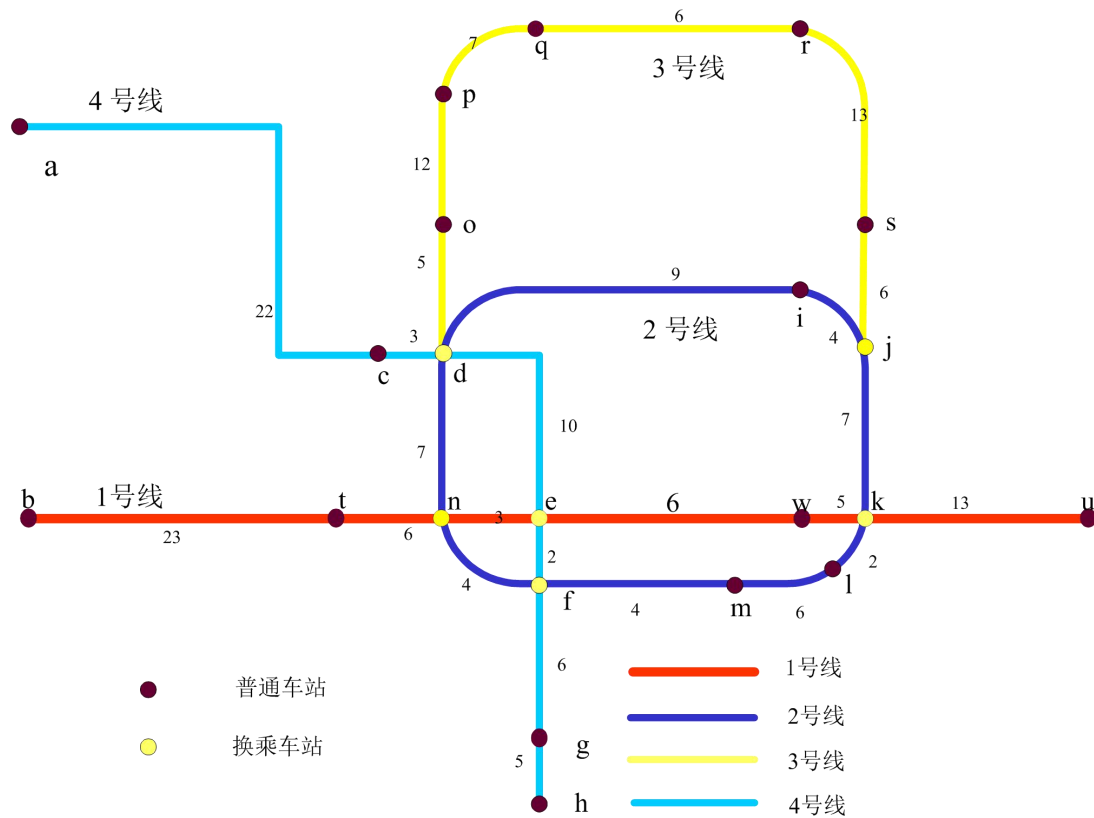


轨道交通图



MAP:

1,1,1,1,1,1,1,1
 1,1,1,p,q,r,1,1,1
 1,1,1,o,1,1,s,1,1
 1,a,c,d,1,i,j,1,1
 1,b,t,n,e,v,k,u,1
 1,1,1,1,f,m,1,1,1
 1,1,1,1,g,1,1,1,1
 1,1,1,1,h,1,1,1,1
 1,1,1,1,1,1,1,1

注：图中 w 改成 v 和代码一致

图为北京市城市轨道交通的部分网络，图中只列举了主要的车站和换乘站。线路上的数字表示的是在该区间的运行时分，下表为在换乘站换乘时的换乘时间。

| 换乘站 | 换乘起、止线路 | | 换乘走行时间（min） |
|-----|---------|-------|-------------|
| d | 4 号线 | 13 号线 | 8（14.25） |
| | 4 号线 | 2 号线 | 4（7.5） |
| | 13 号线 | 2 号线 | 9（15） |
| | 13 号线 | 4 号线 | 7（12.75） |
| | 2 号线 | 4 号线 | 4（8.25） |
| | 2 号线 | 13 号线 | 8（14.25） |
| f | 4 号线 | 2 号线 | 4（7.5） |
| | 2 号线 | 4 号线 | 5（9.75） |
| j | 13 号线 | 2 号线 | 5（9） |
| | 2 号线 | 13 号线 | 6（11.25） |
| n | 2 号线 | 1 号线 | 4(7.5) |
| | 1 号线 | 2 号线 | 4(7.5) |
| e | 4 号线 | 1 号线 | 3(6) |
| | 1 号线 | 4 号线 | 4(7.5) |
| k | 1 号线 | 2 号线 | 5(9) |
| | 2 号线 | 1 号线 | 4(7.5) |

求出 O（起点站）-D（终点站）的 K 短路（花费时间最少），就是从起点站到终到站的花费时间最少的路径、第二短路径、.....第 k 短路径。（限制条件是换乘不能超过三次，直到第 k 短路所花费的时间多于最小花费时间的 10min(包括等于 10min)时为止）

O-D 如下图（只需求对角线的右边部分）

| | 车站 a | 车站 d | 车站 g | 车站 l | 车站 j | 车站 p | 车站 r |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 车站 a | | | | | | | |
| 车站 d | | | | | | | |
| 车站 g | | | | | | | |
| 车站 l | | | | | | | |
| 车站 j | | | | | | | |
| 车站 p | | | | | | | |
| 车站 r | | | | | | | |

即是车站 a 到达车站 d 的 k 短路：a-b-c-d

车站 a 到达车站 g 的 k 短路：

依次类推

算法

算法第一部分：计算网络上任意两点间的 K 条渐短路

Step1: 初始化。给相关变量赋初值，建立空列表 H 用来存放每次迭代求得的最短路，空集合 F 用来存放各 OD 对及其对应的 K 短路；

Step2: 取网络图上任意 OD 对 $(v_i, v_j), v_i, v_j \in N$ ，设最大迭代次数 NC ；

Step3: 迭代。利用蚁群算法求解 (v_i, v_j) 间最短路 $d(v_i, v_j)$ ，在路径搜索过程中同时验证是否满足有效路径判断原则，若满足算法继续并将此次迭代得到的最后结果添加到列表 H 中，否则放弃此路径重新搜索。如果算法收敛或达到最大迭代次数，算法停止。在列表 H 中取出最短的 K 条渐短路，与 OD 对相对应存入 F 。此时这 K 条渐短路皆为有效路径，可将其作为下一阶段回溯验证的基础和标准；

Step4: 重复 Step2、Step3，直到所有的 OD 对均计算完毕。此时 F 中存在着所有 OD 对及其对应的 K 条渐短路。

算法第二部分：回溯验证寻找 K 短路

Step1: 取 OD 对 $(v_i, v_j), v_i, v_j \in N$ ，在 OD 对中 v_i 为起点， v_j 为终点。初始化两个空集合 $R^{(\alpha)}, S$ ， $\alpha = 0$ ，并将节点 v_j 放入集合 $R^{(\alpha)}$ 中；

Step2: 从集合 $R^{(\alpha)}$ 中逐个取节点，设节点变量 x_m ，令 x_m 表示从集合 $R^{(\alpha)}$ 中取出的当前节点；

Step3: 从 x_m 的第一个前驱节点开始，每个前驱节点都代表一条到达 x_m 的路径。设变量 $l(x_i, x_j)$ 表示从 x_j 到 x_i 回溯过程中所经过的路段的长度和，初始化时令 $l(x_i, x_i) = 0$ ， $l(x_m^{(\eta)}, x_j) = l(x_m^{(\eta)}, x_m) + l(x_m, x_j)$ ，其中 $x_m^{(\eta)}$ 表示 x_m 的第 η 个前驱节点，且 $x_m^{(\eta)} \in N$ 。则在回溯过程中第 η 个前驱节点所在的路径的长度 $d^{(\eta)}(v_i, v_j) = d(v_i, x_m^{(\eta)}) + l(x_m^{(\eta)}, v_j)$ 。检验该路径是否为有效路径，若 $d^{r-1}(v_i, v_j) < d^{(\eta)}(v_i, v_j) < d^r(v_i, v_j)$ ， $r \in (2, 3, \dots, k)$ ，则将 $d^{(\eta)}(v_i, v_j)$ 插入到第 r 和第 $r+1$ 个短路之间并将最后一个短路删除，同时将 $x_m^{(\eta)}$ 存入集合 S 。否则，维持原 K 条短路不变。令 $\eta = \eta + 1$ ，重复 Step3，直到 η 达到 x_m 的前驱节点的最大个数。

Step4: 令 $\alpha = \alpha + 1$ ， $R^{(\alpha)} = S$ ，清空集合 S 。若 $R^{(\alpha)}$ 为空或仅有节点 v_i ，则

算法停止，现存的 K 条路径即为 OD 对 (v_i, v_j) 间的 K 条短路。

Step5: 重复 Step2、Step3、Step4，直到所有的 OD 对均计算完毕。最终得到网络图中任意 OD 对间需参与客流分配的 K 短路。

配流

1. 已知现在所有 OD 之间的 K 短路和人数，求断面流量，所谓的断面流量就是一个小时内经过该路段的人数总和。

分两种情况：假如只有一条路径，就是所有的人都只有走这条路

加入有 K 条路径，就按照比例把人数分配到各条路径上，分配比例是这样计算的，

$$S(x) = e^{-2(C_k - C_{\min})^2 / 25} = e^{-2(5-3)^2 / 25}$$

$$P_k = \frac{S_k}{\sum S_i}$$

C_{\min} 最小阻抗值，是指时间，

C_k 是 K 条路径的所用的时间，

假如，a-d 之间有 180 人，有两条 k 短路，分别是 a-b-d，a-c-d 时间分别是 5,3 分钟，那么就按照比例进行计算：

a-b-d:

$$S(x)_{a-b-d} = e^{-2(C_k - C_{\min})^2 / 25} = e^{-2(5-3)^2 / 25} =$$

$$\text{a-b-c: } S(x)_{a-c-d} = e^0 = 1$$

分配比例是：

$$\text{a-b-d: } P_k = \frac{S_k}{\sum S_i} = \frac{S(x)_{a-b-d}}{S(x)_{a-b-d} + S(x)_{a-c-d}} \text{ 如此这样分配各个 od 之间的人数比例，}$$

最后计算出 od 之间的断面流量，就是所有走过这段路径的人数之和。

The 1 K-path for OD: ad->a-c-d time:25 min(304)

The 1 K-path for OD: ae->a-c-d-e time:35 min(213)

那么经过 a-c、c-d、d-e 的人数分别是：304+213、304+213、213