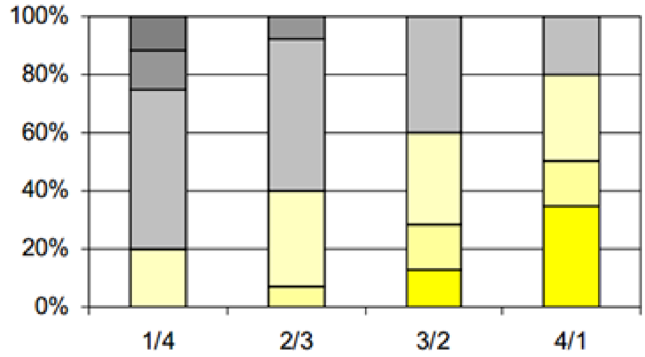


Рис. 8

Имея несколько планов, наглядно отличающихся друг от друга рассчитанными затратами на перевозку, принятие решения становится более убедительным.

Самым затратным оказался первоначальный план (F1= L51500). Самым экономичным - оптимальный (F = 132750). Однако, согласно оптимальному плану, второму типу самолетов должно быть запланирован ноль рейсов. Четвертый план (F =137400) обойдется на 4650 у.е. дороже оптимального, по вторым типам самолетов все же будет запланировано 150 из 750 рейсов. Третий рациональный план (F = 141627) обойдется на 8877 у.е. дороже оптимального.

В приведенном примере всего 2 типа самолетов и 3 маршрута. В реальных задачах размерность этих параметров значительно больше, но принцип решения останется тем же.

1.5. **Содержание отчета о выполнении лабораторной работы:**

- Индивидуальное задание, согласно номеру варианта.
- Схема распределения рейсов на планируемый период.
- Описание математической модели.
- Описание последовательности выполнения работы в табличном процессоре Excel с копиями экрана: таблицы размещения исходных данных в ячейках электронной таблицы (рис.9 заполненный исходными данными согласно номеру варианта), таблицы размещения измененных переменных, выражений, целевой функции и левых частей уравнений-ограничений (рис.10 заполненный), решение задачи линейного программирования с использованием надстройки «Поиск решения» (рис. 4 со всеми введенными данными перед запуском поиска решения).

	Исходные данные:				
			Затраты на маршрутах		
		мест	*1 маршрут*	*2 маршрут*	*3 маршрут*
	Тип 1				
	Тип 2				
	Потребности -- >				

Рис. 9 - Образец вида размещения исходных данных в ячейках электронной таблицы

	Начальные значения (до поиска решения)				
	Результаты (после поиска решения)				
			Число рейсов		
		Всего:	*1 маршрут*	*2 маршрут*	*3 маршрут*
	Тип 1				
	Тип 2				
	Целевая функция:				
	Прочие результаты:				
	Будет перевезено пассажиров				
	Тип 1				
	Тип 2				
	Перевезено всего:				

Рис.10 - Образец вида размещения измененных переменных, выражений, целевой функции и левых частей уравнений-ограничений

- Результаты расчета оптимального плана (копии экрана результата и экрана с формулами). Пояснения к полученному результату.
- Результаты расчета четырех рациональных планов (копии экрана результата и экрана с формулами). Пояснения к полученным результатам.
- Сформированная сводная таблица согласно рисунку 11 (копии экрана результата и экрана с формулами).

	Первоначальный план	Оптимальный план	Рациональные планы (процентное распределение рейсов)			
			20%	40%	60%	80%
k			1/4	2/3	3/2	4/1
X11						
X12						
X13						
X21						
X22						
X23						
F						

Рис. 11

- График общих затрат для расчётных вариантов планов (копия экрана, рис.8).
- Выводы по проведенному исследованию.

2. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Исходные данные выбираются из табл. 7 по вариантам. Для всех вариантов количество маршрутов n=3, используемых типов самолетов m=2. Вместимость самолета i-го типа равна «Ai» человек. Количество пассажиров, перевозимых по j-му маршруту за сезон, составит «Bj» человек. Затраты, связанные с использованием самолета i-го типа на j-м маршруте, составляют «Sij» условных единиц. Заданные в каждом варианте общие затраты Fi - это затраты по первоначальному плану.

План {Xij} определяет, сколько рейсов самолетов данного типа и на каком из маршрутов следует запланировать, чтобы удовлетворить потребности в перевозках. Первоначальный план разработан по-справедливому, но недешевому **принципу равного распределения рейсов** на каждый маршруте. Расчеты должны позволить произвести выбор между оптимальным планом, рациональными планами и первоначальным планом.

Таблица 7

Варианты 01-10										
	01	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
A_1	17	32	48	12	17	15	76	48	32	120
A_2	32	48	12	17	15	19	32	15	12	76
B_1	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000	7500	8000
B_2	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2750	3000	3250
B_3	2000	2300	2600	2900	3200	3500	3800	4100	4400	4700
S_{11}	138	328	398	126	145	161	661	528	285	1350
S_{12}	274	648	782	246	281	311	1269	1008	541	2550
S_{13}	410	968	1166	366	417	461	1877	1488	797	3750
S_{21}	324	394	125	143	159	163	348	132	134	684
S_{22}	644	778	245	279	309	315	668	252	254	1292
S_{23}	964	1162	365	415	459	467	988	372	374	1900
F_1	107816	119618	131243	156160	176725	194132	206370	249381	242725	282212
Варианты 11-20										
	11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
A_1	76	164	12	12	15	17	18	19	20	26
A_2	48	120	15	18	20	26	27	32	34	36
B_1	8500	9000	6000	9200	8800	8400	7600	7200	6800	6400
B_2	3500	3750	3900	4300	4700	5100	5900	6300	7100	7900
B_3	5000	5300	5400	5700	5500	6100	3700	3600	6200	4600
S_{11}	616	1681	100	126	128	183	157	209	178	293
S_{12}	1224	3321	196	246	248	353	301	399	338	553
S_{13}	1832	4961	292	366	368	523	445	589	498	813
S_{21}	486	984	156	151	213	224	294	282	378	324
S_{22}	966	1944	306	295	413	432	564	538	718	612
S_{23}	1446	2904	456	439	613	640	834	794	1058	900
F_1	269532	300751	279000	315440	328657	337595	294742	282688	387511	339228
Варианты 21-30										
	21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
A_1	27	32	34	36	39	42	48	50	76	96
A_2	39	42	48	49	50	52	60	76	80	100
B_1	5600	5200	4800	4400	3600	3200	2800	2400	1800	1400
B_2	8200	8600	8300	9200	8400	9600	8500	9800	8800	9900
B_3	3950	4150	4300	4450	4600	4900	5350	5600	5700	5900
S_{11}	219	328	282	378	332	452	418	550	676	1080
S_{12}	435	648	554	738	644	872	802	1050	1284	2040
S_{13}	651	968	826	1098	956	1292	1186	1550	1892	3000
S_{21}	395	344	498	412	531	447	653	669	890	900
S_{22}	785	680	978	804	1031	863	1253	1277	1690	1700
S_{23}	1175	1016	1458	1196	1531	1279	1853	1885	2490	2500
F1	312956	312822	320498	327891	321539	378305	340046	356875	345945	368612

Примечание. Общие затраты Sij указаны в условных единицах.

Таким образом, программу Excel можно использовать для решения сложных задач оптимизации. Для решения таких задач необходимо сформулировать условия табличным образом, задать ограничения, которым должно удовлетворять решение при поиске оптимального набора переменных. Ясно, что даже для несложной задачи оптимизация найти оптимальное решение подбором практически невозможно.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Какие методы используются в математике для решения задач линейного программирования?
2. Какие специальные средства для обеспечения решения задач линейного программирования имеются в Excel?
3. Что такое целевая функция?
4. Что подразумевается под оптимальным планом в данной задаче?
5. Что подразумевается под рациональным планом?
6. Что подразумевается под первоначальным планом?
7. Какая переменная обозначена через Xij в данной задаче?
8. Какой физический смысл имеет выражение Sij * Xij в целевой функции?
9. Какой физический смысл имеет выражение Ai * Xij в уравнениях-ограничениях?
10. С чем связано введение дополнительного ограничения «k»?
11. Что такое симплекс-метод?

Краткие сведения из теории математического программирования

Некоторые задачи оптимизации, такие как транспортная задача, задача распределения ресурсов, задача о загрузке оборудования относятся к одному классу задач линейного программирования.

Общая формулировка задачи линейного программирования (ЛП)

Задача называется задачей ЛП, если математическая модель (М.М.) содержит неизвестные параметры *x1, x2, ... xN* и если:

а) показатель эффективности М.М. описывается линейной функцией типа:

$$L = \sum_{i=1}^{i=N} S_i * x_i \, , \qquad (1)$$

которую требуется минимизировать (максимизировать);

б) заданы уравнения-ограничения вида:

$$\sum_{i=1}^{i=N} a_{ij} * x_i = b_j ; \qquad (2)$$

в) число неизвестных параметров *x1, x2, ..xN* больше числа уравнений-ограничений:

$$N > M \; ; \qquad (3)$$

г) кроме того, неизвестные параметры – неотрицательны:

$$x_i \geq 0 ; \qquad (4)$$

д) в результате решения задачи ЛП необходимо найти неизвестные параметры *x1, x2, ... xN*, при которых функция (1) будет иметь минимальное (максимальное) значение.

Из аналитических способов решения задачи ЛП наиболее используемыми являются ***симплекс-метод*** и ***полиномиальный*** метод. Кроме того, иногда используется ***графический*** метод.

В табличном процессоре Excel имеется специальная надстройка, которая обеспечивает решение задач такого типа.