

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА
ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій Кафедра систем
штучного інтелекту

Розрахунково-графічна робота з курсу
“Дискретна математика”

Виконав: ст. гр. КН-113

Байдич Володимир

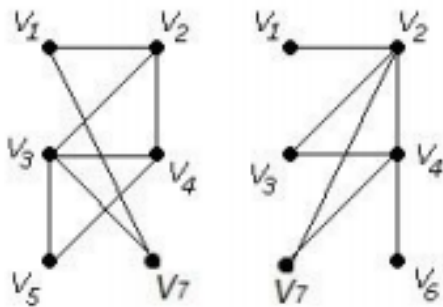
Викладач: Мельникова Н.І.

Варіант 11

Завдання № 1

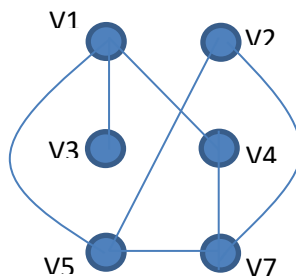
Виконати наступні операції над графами: 1) знайти доповнення до першого графу, 2) об'єднання графів, 3) кільцеву сумму $G1$ та $G2$ ($G1+G2$), 4) розмножити вершину у другому графі, 5) виділити підграф A - що складається з 3-х вершин в $G1$ 6) добуток графів.

11)

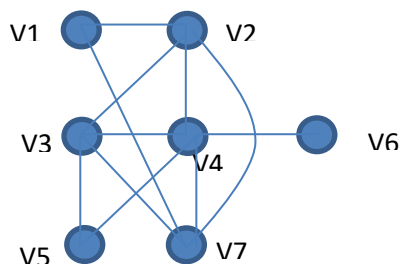


Розв'язок:

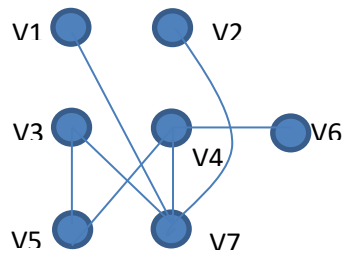
1) Доповнення:



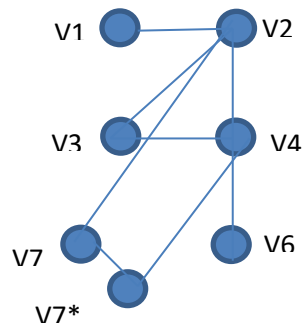
2) Об'єднання:



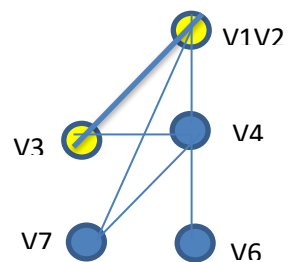
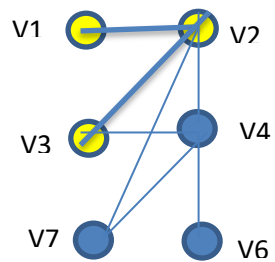
3) Симетрична різниця:

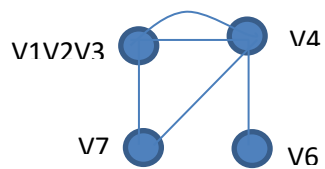


4) Розмноження вершини другого графу:

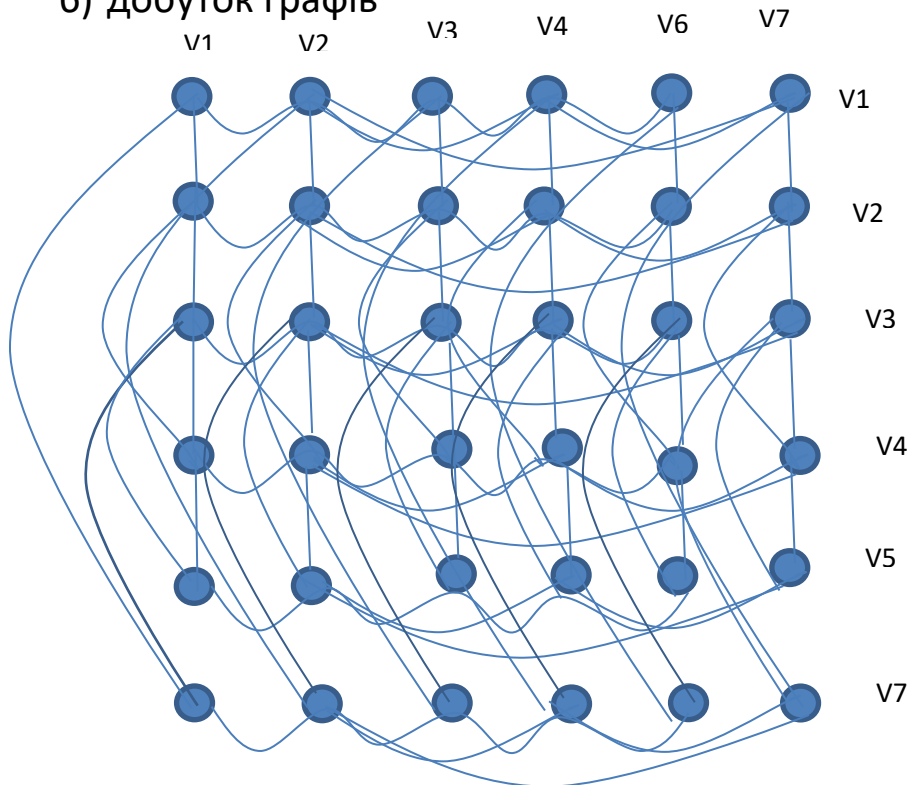


5)





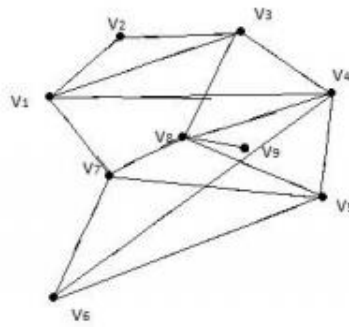
6) добуток графів



Завдання 2

Скласти таблицю суміжності для орграфа.

11)



	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
V2	1	0	1	0	0	0	0	0	0
V3	1	1	0	1	0	0	0	1	0
V4	1	0	1	0	1	1	0	1	0
V5	0	0	0	1	0	1	1	1	0
V6	0	0	0	1	1	0	1	0	0
V7	1	0	0	0	1	1	0	1	0
V8	0	0	1	1	1	0	1	0	1
V9	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Завдання № 3

Для графа з другого завдання знайти діаметр.

Діаметр графа дорівнює 3.

Завдання № 4

Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число) або вшир (закінчується на парне число).

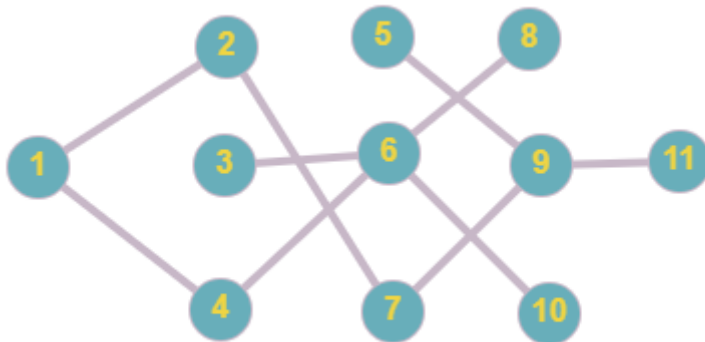
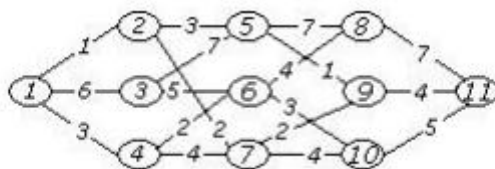
Верш	DFS	Стек
V1	1	V2V3V4V7
V2	2	V3V4V7

V3	3	V8V4V8
V4	4	V1V2V3V4
V5	5	V1V2V3V4V5
V6	6	V1V2V3V4V5V6
V7	7	V1V2V3V4V5V6V7
V8	8	V1V2V3V4V5V6V7V8
V9	9	V1V2V3V4V5V6V7V8V9

Завдання № 5

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

1)



За прима:

1-2 1

2-7 2

7-9 2

9-5 1

1-4 3

4-6 2

6-10 2

6-8 4

9-11 4

3-6 5

За краскала:

1-2 1

9-5 1

2-7 2

7-9 2

4-6 2

6-10 2

1-4 3

6-8 4

9-11 4

3-6 5

Програмна реалізація краскала:

```
#include <iostream>
```

```
#include <stdio.h>
```

```
using namespace std;
```

```

struct edge {

    int leng;
    int p1;
    int p2;
    bool in = false;
};

struct mas {

    int arr[11] = { 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 };
    int c = 0;
};

int in(edge *reb, int n) {
    setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        cout << "Введіть довжину " << i + 1 << " ребра: ";
        cin >> reb[i].leng;

        cout << "Введіть першу суміжну вершину з " << i + 1 << "
ребром: ";
        cin >> reb[i].p1;

        cout << "Введіть другу суміжну вершину з " << i + 1 << "
ребром: ";
    }
}

```



```
    cin >> reb[i].p2;
    cout << endl;
}
return 0;
}
int main() {
    setlocale(LC_ALL, "Ukrainian");
    int n = 0, x = 100, y = 100;

    cout << "Введіть кількість ребер у графі: ";
    cin >> n;
    int z;
    cout << "Введіть кількість вершин у графі: ";
    cin >> z;
    cout << endl;

    edge *reb = new edge[n];
    mas inn[8];

    in(reb, n);

    for (int i = 0; i < n - 1; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n - 1; j++)
```

```

{
    if (reb[j].leng > reb[j + 1].leng) { swap(reb[j].leng, reb[j +
1].leng); swap(reb[j].p1, reb[j + 1].p1); swap(reb[j].p2, reb[j +
1].p2); }
}
}

```

```
int c = -1;
```

```
for (int i = 0; i < n; i++)
```

```
{
```

```
for (int j = 0; j < 8; j++)
```

```
{
```

```
for (int k = 0; k < z; k++)
```

```
{
```

```
if (reb[i].p1 == inn[j].arr[k]) { x = j; goto point0;; }
```

```
}
```

```
}
```

```
point0;;
```

```
for (int j = 0; j < 8; j++)
```

```
{
```

```
for (int k = 0; k < z; k++)
```

```
{
```

```
if (reb[i].p2 == inn[j].arr[k]) { y = j; goto point1; }
```

```
    }  
}  
point1::  
    if (x != y && x == 100) { inn[y].arr[inn[y].c] = reb[i].p1;  
inn[y].c++; }
```

```
    if (x != y && y == 100) { inn[x].arr[inn[x].c] = reb[i].p2;  
inn[x].c++; }
```

```
if (x != y && x != 100 && y != 100) {  
    if (x < y) {  
        for (int l = 0; l < inn[y].c; l++)  
        {  
            inn[x].arr[inn[x].c+l] = inn[y].arr[l];  
            inn[y].arr[l] = 0;  
        }  
        inn[x].c += inn[y].c;  
    }  
}
```

```
if (y < x) {  
    for (int l = 0; l < inn[y].c; l++)  
    {  
        inn[y].arr[inn[y].c+l] = inn[x].arr[l];  
        inn[x].arr[l] = 0;  
    }  
}
```

```

    }
    inn[y].c += inn[x].c;
}
}

if (x == 100 && y == 100) { c++; inn[c].arr[inn[c].c] =
reb[i].p1; inn[c].arr[inn[c].c + 1] = reb[i].p2; inn[c].c += 2; }

reb[i].in = true;

if (x == y && x != 100) { reb[i].in = false; }

x = 100; y = 100;
}

cout << "ребра остового дерева: " << endl;

int v = 0, s = 0;;

for (int i = 0; i < n; i++)
{
    if (reb[i].in == true) { cout << "Рєбро" << ", що сполучає
вершини " << reb[i].p1 << " " << reb[i].p2 << endl; v++; s +=
reb[i].leng; }

    if (v == z-1) { break; }
}

```

```
cout << "Остове дерево мінімальної ваги для даного графа:  
" << s;  
  
return 0;}
```

Програмна реалізація прима:

```
#include <iostream>  
#include <iomanip>  
  
using namespace std;  
  
void output(int size, int** adjacencyarr) {  
    cout << " ";  
    for (int i = 0; i < size; i++) { cout << setw(3) << i + 1; }  
    for (int i = 0; i < size; i++) {  
        cout << endl << setw(3) << i + 1;  
        for (int j = 0; j < i; j++) {  
            cout << setw(3) << adjacencyarr[j][i];  
        }  
        cout << " -";  
        for (int j = i + 1; j < size; j++) {  
            cout << setw(3) << adjacencyarr[i][j];  
        }  
    }  
}
```

```
}
```

```
void main()
```

```
{
```

```
int size;
```

```
cout << "Enter amount of vertices ";
```

```
cin >> size;
```

```
int** adjacencyarr = new int* [size];
```

```
bool* vertex = new bool[size];
```

```
cout << "Enter adjacency matrix \n";
```

```
cout << " ";
```

```
for (int i = 0; i < size; i++) { cout << setw(3) << i + 1;  
adjacencyarr[i] = new int[size]; vertex[i] = 0; }
```

```
vertex[0] = 1;
```

```
cout << endl;
```

```
for (int i = 0; i < size; i++) {
```

```
cout << setw(2) << i + 1;
```

```
for (int j = 0; j < i; j++) { cout << setw(3) << adjacencyarr[j][i];  
}
```

```
cout << " -";
```

```
for (int j = i + 1; j < size; j++) { cin >> adjacencyarr[i][j]; }  
}
```

```
cout << endl;
```

```
int min, minI, minJ;
```

```

for (int n = 0; n < size - 1; n++) {
    min = 100, minI = 0, minJ = 0;
    for (int i = 0; i < size; i++) {
        for (int j = i + 1; j < size; j++) {
            if (adjacencyarr[i][j] < min && adjacencyarr[i][j] != 0 &&
                vertex[i] != vertex[j]) {
                min = adjacencyarr[i][j];
                minI = i, minJ = j;
            }
        }
    }
    vertex[minI] = 1; vertex[minJ] = 1;
    cout << n + 1 << ")conected " << minI + 1 << "-" << minJ + 1
    << endl;
}
}

```

Завдання № 6

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

11)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	7	6	5	4	3	2	1
2	7	∞	1	5	6	4	2	3
3	6	1	∞	1	5	6	2	3
4	5	5	1	∞	3	2	2	2
5	4	6	5	3	∞	2	2	2
6	3	4	6	2	2	∞	5	5
7	2	2	2	2	2	5	∞	2
8	1	3	3	2	2	5	2	∞

$S - (1,8),(8,4),(4,3),(3,2),(2,7),(7,5),(5,6),(6,1)$

Довжина маршруту $1+2+1+1+2+2+2+3 = 14$

Програмна реалізація:

```
#include <iostream>
```

```
#include <windows.h>
```

```
#include <bits/stdc++.h>
```

```
using namespace std;
```

```
int consisting(string x,set <string> s){
```

```
int c = 0;
```

```
for(auto i : s){
```

```
    if (x == i)
```

```
        c = 1;
```

```
}
```

```
if (c ==1)
```

```
    return 1;
```

```
else
```

```
    return 0;
```

```
}
```

```
class edge {
```

```
    public :
```

```
        string vertices_1;
```

```
        string vertices_2;
```

```
        int weight;
```

```
};
```



```

int main()
{
    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);
    set < string > vertices;

    char *p;
    char * s = new char[255];

    map <string , int > vertice_weight;
    set <string> ban;
    gets(s);
    p = strtok(s," ");
    vertices.insert(p);
    string current = p;
    while(p){
        vertices.insert(p);
        vertice_weight.insert(pair <string,int>(p,-1));
        p = strtok(NULL," ");
    }

    vector <edge> edges;
    while(1){
        edge x;
        cin>>x.vertices_1;
        if (x.vertices_1=="end")
            break;
        cin>>x.vertices_2>>x.weight;
        edges.push_back(x);
    }
}

```

```

}
int min;
string next,current_city,start;
current_city = start;
int sum,sum_min = 99999999;
vector <string> way;
for(auto start:vertices){
    vector <string> buf;
    buf.push_back(start);
    current_city = start;
    sum = 0;
    int n =0;
    ban.clear();
    while(1){
        min = 99999999;
        for (auto eedge : edges){
            if (eedge.vertices_1 == current_city){
                if ((eedge.weight< min)&&(!consisting(eedge.vertices_2,ban))&&((n
==vertices.size()-1)&&(eedge.vertices_2==start)))){
                    min = eedge.weight;
                    next = eedge.vertices_2;
                }
            }
        }
        buf.push_back(next);
        if (min == 99999999){
            cout<<"ПЛЯХ НЕМОЖЛИВИЙ\n\n";
            break;

```

```

    }
    sum += min;
    n++;
    cout<<sum<<current_city<<next<<endl;
    ban.insert(current_city);
    current_city = next;
    if (current_city == start){
        if (sum < sum_min){
            sum_min = sum;
            way.clear();
            for (auto vert: buf ){
                way.push_back(vert);
            }
        }
        break;
    }

}

cout<<endl;
}

cout << sum_min<<endl<<"[";
for(auto i : way){
    cout<<i<<",";
}

cout<<"] - Мінімальний шлях та його вага";

return 0;

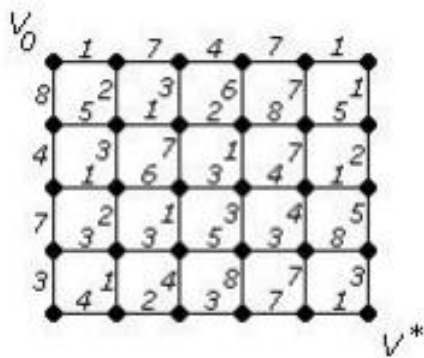
```

}

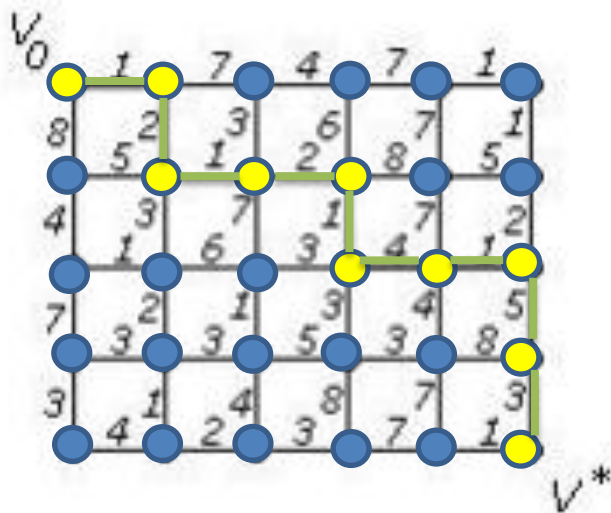
Завдання № 7

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V_0 і V^* .

11)



11)



Програмна реалізація алгоритму Дейкстри:

```
#include <bits/stdc++.h>
```

```
using namespace std;
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    int n,i,j;
```

```
    n=30;
```

```
    int mygraph[n][n];
```

```
    for (i=0;i<n;i++)
```

```
    {
```

```
        for (j=0;j<n;j++) mygraph[i][j]=0;
```

```
    }
```

```
    mygraph[0][1]=mygraph[1][0]=1;
```

```
    mygraph[0][6]=mygraph[6][0]=8;
```

```
    mygraph[1][2]=mygraph[2][1]=7;
```

```
    mygraph[1][7]=mygraph[7][1]=2;
```

```
    mygraph[2][3]=mygraph[3][2]=4;
```

```
    mygraph[2][8]=mygraph[8][2]=3;
```

```
    mygraph[3][4]=mygraph[4][3]=7;
```

```
    mygraph[3][9]=mygraph[9][3]=6;
```

```
    mygraph[4][5]=mygraph[5][4]=1;
```

```
    mygraph[4][10]=mygraph[10][4]=7;
```

```
    mygraph[5][11]=mygraph[11][5]=1;
```

```
    mygraph[6][7]=mygraph[7][6]=5;
```

```
mygraph[6][12]=mygraph[12][6]=4;
mygraph[7][8]=mygraph[8][7]=1;
mygraph[7][13]=mygraph[13][7]=3;
mygraph[8][9]=mygraph[9][8]=2;
mygraph[8][14]=mygraph[14][8]=7;
mygraph[9][10]=mygraph[10][9]=8;
mygraph[9][15]=mygraph[15][9]=1;
mygraph[10][11]=mygraph[11][10]=5;
mygraph[10][16]=mygraph[16][10]=7;
mygraph[11][17]=mygraph[17][11]=2;
mygraph[12][13]=mygraph[13][12]=1;
mygraph[12][18]=mygraph[18][12]=7;
mygraph[13][14]=mygraph[14][13]=6;
mygraph[13][19]=mygraph[19][13]=2;
mygraph[14][15]=mygraph[15][14]=3;
mygraph[14][20]=mygraph[20][14]=1;
mygraph[15][16]=mygraph[16][15]=4;
mygraph[15][21]=mygraph[21][15]=3;
mygraph[16][17]=mygraph[17][16]=1;
mygraph[16][22]=mygraph[22][16]=4;
mygraph[17][23]=mygraph[23][17]=5;
mygraph[18][19]=mygraph[19][18]=3;
mygraph[18][24]=mygraph[24][18]=3;
mygraph[19][20]=mygraph[20][19]=3;
```

```
mygraph[19][25]=mygraph[25][19]=1;
mygraph[20][21]=mygraph[21][20]=5;
mygraph[20][26]=mygraph[26][20]=4;
mygraph[21][22]=mygraph[22][21]=3;
mygraph[21][27]=mygraph[27][21]=8;
mygraph[22][28]=mygraph[28][22]=7;
mygraph[22][23]=mygraph[23][22]=8;
mygraph[23][29]=mygraph[29][23]=3;
mygraph[24][25]=mygraph[25][24]=4;
mygraph[25][26]=mygraph[26][25]=2;
mygraph[26][27]=mygraph[27][26]=3;
mygraph[27][28]=mygraph[28][27]=7;
mygraph[28][29]=mygraph[29][28]=1;
```

```
int vertindex[n]{-1};
int numbvectors=0;
for (i=0;i<n;i++)
{
    for (j=0;j<n;j++)
    {
        if (mygraph[i][j]!=0) numbvectors++;
    }
}
int vert[n];
```

```

bool vertdot[n];
for (i=0;i<n;i++)
{
    vert[i]=INT_MAX;
    vertdot[i]=0;
}
vert[0]=0;
int siz=1;
int nmin,imin,jmin;
vertdot[0]=1;
while (numbvectors!=0)
{
    nmin=INT_MAX;
    for (i=0;i<n;i++)
    {
        if (vertdot[i]==1)
        {
            for (j=0;j<n;j++)
            {
                if
(vertdot[i]+mygraph[i][j]<nmin&&mygraph[i][j]!=0)
                {
                    nmin=vert[i]+mygraph[i][j];
                    imin=i;

```



```

        jmin=j;
    }
}
}
}
if (vert[jmin]>nmin)
{
    vert[jmin]=nmin;
    vertindex[jmin]=imin;
}
vertdot[jmin]=1;
mygraph[imin][jmin]=mygraph[jmin][imin]=0;
numbvectors-=2;//Віднімаю ребра
}

```

```

int thelast;
int way[n];
i=0;
cout<<"Input finish vertex: ";
cin>>thelast;
cout<<"\nWeight = "<<vert[thelast]<<endl;
cout<<"The way from start to finish:"<<endl;
while (thelast!=0)
{

```

```

        way[i]=thelast;
        thelast=vertindex[thelast];
        i++;
    }
    way[i]=0;

    for (i;i>=0;i--)
    {
        cout<<way[i];
        if (i!=0) cout<<"->";
    }
}

```

Результати роботи програми:

```

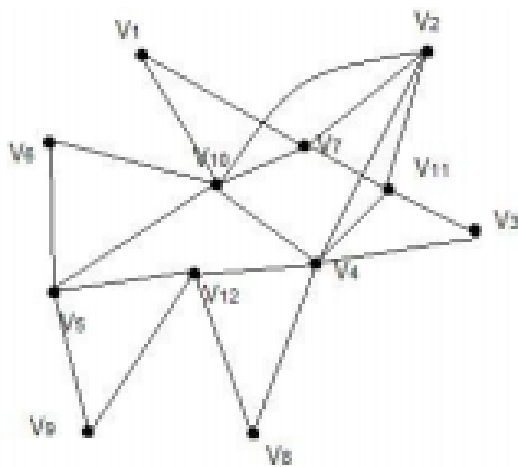
Input finish vertex: 29
Weight = 20
The way from start to finish:
0->1->7->8->9->15->16->17->23->29
Process returned 0 (0x0)   execution time : 3.638 s
Press any key to continue.

```

Завдання № 8

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері; б) елементарних циклів.

11)



За методом Флері

(1,7)

(7,2)

(2,4)

(4,11)

(11,2)

(2,10)

(10,6)

(6,5)

(5,12)

(12,9)

(9,5)

(5,10)

(7,11)

(10,1)

[illegible]

[illegible]

>1),(2->11->3->4->8->12->9->5->6->10->7->1),(3->4->8->12->9->5->6->10->7->11->1),(2->11->4->8->12->9->5->6->10->7->1),(4->8->12->9->5->6->10->7->11->1),(2->4->12->5->6->10->7->1),(2->4->12->5->6->10->7->11->1),(2->11->3->4->12->5->6->10->7->1),(3->4->12->5->6->10->7->11->1),(2->11->4->12->5->6->10->7->1),(4->12->5->6->10->7->11->1),(2->4->8->12->5->6->10->7->1),(2->4->8->12->5->6->10->7->11->1),(2->11->3->4->8->12->5->6->10->7->1),(3->4->8->12->5->6->10->7->11->1),(2->11->4->8->12->5->6->10->7->1),(4->8->12->5->6->10->7->11->1),(2->7->11->1),(2->7->11->3->4->1),(2->7->11->4->1),(2->4->3->11->1),(2->4->11->1),(3->11->4->1),(4->12->8->1),(5->12->9->1),(1->7->2->10->1)

Програмна реалізація алгоритму Флері:

```
#include <iostream>
```

```
#include <string.h>
```

```
#include <algorithm>
```

```
#include <list>
```

```
using namespace std;
```

```
class Graph
```

```
{
```

```
int V;
```

```
list<int>* adj;
```

```
public:
```

```
Graph(int V) { this->V = V; adj = new list<int>[V+1]; }
```

```
~Graph() { delete[] adj; }
```

```
void addEdge(int u, int v) { adj[u].push_back(v);  
adj[v].push_back(u); }
```

```
void rmvEdge(int u, int v);
```

```
void printEulerTour();
```

```
void printEulerUtil(int s);
```

```
int DFSCount(int v, bool visited[]);
```

```
bool isValidNextEdge(int u, int v);
```

```
};
```

```
void Graph::printEulerTour()
```

```
{
```

```
int u = 1;
```

```
for (int i = 1; i <= V; i++)
```

```
if (adj[i].size() > 1)
```

```
{
```

```
u = i; break;
```

```
}
```

```
printEulerUtil(u);
```

```

cout << endl;

}

void Graph::printEulerUtil(int u)

{

list<int>::iterator i;

for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)

{

int v = *i;

if (v != -1 && isValidNextEdge(u, v))

{

cout << u << "-" << v << " ";

rmvEdge(u, v);

printEulerUtil(v);

}

}

}

bool Graph::isValidNextEdge(int u, int v)

```



```

{

int count = 0;

list<int>::iterator i;

for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)

if (*i != -1)

count++;

if (count == 1)

return true;

bool visited[20];

memset(visited, false, V);

int count1 = DFSCount(u, visited);

rmvEdge(u, v);

memset(visited, false, V);

int count2 = DFSCount(u, visited);

addEdge(u, v);

return (count1 > count2) ? false : true;

}

void Graph::rmvEdge(int u, int v)

```

```
{  
  
list<int>::iterator iv = find(adj[u].begin(), adj[u].end(), v);  
  
*iv = -1;  
  
list<int>::iterator iu = find(adj[v].begin(), adj[v].end(), u);  
  
*iu = -1;  
  
}
```

```
int Graph::DFSCount(int v, bool visited[])
```

```
{  
  
visited[v] = true;  
  
int count = 1;  
  
list<int>::iterator i;  
  
for (i = adj[v].begin(); i != adj[v].end(); ++i)  
  
if (*i != -1 && !visited[*i])  
  
count += DFSCount(*i, visited);  
  
return count;  
  
}
```

```
int main()
```

```
{  
  
Graph g1(20);  
  
g1.addEdge(1, 10);  
  
g1.addEdge(1, 7);  
  
g1.addEdge(2, 11);  
  
g1.addEdge(2, 10);  
  
g1.addEdge(2, 7);  
  
g1.addEdge(2, 4);  
  
g1.addEdge(3, 11);  
  
g1.addEdge(3, 4);  
  
g1.addEdge(3, 6);  
  
g1.addEdge(3, 4);  
  
g1.addEdge(3, 8);  
  
g1.addEdge(4, 7);  
  
g1.addEdge(5, 12);  
  
g1.addEdge(5, 6);  
  
g1.addEdge(7, 12);  
  
g1.addEdge(7, 8);
```

```
g1.addEdge(8, 11);  
  
g1.addEdge(9, 10);  
  
g1.addEdge(10, 11);  
  
g1.addEdge(11, 12);  
  
g1.printEulerTour();  
  
return 0;  
  
}
```

Завдання №9