

## Capítulo 6. Matrices

9) Sea  $A$  una matriz cuadrada  $2 \times 2$ . Probar que si  $A$  tiene una fila (o una columna) nula, entonces  $A$  no tiene inversa.

Planteamos una matriz de  $2 \times 2$  cualquiera con una fila nula.

Cuando decimos una matriz cualquiera no nos referimos a un ejemplo, porque hay que mostrar que se cumple para toda matriz con una fila nula, entonces escribimos:

Sea  $A$  la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Para mostrar que no tiene inversa realizamos operaciones elementales para tratar de llegar a la matriz escalonada y reducida por filas equivalente con  $A$ , si llegamos a la Identidad la matriz tiene inversa, sino no tiene:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{f_1 \leftarrow f_1 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{a} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz  $\begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{a} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  es la escalonada y reducida por filas equivalente con  $A$ , pero no es la identidad, por lo tanto no tiene inversa.