

11.4 Regressão linear múltipla

Uma **regressão linear múltipla** é o problema análogo à regressão linear simples no caso em que a variável dependente pode depender de mais fatores independentes. Tipicamente, queremos encontrar uma equação afim que melhor se ajusta a alguns dados conhecidos.

No caso especial em que y depende de apenas outros dois fatores, escreveremos

$$z = a + bx + cy, \quad (11.46)$$

que, geometricamente, representa um plano no espaço tridimensional \mathbb{R}^3 . Seja agora uma conjunto de dados:

$$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_k, y_k, z_k). \quad (11.47)$$

Queremos encontrar coeficientes (a, b, c) que satisfaçam:

$$\begin{cases} a + bx_1 + cy_1 = z_1 \\ a + bx_2 + cy_2 = z_2 \\ \vdots \\ a + bx_k + cy_k = z_k \end{cases} \iff \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix}. \quad (11.48)$$

Quanto maior o número de dados, mais provável de o sistema ser impossível (podemos fazer a analogia geométrica de que por três pontos não colineares no espaço passa um único plano; se aumentarmos o número de pontos, mais difícil que haja um plano contendo todos eles). Por isto, procuramos por uma solução de mínimos quadrados.

Exemplo 107. Uma pesquisa com **214** mulheres em uma universidade americana² (main81.html#fn2x12) coletou informações sobre a altura das participantes, assim como a altura de seus pais. Abaixo, listamos *apenas alguns destes dados*, para que nossas contas não fiquem tão extensas. Fizemos também uma mudança de unidades nas alturas (de polegadas) para centímetros,

Altura	Altura Mãe	Altura Pai
152	155	165
162	155	160
165	170	173
170	163	183
173	168	183
183	165	183

Queremos encontrar uma solução de mínimos quadrados para o sistema linear

$$\begin{bmatrix} 1 & 155 & 165 \\ 1 & 155 & 160 \\ 1 & 170 & 173 \\ 1 & 163 & 183 \\ 1 & 168 & 183 \\ 1 & 165 & 183 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 152 \\ 162 \\ 165 \\ 170 \\ 173 \\ 183 \end{bmatrix} \iff A\vec{x} = \vec{b}. \quad (11.49)$$

Calculamos

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 155 & 155 & 170 & 163 & 168 & 165 \\ 165 & 160 & 173 & 183 & 183 & 183 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 155 & 165 \\ 1 & 155 & 160 \\ 1 & 170 & 173 \\ 1 & 163 & 183 \\ 1 & 168 & 183 \\ 1 & 165 & 183 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 976 & 1047 \\ 976 & 158968 & 170553 \\ 1047 & 170553 & 183221 \end{bmatrix} \quad (11.50)$$

$$A^T \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 155 & 155 & 170 & 163 & 168 & 165 \\ 165 & 160 & 173 & 183 & 183 & 183 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 152 \\ 162 \\ 165 \\ 170 \\ 173 \\ 183 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1005 \\ 163689 \\ 175803 \end{bmatrix}. \quad (11.51)$$

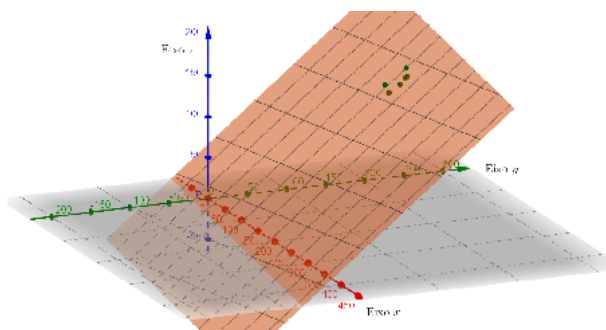
Por escalonamento,

$$\begin{bmatrix} 6 & 976 & 1047 & 1005 \\ 976 & 158968 & 170553 & 163689 \\ 1047 & 170553 & 183221 & 175803 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2154573 / 145769 \\ 0 & 1 & 0 & 14475 / 145769 \\ 0 & 0 & 1 & 114081 / 145769 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a \simeq 14.781 \\ b \simeq 0.099 \\ c \simeq 0.783 \end{cases} \quad (11.52)$$

A equação de melhor ajuste procurada é, portanto, aproximadamente,

$$z \simeq 14.781 + 0.099x + 0.783y. \quad (11.53)$$

Tente calcular sua altura z a partir da altura de sua mãe x e de seu pai y . O teste deve funcionar melhor para mulheres! Além disso, a aproximação linear deve ser melhor utilizando mais dados nos cálculos.



< (s14-


≡ (main.html#s14-

> (s14-

regressx00e3o_nx00e3o_linear.html)

regressx00e3o_linear_mx00faltipla.html)

fatorax00e7x00e3o_qr_e_mx00ednimos_quadrados..

 (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.pt_BR) Este texto é disponibilizado nos termos da licença Creative Commons Atribuição-Compartilhual 3.0 Não Adaptada (CC-BY-SA 3.0) (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.pt_BR). Página gerada em 19/8/2020 às 17:34:13.

Recursos

Álgebra Linear (../AlgebraLinear/index.html)

Cálculo (../Calculo/index.html)

Cálculo Numérico (../CalculoNumerico/index.html)

Computação Científica (../ComputacaoCientifica/index.html)

Transformadas Integrais (../TransformadasIntegrais/index.html)

Repositórios (https://github.com/reatmat)

Projeto

Página Inicial (../index.html)

Participar (../participe.html)

Fórum (../forum.html)

Organizadores (../organizadores.html)

Perguntas frequentas (../perguntas_frequentes.html)

IME - UFRGS

Página do IME (https://www.ufrgs.br/ime/)

Página da UFRGS (http://www.ufrgs.br)

UFRGS - IME - Recursos Educacionais Abertos de Matemática. Contato: reamat@ufrgs.br (mailto:reatmat@ufrgs.br).