

1) Capitol: 1 Transformari elementare Care din următoarele operații efectuate asupra unei matrice este transformare elementară:

- a) adunarea unei linii la o coloană;
- b) înmulțirea unei linii cu scalarul  $a = 0$ ;
- c) schimbarea a două linii între ele;
- d) adunarea unei linii la o altă linie.

2) Capitol: 1 Transformari elementare Numim matrice elementară o matrice:

- a) cu rangul egal cu 1;
- b) care se obține din matricea unitate prin transformări elementare;
- c) cu determinantul nenul;
- d) obținută din matricea unitate printr-o singură transformare elementară.

3) Capitol: 1 Transformari elementare O matrice elementară este obligatoriu:

- a) pătratică;
- b) dreptunghiulară;
- c) inversabilă;
- d) nesingulară.

4) Capitol: 1 Transformari elementare Transformările elementare se pot aplica:

- a) numai matricelor pătratice;
- b) oricărei matrice;
- c) numai matricelor inversabile;
- d) numai matricelor cu rangul nul.

5) Capitol: 1 Transformari elementare Fie  $B$  o matrice obținută prin transformări elementare din matricea  $A$ . Atunci:

- a)  $\text{rang } A = \text{rang } B$ ;
- b)  $\text{rang } A \neq \text{rang } B$ ;
- c)  $\text{rang } A < \text{rang } B$ ;
- d)  $\text{rang } A > \text{rang } B$ .

6) Capitol: 1 Transformari elementare Matricele  $A$  și  $B$  se numesc echivalente dacă:

- a) au același rang;
- b)  $B$  se obține din  $A$  prin transformări elementare;
- c) sunt ambele pătratice și de același ordin;
- d) au determinanții nenuli.

7) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă  $A, B$  sunt matrice echivalente ( $A \sim B$ ) atunci:

- a)  $A, B$  sunt matrice pătratice;
- b)  $\text{rang } A = \text{rang } B$ ;
- c) dacă  $\det A = 0$  rezultă că și  $\det B = 0$ ;
- d) dacă  $\det A = 1$  rezultă că și  $\det B = 1$ .

8) Capitol: 1 Transformari elementare Fie  $A \in M_n(\mathbb{R})$ . Dacă  $\text{rang } A = r$ , atunci prin transformări elementare se pot obține:

- a) cel puțin  $r$  coloane ale matricei unitate;
- b) cel mult  $r$  coloane ale matricei unitate;
- c) exact  $r$  coloane ale matricei unitate;
- d) toate coloanele matricei unitate.

9) Capitol: 1 Transformari elementare Fie  $A \in M_n(\mathbb{R})$  cu  $\det A \neq 0$ . Atunci:

- a)  $\text{rang } A = n$ ;
- b)  $A$  este echivalentă cu matricea unitate  $I_n$  ( $A \sim I_n$ );
- c) prin transformări elementare putem determina inversa  $A^{-1}$ ;
- d) forma Gauss-Jordan a matricei  $A$  este  $I_n$ .

10) Capitol: 1 Transformari elementare Pentru a afla inversa unei matrice  $A \in M_n(\mathbb{R})$  prin transformări elementare, acestea se aplică:

- a) numai liniilor;
- b) numai coloanelor;
- c) atât liniilor cât și coloanelor;
- d) întâi liniilor și apoi coloanelor.

11) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă  $A \in M_n(\mathbb{R})$  cu  $\det A = 1$ , atunci forma Gauss-Jordan asociată va avea:

- a) o singură linie a matricei unitate  $I_n$ ;
- b) toate liniile și toate coloanele matricei unitate  $I_n$ ;
- c) o singură coloană a matricei unitate  $I_n$ ;
- d) numai o linie și o coloană a matricei unitate  $I_n$ .

12) Capitol: 1 Transformari elementare Metoda de aflare a inversei unei matrice  $A$  cu transformări elementare se poate aplica:

- a) oricărei matrice  $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ ;
- b) numai matricelor pătratice;
- c) matricelor pătratice cu  $\det A \neq 0$ ;
- d) tuturor matricelor cu  $\text{rang } A \neq 0$ .

13) Capitol: 1 Transformari elementare Pentru aflarea inversei unei matrice  $A \in M_n(\mathbb{R})$  prin transformări elementare, acestea se aplică:

- a) direct asupra lui  $A$ ;
- b) asupra matricei transpuse  $A^T$ ;
- c) matricei atașate  $\bar{B} = [A : I_n]$ ;
- d) matricei atașate  $\bar{B} = [I_n : A^T]$ .

14) Capitol: 1 Transformari elementare Fie  $A \in M_n(\mathbb{R})$  și  $\bar{B}$  matricea atașată acestuia în metoda aflării inversei lui  $A$  prin transformări elementare. Atunci:

- a)  $\bar{B} \in M_n(\mathbb{R})$ ;
- b)  $\bar{B} \in M_{n,2n}(\mathbb{R})$ ;
- c)  $\bar{B} \in M_{2n,n}(\mathbb{R})$ ;
- d)  $\bar{B} \in M_{2n,2n}(\mathbb{R})$ .

15) Capitol: 1 Transformari elementare Fie  $A \in M_2(\mathbb{R})$  și  $\bar{B}$  matricea atașată lui  $A$  pentru

determinarea lui  $A^{-1}$  prin transformări elementare. Dacă  $\bar{B} = \left( \begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & -4 \end{array} \right)$  atunci:

- a)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$   
 b)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix};$   
 c)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix};$   
 d)  $A^{-1}$  nu există.

16) Capitol: 1 Transformari elementare Fie  $A \in M_3(\mathbb{R})$  și  $\bar{B}$  matricea atașată lui  $A$  pentru

determinarea lui  $A^{-1}$  prin transformări elementare. Dacă  $\bar{B} = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right)$  atunci:

- a)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix};$   
 b)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix};$   
 c)  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix};$   
 d)  $A^{-1}$  nu există.

17) Capitol: 1 Transformari elementare Aducând matricea  $A$  la forma Gauss-Jordan obținem:

- a)  $A^{-1};$   
 b)  $\text{rang } A;$   
 c)  $\det A;$   
 d)  $A^T.$

18) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă matricea  $A \in M_{2,3}(\mathbb{R})$  este echivalentă cu matricea

$A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  atunci:

- a)  $\text{rang } A = 2;$   
 b)  $\text{rang } A = 1;$   
 c)  $\text{rang } A = 3;$   
 d)  $\text{rang } A = \text{rang } A'.$

19) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă matricea  $A \in M_3(\mathbb{R})$  este echivalentă cu matricea

$A' = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  atunci  $\text{rang } A$  este:

- a) 2;  
 b) 3;  
 c) 1;  
 d) 0.

20) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă  $A$  este echivalentă cu matricea unitate  $I_3$  ( $A \equiv I_3$ ), atunci:

- a)  $\text{rang } A = 3;$   
 b)  $\det A \neq 0;$   
 c)  $A = I_3;$   
 d)  $A^{-1} = I_3$

21) Capitol: 1 Transformari elementare Pivotalul unei transformări elementare este întotdeauna:

- a) nenul;  
 b) egal cu 0;  
 c) egal cu 1;  
 d) situat pe diagonala matricei.

$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  atunci:

22) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă matricea  $A$  este echivalentă cu

- a)  $\text{rang } A = 3;$   
 b)  $\text{rang } A = 1;$   
 c)  $\det A \neq 0;$   
 d)  $A$  este inversabilă.

23) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă matricea  $A$  este echivalentă cu matricea

$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$  atunci:

- a)  $\text{rang } A = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0;$   
 b)  $\text{rang } A = 1 \Leftrightarrow \alpha = 1;$   
 c)  $\text{rang } A \geq 2, (\forall) \alpha \in \mathbb{R};$   
 d)  $\text{rang } A = 3 \Leftrightarrow \alpha \neq 0.$

24) Capitol: 1 Transformari elementare Dacă matricile  $A$  și  $A'$  sunt echivalente ( $A \equiv A'$ ) atunci:

- a) au același rang;  
 b) sunt obligatoriu matrice inversabile;  
 c) sunt obligatoriu matrice pătratice;  
 d) se obțin una din alta prin transformări elementare.

25) Capitol: 1 Transformari elementare Fie  $A \in M_3(\mathbb{R})$  cu  $\det A = \alpha$ . Atunci forma Gauss-Jordan a

lui  $A$ :

- a) are același rang cu matricea  $A$ ,  $(\forall)\alpha \in \mathbb{R}$ ;
- b) are același rang cu matricea  $A$ , numai pentru  $\alpha = 0$ ;
- c) coincide cu  $I_3 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$ ;
- d) are cel mult două coloane ale matricei unitate  $I_3$ , dacă  $\alpha = 0$ .

**26) Capitol: 1 Transformari elementare** Două sisteme liniare de ecuații se numesc *echivalente* dacă:

- a) au același număr de ecuații;
- b) au același număr de necunoscute;
- c) au aceleași soluții;
- d) matricele lor extinse sunt echivalente.

**27) Capitol: 1 Transformari elementare** Matricea unui sistem linear oarecare, în formă explicită, are:

- a) forma Gauss-Jordan;
- b) coloanele variabilelor principale, coloanele matricei unitate;
- c) toate elementele pe de liniile variabilelor secundare nule;
- d) elementele corespunzătoare de pe coloane variabilelor secundare, nenegative.

**28) Capitol: 1 Transformari elementare** Metoda Gauss-Jordan de rezolvare a sistemelor liniare prin transformări elementare se aplică:

- a) numai sistemelor pătratice;
- b) oricărui sistem linear;
- c) numai dacă rangul matricei sistemului este egal cu numărul de ecuații;
- d) doar sistemelor compatibile nedeterminate.

**29) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie  $A$  și  $\bar{A}$  matricea, respectiv matricea lărgită a unui sistem linear. Aplicând metoda Gauss-Jordan de rezolvare, se aplică transformări elementare asupra:

- a) liniilor lui  $A$  și coloanelor lui  $\bar{A}$ ;
- b) liniilor și coloanelor lui  $\bar{A}$ ;
- c) liniilor lui  $\bar{A}$ ;
- d) numai coloanei termenilor liberi din  $\bar{A}$ .

**30) Capitol: 1 Transformari elementare** Pentru a obține matricea unui sistem linear sub formă explicită, se aplică transformări elementare:

- a) numai coloanelor corespunzătoare variabilelor secundare;
- b) numai coloanei termenilor liberi;
- c) tuturor liniilor și coloanelor matricei extinse;
- d) pentru a face coloanele variabilelor principale alese, coloanele matricei unitate.

**31) Capitol: 1 Transformari elementare** Aplicând metoda Gauss-Jordan unui sistem linear de ecuații,

$$\bar{A}' = \left( \begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right).$$

matricea extinsă  $\bar{A}$  este echivalentă cu matricea

- a) sistemul este compatibil determinat;
- b) sistemul este compatibil nedeterminat;
- c) sistemul este incompatibil;
- d) variabilele principale alese sunt  $x_2$  și  $x_4$ .

**32) Capitol: 1 Transformari elementare** Matricea extinsă, corespunzătoare unui sistem linear, în formă

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right).$$

explicită este

- a) este incompatibil;
- b) este compatibil nedeterminat;

- c) are soluția de bază:  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = -1$ ,  $x_4 = 0$ ;
- d) are o infinitate de soluții.

**33) Capitol: 1 Transformari elementare** Matricea extinsă corespunzătoare unui sistem linear în formă

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right).$$

explicită este

- a) sistemul este compatibil nedeterminat;
- b) variabilele principale alese sunt  $x_1, x_2, x_4$ ;
- c) sistemul este incompatibil;

- d) soluția de bază corespunzătoare este:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 3$ .

**34) Capitol: 1 Transformari elementare** Un sistem linear de 2 ecuații cu 4 necunoscute, cu rangul

matricei sistemului egal cu 2, are soluția de bază:  $X = (2, 0, 0, -1)^T$ . Atunci  $X$  este:

- a) admisibilă și nedegenerată;
- b) admisibilă și degenerată;
- c) neadmisibilă și nedegenerată;
- d) neadmisibilă și degenerată.

**35) Capitol: 1 Transformari elementare** Un sistem linear cu 2 ecuații și 3 necunoscute admite soluția de

bază  $X = (0, -1, 0)^T$ . Știind că  $x_2, x_3$  sunt variabile principale, atunci soluția  $X$  este:

- a) admisibilă;
- b) neadmisibilă;
- c) degenerată;
- d) nedegenerată.

**36) Capitol: 1 Transformari elementare** Formei explicită a unui sistem linear îi corespunde matricea

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right).$$

Atunci soluția corespunzătoare este:

- a)  $x_1 = 2 + \alpha - \beta$ ,  $x_2 = -2 + \alpha - \beta$ ,  $x_3 = \alpha$ ,  $x_4 = \beta$ ;
- b)  $x_1 = 2 - \alpha + \beta$ ,  $x_2 = -2 - \alpha + \beta$ ,  $x_3 = \alpha$ ,  $x_4 = \beta$ ;
- c)  $x_1 = 2 + \alpha - \beta$ ,  $x_2 = -2 - \alpha + \beta$ ,  $x_3 = \alpha$ ,  $x_4 = \beta$ ;
- d)  $x_1 = 2 - \alpha - \beta$ ,  $x_2 = -2 + \alpha + \beta$ ,  $x_3 = \alpha$ ,  $x_4 = \beta$ .

**37) Capitol: 1 Transformari elementare** Matricea extinsă corespunzătoare formei explicită a unui

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{array} \right).$$

sistem linear este

- a)  $X = (1, 1, -1, 0)^T$ ;

- b)  $X = (1 \ 0 \ 2 \ 1)^T$ ;  
 c)  $X = (1 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ ;  
 d)  $X = (0 \ 1 \ 0 \ 1)^T$ .

**38) Capitol: 1 Transformari elementare** Pentru a se obține soluția de bază din forma explicită a unui sistem linear de ecuații:

- a) variabilele principale se egalează cu 0;  
 b) variabilele secundare se egalează cu 0;  
 c) toate variabilele se egalează cu 1;  
 d) se atribuie variabilelor secundare valori nenule distincte.

**39) Capitol: 1 Transformari elementare** Sistemele liniare de ecuații care admit soluții de bază sunt numai cele:

- a) compatibile nedeterminate;  
 b) compatibile determinate;  
 c) incompatibile;  
 d) pătrate.

**40) Capitol: 1 Transformari elementare** Soluția de bază  $X = (\alpha, 0, \beta, 0)^T$  a unui sistem linear de două ecuații este neadmisibilă dacă:

- a)  $\alpha > 0$  și  $\beta > 0$ ;  
 b)  $\alpha < 0$  și  $\beta < 0$ ;  
 c)  $\alpha > 0$  și  $\beta < 0$ ;  
 d)  $\alpha < 0$  și  $\beta > 0$ .

**41) Capitol: 1 Transformari elementare** Soluția de bază  $X = (0, 0, \alpha, \beta)^T$  corespunzătoare unui sistem linear cu 2 ecuații principale și 4 necunoscute este degenerată dacă:

- a)  $\alpha = 0$ ,  $\beta \neq 0$ ;  
 b)  $\alpha \neq 0$ ,  $\beta = 0$ ;  
 c)  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ;  
 d)  $\alpha \neq 0$ ,  $\beta \neq 0$ .

**42) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie  $n_B$  și  $n_E$  numărul soluțiilor de bază distincte, respectiv al formelor explicite, corespunzătoare unui sistem linear compatibil nedeterminat. Atunci:

- a)  $n_B \leq n_E$ ;  
 b)  $n_B \geq n_E$ ;  
 c) întotdeauna  $n_B = n_E$ ;  
 d) obligatoriu  $n_B > n_E$ .

**43) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie soluția de bază  $X = (1, \alpha, 0, \beta)^T$  corespunzătoare variabilelor principale  $x_1$  și  $x_4$ . Atunci  $X$  este admisibilă degenerată dacă:

- a)  $\alpha > 0$ ,  $\beta = 0$ ;  
 b)  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ;

- c)  $\alpha = 0$ ,  $\beta > 0$ ;  
 d)  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ .

**44) Capitol: 1 Transformari elementare** Forma explicită a unui sistem linear are matricea de forma:

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right).$$

Atunci soluția de bază corespunzătoare  $X$  este:

- a)  $X = (1 \ 2 \ -1 \ 0)^T$ ;  
 b)  $X = (1 \ -1 \ 2 \ 0)^T$ ;  
 c)  $X = (1 \ 2 \ 0 \ -1)^T$ ;  
 d)  $X = (-1 \ 2 \ 1 \ 0)^T$ .

**45) Capitol: 1 Transformari elementare** Forma explicită a unui sistem linear are matricea de forma:

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Atunci soluția de bază corespunzătoare  $X$  este:

- a) admisibilă;  
 b) degenerată;  
 c) neadmisibilă;  
 d) nedegenerată.

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \end{array} \right)$$

**46) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem linear. Atunci sistemul este incompatibil dacă:

- a)  $\alpha = 0$ ;  
 b)  $\alpha = 1$ ;  
 c)  $\alpha = -1$ ;  
 d)  $\alpha = 2$ .

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \end{array} \right)$$

**47) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem linear. Atunci sistemul este:

- a) compatibil nedeterminat, dacă  $\alpha = 0$ ;  
 b) compatibil determinat, dacă  $\alpha = 1$ ;  
 c) incompatibil, dacă  $\alpha \neq 0$ ;  
 d) incompatibil dacă  $\alpha = 0$ .

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta \end{array} \right)$$

**48) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem linear. Atunci sistemul este compatibil nedeterminat, dacă:

- a)  $\alpha = 0, \beta \neq 0$ ;
- b)  $\alpha \neq 0, \beta = 0$ ;
- c)  $\alpha = 0, \beta = 0$ ;
- d)  $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ .

**49) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie  $X = (1, 1, \alpha, 0, 0)^T$  soluția de bază a unui sistem liniar de ecuații corespunzătoare variabilelor principale  $x_1, x_2, x_3$ . Atunci:

- a)  $X$  este admisibilă, dacă  $\alpha > 0$ ;
- b)  $X$  este degenerată, dacă  $\alpha = 0$ ;
- c)  $X$  este neadmisibilă, dacă  $\alpha = -1$ ;
- d)  $X$  este nedegenerată, dacă  $\alpha = 1$ .

**50) Capitol: 1 Transformari elementare** Un sistem liniar de 2 ecuații și 4 necunoscute are matricea

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & \alpha \\ 0 & 1 & 1 & 2 & \beta \end{array} \right).$$

Atunci soluția de bază corespunzătoare unei forme explicite de forma: corespunzătoare  $X$  este:

- a) admisibilă, dacă  $\alpha = 1$  și  $\beta = 0$ ;
- b) degenerată, dacă  $\alpha < 0$  și  $\beta = 0$ ;
- c) neadmisibilă, dacă  $\alpha > 0$  și  $\beta \geq 0$ ;
- d) nedegenerată, dacă  $\alpha < 0$  și  $\beta \leq 0$ .

**51) Capitol: 1 Transformari elementare** Un sistem de  $m$  ecuații liniare cu  $n$  necunoscute,  $m < n$ , are întotdeauna:

- a) mai mult de  $C_n^m$  forme explicite;
- b) cel mult  $C_n^m$  forme explicite;
- c) exact  $C_n^m$  forme explicite;
- d)  $m+n$  forme explicite.

**52) Capitol: 1 Transformari elementare** Un sistem de  $m$  ecuații liniare cu  $n$  necunoscute,  $m < n$ , are întotdeauna:

- a) exact  $C_n^m$  soluții de bază;
- b) cel mult  $C_n^m$  soluții de bază;
- c) cel puțin  $C_n^m$  soluții de bază;
- d)  $m+n$  soluții de bază.

**53) Capitol: 1 Transformari elementare** O soluție de bază pentru un sistem cu  $m$  ecuații liniare cu  $n$  necunoscute,  $m < n$ , este degenerată dacă are:

- a) exact  $m$  componente nenule;
- b) mai mult de  $m$  componente nenule;
- c) mai puțin de  $m$  componente nenule;
- d) mai mult de  $n-m$  componente nule.

**54) Capitol: 1 Transformari elementare** O soluție de bază pentru un sistem cu  $m$  ecuații liniare cu  $n$  necunoscute,  $m < n$ , este nedegenerată dacă:

- a) are exact  $m$  componente nenule;

- b) are mai mult de  $m$  componente nenule;
- c) are mai puțin de  $m$  componente nenule;
- d) are exact  $n-m$  componente nule.

**55) Capitol: 1 Transformari elementare** Pentru a transforma un sistem liniar de ecuații într-unul echivalent se folosesc transformări elementare asupra:

- a) liniilor matricei extinse atasate sistemului;
- b) coloanelor matricei extinse atasate sistemului;
- c) liniilor și coloanelor matricei extinse atasate sistemului;
- d) termenilor liberi ai sistemului.

**56) Capitol: 1 Transformari elementare** Metoda grafică se folosește în rezolvarea sistemelor de inecuații liniare cu:

- a) două necunoscute;
- b) mai mult de trei necunoscute;
- c) oricâte necunoscute;
- d) cel puțin trei necunoscute.

**57) Capitol: 1 Transformari elementare** O soluție de bază pentru un sistem cu  $m$  ecuații liniare cu  $n$  necunoscute,  $m < n$ , este admisibilă dacă:

- a) are majoritatea componentelor pozitive;
- b) are mai mult de  $m$  componente pozitive;
- c) are mai puțin de  $m$  componente negative;
- d) are toate componentele nenegative.

**58) Capitol: 1 Transformari elementare** Fie  $A$  o matrice nenulă de tipul  $(m, n)$ . Atunci matricea  $A$  admite inversă dacă:

- a)  $\text{rang} A \neq 0$ ;
- b)  $m = n$  și  $\det A \neq 0$ ;
- c)  $\det A = 0$  și  $m = n$ ;
- d)  $\det A = 1$  și  $m = n$ .

**59) Capitol: 1 Transformari elementare** Pentru a transforma un sistem liniar de ecuații într-unul echivalent, se folosesc:

- a) transformări elementare aplicate liniilor matricei extinse atasate sistemului;
- b) transformări elementare aplicate liniilor și coloanelor matricei extinse atasate sistemului;
- c) operații de adunare a coloanelor matricei extinse atasate sistemului;
- d) toate operațiile care se pot efectua asupra unei matrice.

**60) Capitol: 1 Transformari elementare** O soluție de bază a unui sistem liniar se obține dintr-o forma explicita:

- a) dând variabilelor principale valoarea 0;
- b) dând variabilelor secundare valoarea 0;
- c) dând variabilelor principale valori nenule;
- d) dând variabilelor secundare valori strict pozitive.

**61) Capitol: 1 Transformari elementare** Un sistem de  $m$  ecuații și  $n$  necunoscute ( $m < n$ ) poate avea:

- a) mai mult de  $C_n^m$  forme explicite;
- b) exact  $C_n^m$  forme explicite;
- c) cel mult  $C_n^m$  forme explicite;
- d) oricate forme explicite.

62) Capitol: 1 Transformari elementare O soluție de bază pentru un sistem de  $m$  ecuații cu  $n$  necunoscute este degenerată dacă are:

- a)  $m$  componente diferite de zero;
- b) mai mult de  $m$  componente diferite de zero;
- c) mai puțin de  $m$  componente diferite de zero;
- d) exact  $m-1$  componente nenule;

63) Capitol: 1 Transformari elementare Fie o matrice nenulă  $A$  de tipul  $m \times n$ . Atunci rangul ei  $r$  satisface:

- a)  $r > m$ ;
- b)  $r \leq \min(m, n)$ ;
- c)  $r > \min(m, n)$ ;
- d)  $r = \max(m, n)$ ;

64) Capitol: 1 Transformari elementare O matrice elementară se obține din matricea unitate prin:

- a) o singură transformare elementară;
- b) două transformări elementare;
- c) cel mult două transformări elementare;
- d) oricâte transformări elementare;

65) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Un spațiu liniar  $X$  se numește spațiu liniar real dacă:

- a) elementele sale sunt numere reale;
- b) corpul peste care este definit coincide cu mulțimea numerelor naturale;
- c) mulțimea  $X$  este nevidă;
- d) operațiile definite pe  $X$  sunt operații cu numere reale.

*spațiu liniar real*

66) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $(P_n(X), +, \cdot)$  spațiul liniar al polinoamelor de grad cel mult  $n$ . Atunci operațiile "+" și "·" reprezintă:

- a) adunarea și înmulțirea polinoamelor;
- b) adunarea polinoamelor și înmulțirea polinoamelor cu scalari reali;
- c) adunarea numerelor reale și înmulțirea polinoamelor;
- d) adunarea polinoamelor și înmulțirea numerelor reale.

67) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $(P_n(X), +, \cdot)$  spațiul liniar al polinoamelor de grad cel mult  $n$ . Atunci dimensiunea sa este:

- a)  $n$ ;
- b)  $n+1$ ;
- c)  $n^2$ ;
- d)  $2n$ .

68) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Mulțimea soluțiilor unui sistem liniar formează un spațiu liniar dacă sistemul este:

- a) incompatibil;
- b) omogen și cu mai multe necunoscute decât ecuații;
- c) compatibil determinat;
- d) pătratic, cu rangul matricei egal cu numărul necunoscutelor.

69) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$  astfel încât

$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = 0_n$ . Atunci  $x_1, x_2, \dots, x_k$  sunt liniar independenți numai dacă:

- a)  $(\forall) \alpha_i = 0, i = \overline{1, k}$ ;

- b)  $(\exists) \alpha_i = 0$ ;
- c)  $\alpha_i \neq 0, (\forall) i = \overline{1, k}$ ;
- d)  $k > n$ .

70) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$  astfel încât  $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = 0_n$ . Atunci  $x_1, x_2, \dots, x_k$  sunt liniar dependenți dacă:

- a)  $\alpha_i = 0, (\forall) i = \overline{1, k}$ ;
- b)  $(\exists) \alpha_i \neq 0$ ;
- c)  $k > n$ ;
- d)  $\alpha_i \neq 0, (\forall) i = \overline{1, k}$ .

71) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $X$  un spațiu liniar și vectorii  $x_1, x_2, x_3 \in X$  astfel încât  $x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 0_x$ . Atunci vectorii sunt:

- a) liniari dependenți, dacă  $\alpha = 0$ ;
- b) liniar independenți, dacă  $\alpha \neq 0$ ;
- c) liniar dependenți, dacă  $\alpha \neq 0$ ;
- d) liniar independenți, dacă  $\alpha = 0$ .

72) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$  sunt liniar independenți. Atunci:

- a)  $x_1, x_2, \dots, x_{k-1}$  sunt liniar independenți;
- b)  $x_i \neq 0_n, (\forall) i = \overline{1, n}$ ;
- c)  $k \leq n$ ;
- d)  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = 0_n$ .

73) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$  vectori oarecare astfel încât  $x_3 = x_1 - 2x_2$ . Atunci:

- a) coordonatele lui  $x_3$  sunt 1 și -2;
- b)  $x_1, x_2, x_3$  nu formează o bază în  $\mathbb{R}^3$ ;
- c)  $x_1, x_2, x_3$  sunt liniar dependenți;
- d) deoarece  $x_1 - 2x_2 - x_3 = 0_3 \Rightarrow x_1, x_2, x_3$  sunt liniar independenți.

74) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $B$  și  $B'$  două baze din spațiul liniar  $\mathbb{R}^3$  și  $S$  matricea schimbării de bază. Atunci  $S$  este:

- a) pătratică;
- b) inversabilă;
- c) dreptunghiulară;
- d) nesingulară ( $\det S \neq 0$ ).

75) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$ . Atunci ei formează o bază dacă:

- a) sunt liniar independenți și  $k \neq n$ ;

b)  $x_i \neq 0_n$  și  $k = n$ ;

c) sunt liniar independenți și  $k = n$ ;

d)  $k = n$  și din  $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = 0_n \Rightarrow \alpha_i = 0, (\forall) i = 1, k$

76) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $B = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  o bază în spațiul liniar  $X$ . Atunci:

a)  $\dim X = k$ ;

b)  $\dim X > k$ ;

c)  $\dim X < k$ ;

d)  $x_i \neq 0_n, (\forall) i = 1, k$

77) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $S$  matricea de trecere de la o bază  $B$  la baza  $B'$  și  $u_B$ , respectiv  $u_{B'}$  coordonatele vectorului  $u$  în cele două baze. Atunci au loc relațiile:

a)  $u_B = S u_{B'}$  și  $u_{B'} = S^{-1} u_B$ ;

b)  $u_B = S^T u_{B'}$  și  $u_{B'} = S^{-1} u_B$ ;

c)  $u_B = S^T u_{B'}$  și  $u_{B'} = (S^T)^{-1} u_B$ ;

d)  $u_B = S^{-1} u_{B'}$  și  $u_{B'} = S^T u_B$ .

78) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $B = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  o bază în  $R^n$ . Atunci:

a)  $x_1, x_2, \dots, x_k$  sunt liniar independenți;

b)  $k < n$ ;

c)  $k = n$ ;

d)  $k > n$ .

79) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara În spațiul liniar  $R^n$  există:

a) cel mult  $n$  baze;

b) exact  $n$  baze;

c) o singură bază;

d) o infinitate de baze.

80) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie operatorul liniar  $L: R^2 \rightarrow R^3$  și  $0_2, 0_3$  vectorii nuli ai celor două spații. Atunci:

a)  $L(0_2) = 0_2$ ;

b)  $L(0_3) = 0_2$ ;

c)  $L(0_2) = 0_3$ ;

d)  $L(0_3) = 0_3$ .

81) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Dacă  $L: R^m \rightarrow R^n$  este un operator liniar, atunci:

a) obligatoriu  $m > n$ ;

b) obligatoriu  $m < n$ ;

c)  $m$  și  $n$  sunt numere naturale oarecare, nenule;

d) obligatoriu  $m = n$ .

82) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $L: R^m \rightarrow R^n$  un operator liniar și  $\ker L$  nucleul său.

Dacă  $x_1, x_2 \in \ker L$ , atunci:

a)  $x_1 + x_2 \in \ker L$ ;

b)  $\alpha x_1 \in \ker L, (\forall) \alpha \in R$ ;

c)  $\alpha x_1 + \beta x_2 \in \ker L, (\forall) \alpha, \beta \in R$ ;

d)  $L(x_1) = x_2$ .

83) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $L: R^n \rightarrow R^m$  un operator liniar și  $\ker L$  nucleul său.

Dacă  $x \in \ker L$ , atunci:

a)  $L(x) = 0_m$ ;

b)  $L(\alpha x) = 0_m, (\forall) \alpha \in R$ ;

c)  $L(\alpha x) = 0_m$ , doar pentru  $\alpha = 0$ ;

d)  $L(x) = 0_n$ .

84) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Dacă  $L: R^m \rightarrow R^n$  este un operator liniar și  $A$  matricea sa față de o pereche de baze  $B, B'$  atunci:

a)  $A \in M_{m,n}(R)$ ;

b)  $A \in M_{n,m}(R)$ ;

c)  $B, B'$  sunt baze în  $R^m$ ;

d)  $B$  este bază în  $R^m$  și  $B'$  este bază în  $R^n$ .

85) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $L: R^n \rightarrow R^n$  un operator liniar și  $x$  un vector propriu pentru  $L$ . Atunci:

a)  $(\exists!) \lambda \in R$  astfel încât  $L(x) = \lambda x$ ;

b)  $L(\lambda x) = x, (\forall) \lambda \in R$ ;

c)  $x \neq 0_n$ ;

d)  $L(x) = \lambda x, (\forall) \lambda \in R$ .

86) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Fie  $L: R^n \rightarrow R^n$  un operator liniar și  $x$  un vector propriu corespunzător valorii proprii  $\lambda$ . Atunci:

a)  $L(x) = \lambda x$ ;

b) dacă  $L(x) = 0_n$  atunci  $x = 0_n$ ;

c)  $L(\lambda x) = \lambda^2 x$ ;

d) dacă  $L(x) = 0_n$  atunci  $\lambda = 0$ .

87) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Matricea atașată unei forme liniare  $f: R^n \rightarrow R$  este o matrice:

a) pătratică;

b) coloană;

c) linie;

d) inversabilă.

88) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara Dacă  $f: R^n \rightarrow R$  este o formă liniară, atunci:

- a)  $f(x_1 + x_2) = x_1 + x_2, \quad (\forall)x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ ;  
b)  $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2), \quad (\forall)x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ ;  
c)  $f(\alpha x) = \alpha x, \quad (\forall)\alpha \in \mathbb{R} \text{ și } (\forall)x \in \mathbb{R}^n$ ;  
d)  $f(\alpha x) = \alpha f(x), \quad (\forall)\alpha \in \mathbb{R} \text{ și } (\forall)x \in \mathbb{R}^n$ ;

**89) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Fie  $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  un operator liniar. Atunci  $L$  devine o formă liniară dacă:

- a)  $n=1$ ;  
b)  $m=1$ ;  
c)  $n=1$  și  $m=1$ ;  
d)  $n=m$ .

**90) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Fie  $Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  o formă pătratică și  $A$  matricea asociată acesteia. Atunci:

- a)  $A = A^T$ ;  
b)  $A \in M_{n,1}(\mathbb{R})$ ;  
c)  $A \in M_n(\mathbb{R})$ ;  
d)  $A$  este inversabilă.

**91) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Fie forma pătratică  $\begin{cases} Q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \\ Q(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 \end{cases}$ ,  
 $(\forall)x = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$ . Atunci matricea asociată lui  $Q$  este:

- a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ;  
b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  
c)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  
d)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ .

**92) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică  $Q: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  are matricea asociată

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Atunci  $Q$  are expresia:

- a)  $Q(x) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ ;  
b)  $Q(x) = 2x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2$ ;  
c)  $Q(x) = 2x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2$ ;  
d)  $Q(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1x_2$ .

**93) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică  $Q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  are forma canonică asociată:  
 $Q(y) = 2y_1^2 + y_2^2 + \alpha y_3^2$ . Atunci:

- a)  $Q$  este pozitiv definită, dacă  $\alpha > 0$ ;  
b)  $Q$  este negativ definită, dacă  $\alpha < 0$ ;  
c)  $Q$  este semipozitiv definită, dacă  $\alpha = 0$ ;  
d)  $Q$  nu păstrează semn constant, dacă  $\alpha < 0$ .

**94) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică  $Q: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  are matricea asociată

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Atunci forma canonică asociată este:

- a)  $Q(y) = -y_1^2 - y_2^2$ ;  
b)  $Q(y) = -y_1^2 + 3y_2^2$ ;  
c)  $Q(y) = 2y_1^2 - y_2^2$ ;  
d)  $Q(y) = -3y_1^2 + 7y_2^2$ .

**95) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică  $Q: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  are forma canonică asociată  
 $Q(y) = ay_1^2 + by_2^2$ . Atunci  $Q$  este negativ definită dacă:

- a)  $a < 0, b > 0$ ;  
b)  $a > 0, b < 0$ ;  
c)  $a < 0, b < 0$ ;  
d)  $a > 0, b > 0$ .

**96) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Fie  $Q(y) = \frac{1}{\Delta_1}y_1^2 + \frac{\Delta_1}{\Delta_2}y_2^2 + \frac{\Delta_2}{\Delta_3}y_3^2$  forma canonică asociată

formeii pătratice  $Q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . Atunci:

- a) dacă  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$ ,  $Q$  este pozitiv definită;  
b) dacă  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 < 0, \Delta_3 < 0$ ,  $Q$  este negativ definită;  
c) dacă  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 < 0, \Delta_3 > 0$ ,  $Q$  este semipozitiv definită;  
d) dacă  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 < 0$ ,  $Q$  este negativ definită.

**97) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Fie  $A$  matricea asociată formeii pătratice  $Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  și  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  minorii principali ai lui  $A$ . Pentru a aplica metoda lui Jacobi de aducere la forma canonică, trebuie obligatoriu ca:

- a)  $\Delta_i > 0, (\forall)i \in \overline{1, n}$ ;  
b)  $(\exists)\Delta_i \neq 0$ , pentru  $i \in \overline{1, n}$ ;  
c)  $(\forall)\Delta_i \neq 0$ , pentru  $i \in \overline{1, n}$ ;  
d)  $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = \Delta_n$ .



**98) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Formei pătratică oarecare  $Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  i se poate asocia:

- a) o unică formă canonică;
- b) mai multe forme canonice, dar cu același număr de coeficienți pozitivi, respectiv negativi;
- c) o matrice pătratică și simetrică;
- d) o matrice pătratică și inversabilă.

**99) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică pozitiv definită dacă:

- a)  $a_{ij} > 0, (\forall) i, j = \overline{1, n}$ ;
- b)  $Q(x) > 0, (\forall) x \in \mathbb{R}^n, x \neq 0_n$ ;
- c)  $a_{ij} \geq 0, (\forall) i, j = \overline{1, n}$ ;
- d)  $(\exists) x \in \mathbb{R}^n$  astfel încât  $Q(x) > 0$ .

**100) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică seminegativ definită dacă:

- a)  $a_{ij} < 0, (\forall) i, j = \overline{1, n}$ ;
- b)  $Q(x) \leq 0, (\forall) x \in \mathbb{R}^n, x \neq 0_n$ ;
- c)  $(\exists) a_{ij} \leq 0$ , pentru  $i, j = \overline{1, n}$ ;
- d)  $(\exists) x \in \mathbb{R}^n$  astfel încât  $Q(x) \leq 0$ .

**101) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică  $Q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  are forma canonică asociată:

$Q(y) = -y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$ . Atunci:

- a)  $Q$  este seminegativ definită;
- b)  $Q$  este negativ definită;
- c)  $(\exists) x_1, x_2 \in \mathbb{R}^3$  astfel încât  $Q(x_1) < 0$  și  $Q(x_2) > 0$ ;
- d)  $(\forall) x \in \mathbb{R}^3, x \neq 0_3$  avem  $Q(x) < 0$ .

**102) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Forma pătratică asociată:  $Q(y) = \alpha_1 y_1^2 + \alpha_2 y_2^2 + \dots + \alpha_n y_n^2$ . Atunci  $Q$  este degenerată dacă:

- a)  $(\exists) a_{ij} = 0$ , pentru  $i, j = \overline{1, n}$ ;
- b)  $(\exists) x \in \mathbb{R}^n$  astfel încât  $Q(x) = 0$ ;
- c)  $(\exists) \alpha_i = 0$ , pentru  $i = \overline{1, n}$ ;
- d)  $Q(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0_n$ .

$$\begin{cases} Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\ Q(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \end{cases} \text{ spunem că este}$$

$$\begin{cases} Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\ Q(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \end{cases} \text{ spunem că este}$$

$$\begin{cases} Q: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\ Q(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \end{cases} \text{ are forma canonică}$$

**103) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Fie  $Q(y) = \alpha_1 y_1^2 + \alpha_2 y_2^2 + \alpha_3 y_3^2$  forma canonică asociată

formeii pătratică  $Q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ . Atunci  $Q$  nu păstrează semn constant dacă:

- a)  $\alpha_1 > 0, \alpha_2 < 0, \alpha_3 > 0$ ;
- b)  $\alpha_1 < 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 < 0$ ;
- c)  $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 = 0$ ;
- d)  $\alpha_1 > 0, \alpha_2 < 0, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ .

**104) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Metoda lui Jacobi de a obține forma canonică, se poate aplica în cazul formelor pătratiche:

- a) pozitiv definite;
- b) semipozitiv definite;
- c) negativ definite;
- d) seminegativ definite.

**105) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Fie operatorul liniar  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$   $L(x) = (x_1 + x_3, 2x_1 - x_2)^T$ ,  $(\forall) x = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3$ . Atunci matricea operatorului în bazele canonice ale celor două spații are forma:

- a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;
- b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;
- c)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ;
- d)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

**106) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Matricea operatorului  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  față de baza canonică

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  din  $\mathbb{R}^2$  are expresia

- a)  $L(x) = (x_1 - x_2, 2x_1)^T$ ;
- b)  $L(x) = (x_1 + 2x_2, -x_1)^T$ ;
- c)  $L(x) = (2x_1, x_1 - x_2)^T$ ;
- d)  $L(x) = (x_1 - x_2, 2x_2)^T$ .

**107) Capitol: 2 Elemente de algebra liniara** Pentru a se determina valorile proprii ale operatorului

$L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  cu matricea corespunzătoare  $A$ , se rezolvă ecuația:

- a)  $\det(A - \lambda I_n) = 0$ ;
- b)  $\det(A^T - \lambda) = 0$ ;
- c)  $\det(A^T - \lambda I_n) = 0$ ;

d)  $\det(\mathbf{A}^T + \lambda \mathbf{I}_n) = 0$

**108) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Operatorul liniar  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  are matricea  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ .

Atunci ecuația caracteristică pentru obținerea valorilor proprii are forma:

a)  $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$ ;

b)  $\begin{vmatrix} \lambda-1 & 2 \\ 3 & \lambda+1 \end{vmatrix} = 0$ ;

c)  $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 3 \\ 2 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$ ;

d)  $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2-\lambda \\ 3-\lambda & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$ .

**109) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie operatorul liniar  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  cu matricea

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Atunci ecuația caracteristică corespunzătoare este:

a)  $\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$ ;

b)  $\lambda^2 - \lambda + 1 = 0$ ;

c)  $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$ ;

d)  $\lambda^2 - 2\lambda - 1 = 0$ .

**110) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie operatorul liniar  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ . Atunci:

a) ecuația caracteristică are gradul 3;

b) ecuația caracteristică are gradul 2;

c) operatorului nu i se poate atașa ecuația caracteristică;

d) matricea operatorului  $\mathbf{A} \in M_{3,2}(\mathbb{R})$ .

**111) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Operatorul  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  are matricea  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ .

Atunci, valorile proprii ale lui  $L$  sunt:

a)  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 0$ ;

b)  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -2$ ;

c)  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -2$ ;

d)  $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 0$ .

**112) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  matricea atașată operatorului  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ . Atunci:

a) valorile proprii ale lui  $L$  sunt:  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$ ;

b) valorile proprii ale lui  $L$  sunt:  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 2$ ;

c) operatorul nu are valori proprii reale deoarece  $\det \mathbf{A} = 0$ ;

d) sistemul caracteristic atașat este  $\begin{cases} (1-\lambda)x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + (1-\lambda)x_2 = 0 \end{cases}$ .

**113) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Operatorul  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  are valorile proprii  $\lambda_1 = 1$  și  $\lambda_2 = 2$ . Atunci:

a) dacă  $\mathbf{x}_1$  este vector propriu pentru  $\lambda_1 \Rightarrow \mathbf{x}_1$  este vector propriu pentru  $\lambda_2$ ;

b) dacă  $\mathbf{x}_1$  este vector propriu pentru  $\lambda_1 \Rightarrow \alpha \mathbf{x}_1$  este vector propriu pentru  $\lambda_1$ , pentru  $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}^*$ ;

c) dacă  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  sunt vectori proprii pentru  $\lambda_1$ , respectiv  $\lambda_2 \Rightarrow \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  sunt liniar independenți;

d) există o bază față de care matricea operatorului are forma  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

**114) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie operatorul  $\begin{cases} L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ L(\mathbf{x}) = (x_1 + x_2, x_1)^T \end{cases}$ . Atunci:

a)  $\ker L = \{(0, 0)^T\}$ ;

b)  $\ker L = \{(\alpha, -\alpha)^T \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ ;

c)  $\ker L = \{(\alpha + \beta, \alpha)^T \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ ;

d)  $\ker L = \{(\alpha, 0)^T \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ .

**115) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

a) orice spațiu liniar este grup abelian;

b) orice grup abelian este spațiu liniar;

c) există spații liniare care nu sunt grupuri abeliene;

d) există grupuri abeliene care nu sunt spații liniare.

**116) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^m$  și  $\mathbf{A}$  matricea componentelor acestora. Atunci:

a) vectorii sunt liniar independenți dacă  $\text{rang } \mathbf{A} = m$ ;

b) vectorii sunt liniar dependenți dacă  $\text{rang } \mathbf{A} < m$ ;

c) vectorii sunt liniar dependenți dacă  $\text{rang } \mathbf{A} \neq m$ ;

d) vectorii sunt liniar independenți dacă  $\text{rang } \mathbf{A} \neq 0$ .

**117) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara În spațiul  $\mathbb{R}^n$  o mulțime de vectori liniar independenți poate avea:

a) cel mult  $n$  vectori;

b) cel puțin  $n$  vectori;

c) exact  $n$  vectori;

d) o infinitate de vectori.

**118) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^m$  și  $\mathbf{A}$  matricea componentelor acestora. Atunci sunt liniar dependenți, dacă:

a)  $\text{rang } \mathbf{A} = m$ ;

b)  $\det \mathbf{A} \neq 0$ ;

- c)  $\text{rang } A < m$ ;  
d)  $\det A = 0$ .

**119) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^m$  și  $A$  matricea componentelor acestora. Atunci sunt liniar independenți, dacă:

- a)  $\text{rang } A = m$ ;  
b)  $\det A = 0$ ;  
c)  $\text{rang } A < m$ ;  
d)  $\det A \neq 0$ .

**120) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^n$  liniar independenți. Atunci, vectorii:

- a) formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ ,  $(\forall) m, n \in \mathbb{N}$ ;  
b) nu formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ , pentru nici o valoare a lui  $m$ ;  
c) formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ , numai dacă  $m = n$ ;  
d) nu conțin vectorul nul.

**121) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Mulțimea  $x_1, x_2, \dots, x_m$  este formată din vectori liniar dependenți. Atunci:

- a) oricare dintre vectori se exprima ca o combinație liniară de ceilalți;  
b) cel puțin un vector se poate exprima ca o combinație liniară de ceilalți;  
c) nici unul din vectori nu se exprimă ca o combinație liniară de ceilalți;  
d) poate conține vectorul nul.

**122) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^n$ ,  $n > 3$ , liniar independenți. Atunci:

- a) vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_n$  formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ ;  
b) vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_k$  sunt liniar independenți,  $(\forall) k = \overline{1, n}$ ;  
c) vectorii  $x_1, x_2, x_3$  formează o bază în  $\mathbb{R}^3$ ;  
d)  $x_1, x_2, x_3$  sunt liniar independenți.

**123) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Care din următoarele afirmații sunt adevărate:  
a) orice submulțime a unei mulțimi de vectori liniar independenți este tot liniar independentă;  
b) o submulțime a unei mulțimi de vectori liniar dependenți este tot liniar dependentă;  
c) coordonatele unui vector în baza canonică din  $\mathbb{R}^n$  coincid cu componentele acestuia;  
d) dacă o mulțime de vectori nu conține vectorul nul, atunci este liniar independentă.

**124) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Coordonatele unui vector din  $\mathbb{R}^n$ :  
a) sunt unice relativ la o bază fixată;  
b) se schimbă la schimbarea bazei;  
c) sunt aceleași în orice bază;  
d) în baza canonică, coincid cu componentele vectorului.

**125) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Un sistem de  $n$  vectori din  $\mathbb{R}^n$ , care conține vectorul nul:  
a) este liniar independent;  
b) este liniar dependent;

- c) nu formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ ;  
d) nu se poate spune nimic despre natura sa.

**126) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Coordonatele unui vector în două baze care diferă printr-un singur vector sunt:

- a) diferite;  
b) aceleași, cu excepția unei singure coordonate;  
c) aceleași, datorită unicității coordonatelor într-o bază;  
d) totdeauna nenule.

**127) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Dimensiunea unui spațiu vectorial este egală cu:

- a) numărul vectorilor dintr-o bază;  
b) numărul maxim de vectori liniar independenți;  
c) numărul vectorilor din spațiul considerat;  
d) numărul de baze din spațiu.

**128) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Matricea schimbării de bază este:

- a) o matrice pătratică;  
b) o matrice inversabilă;  
c) formată din coordonatele vectorilor unei baze descompuși în cealaltă bază;  
d) formată din coordonatele unui vector descompus în cele două baze.

**129) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie aplicația  $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ . Atunci  $L$  este un operator liniar dacă:

- a)  $L(x_1 + x_2) = L(x_1) + L(x_2)$ ,  $(\forall) x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$ ;  
b)  $L(\alpha x) = \alpha L(x)$ ,  $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}, (\forall) x \in \mathbb{R}^m$ ;  
c)  $L(x_1 + x_2) = L(x_1) + L(x_2)$  și  $L(\alpha x) = \alpha L(x)$ ,  $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}, (\forall) x, x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$ ;  
d)  $m = n$ .

**130) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Aplicația  $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  este un operator liniar. Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate:

- a)  $L(x_1 + x_2) = L(x_1) + L(x_2)$ ,  $(\forall) x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$ ;  
b)  $L(\alpha x) = \alpha L(x)$ ,  $(\forall) x \in \mathbb{R}^m, (\forall) \alpha \in \mathbb{R}$ ;  
c)  $L(\alpha x_1 + x_2) = \alpha L(x_1) + x_2$ ,  $(\forall) x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m, (\forall) \alpha \in \mathbb{R}$ ;  
d)  $L(\alpha x_1 + x_2) = \alpha L(x_1) + L(x_2)$ ,  $(\forall) x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$  și  $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}$ .

**131) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie  $x_1$  și  $x_2$  vectori proprii pentru operatorul liniar  $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  corespunzător la două valori proprii distincte. Atunci:

- a)  $x_1$  și  $x_2$  sunt liniar independenți;  
b)  $x_1$  și  $x_2$  pot fi liniar dependenți;  
c)  $x_1$  și  $x_2$  sunt totdeauna liniar dependenți;  
d)  $x_1$  și  $x_2$  aparțin aceluiași spațiu propriu.

**132) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie  $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  un operator liniar și  $A$  matricea sa. Atunci:

- a)  $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ ;  
b)  $A \in M_{n,m}(\mathbb{R})$ ;

- c)  $A \in M_n(\mathbb{R})$ ;  
d) obligatoriu,  $\det A \neq 0$ .

**133) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  un operator liniar. Atunci:  
a)  $L$  are cel puțin o valoare proprie reală;  
b)  $L$  are numai valori reale proprii;  
c) nu se poate pune problema valorilor proprii pentru  $L$ ;  
d) matricea lui  $L$  este dreptunghiulară.

**134) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Operatorul  $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  are  $n$  valori proprii distincte  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  cărora le corespund vectorii proprii  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Atunci:  
a)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ ;  
b)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt liniar dependenți;  
c)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt din același subspațiu propriu;  
d)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt liniar independenți.

**135) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie operatorul liniar  $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  liniar oarecare. Atunci:  
a)  $\ker L \subset \mathbb{R}^m$ ;  
b)  $\ker L \subset \mathbb{R}^n$ ;  
c)  $\ker L = \{\theta_{\mathbb{R}^n}\}$ ;  
d)  $\ker L$  este subspațiu liniar.

**136) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Unui operator liniar  $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  i se poate asocia:  
a) o matrice unică relativ la o pereche de baze fixate;  
b) o infinitate de matrice relative la perechi de baze oarecare;  
c)  $m \cdot n$  matrice;  
d) cel mult  $m$  matrice.

**137) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Nucleul unui operator liniar  $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  este:  
a) un subspațiu liniar;  
b) o mulțime de vectori liniari independenți din  $\mathbb{R}^m$ ;  
c) o mulțime de vectori liniar independenți din  $\mathbb{R}^n$ ;  
d) mulțimea formată numai din vectorul nul al lui  $\mathbb{R}^m$ .

**138) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Un operator liniar  $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  are:  
a) cel mult  $n$  valori proprii distincte;  
b) o infinitate de valori proprii;  
c) un singur vector propriu pentru fiecare valoare proprie;  
d) o infinitate de vectori proprii, pentru fiecare valoare proprie.

**139) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara În spațiul  $\mathbb{R}^n$ , o mulțime de vectori liniar independenți poate avea:  
a) mai puțin de  $n$  vectori;  
b) cel puțin  $n$  vectori;  
c) exact  $n$  vectori;  
d) cel puțin  $2n$  vectori;

**140) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^n$ , liniar independenți. Atunci ei:

- a) formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ , dacă  $m < n$ ;  
b) nu formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ , dacă  $m > n$ ;  
c) formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ , dacă  $m = n$ ;  
d) formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ , pentru  $(\forall) m, n \in \mathbb{N}^*$ .

**141) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Coordonatele unui vector din  $\mathbb{R}^n$ :  
a) sunt unice relativ la o bază;  
b) nu se schimbă la schimbarea bazei;  
c) sunt în număr de  $n$ ;  
d) sunt totdeauna nenule.

**142) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Un sistem de  $m$  vectori din  $\mathbb{R}^n$  care conține vectorul nul:  
a) este întotdeauna liniar dependent;  
b) este liniar dependent numai dacă  $m = n$ ;  
c) poate forma o bază în  $\mathbb{R}^n$  dacă  $m = n$ ;  
d) nu formează o bază în  $\mathbb{R}^n$ .

**143) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Dimensiunea unui spațiu liniar este egală cu:  
a) numărul vectorilor dintr-o bază;  
b) numărul de vectori liniar dependenți;  
c) numărul vectorilor din spațiul liniar;  
d) numărul de baze din spațiul liniar.

**144) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Matricea unei forme pătratice oarecare este o matrice:  
a) inversabilă;  
b) pătratică;  
c) simetrică;  
d) cu elementele de pe diagonala principală, nenule.

**145) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Dacă avem relația  $x_1 = \alpha x_2$  atunci vectorii:  
a)  $x_1$  și  $x_2$  sunt liniar independenți,  $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}$ ;  
b)  $x_1$  și  $x_2$  sunt liniar dependenți numai dacă  $\alpha \neq 0$ ;  
c)  $x_1$  și  $x_2$  sunt liniar dependenți,  $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}$ ;  
d)  $x_1$  și  $x_2$  sunt liniar independenți, dacă  $\alpha \neq 0$ .

**146) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara O formă pătratică este pozitiv definită dacă forma canonică atașată acesteia:  
a) are coeficienții pozitivi;  
b) are o parte din coeficienți pozitivi;  
c) se obține numai cu metoda lui Gauss;  
d) are coeficienții cu semne alternate.

**147) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara O soluție de bază a unui sistem liniar se obține:  
a) dând variabilelor principale, valoarea 0;  
b) dând variabilelor secundare, valoarea 0;  
c) dând variabilelor principale, valori nenule;

d) dând variabilelor secundare, valori strict pozitive.

**148) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara O formă liniară este pozitiv definită dacă:

- a) are toți coeficienții pozitivi;
- b) matricea atașată formei liniare are determinantul pozitiv;
- c) coeficienții matricei atașate formei liniare sunt toți pozitivi;
- d) pozitivă definire se referă numai la formele pătratice.

**149) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Dacă suma a  $n$  vectori din  $R^n$  este egală cu vectorul nul atunci:

- a) vectorii sunt liniar independenți;
- b) vectorii sunt liniar dependenți;
- c) cel puțin unul se scrie ca o combinație liniară de restul;
- d) nu formează o bază în  $R^n$ .

**150) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Dacă vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_n$  formează o bază în spațiul liniar  $X$ , atunci:

- a)  $\dim X \geq n$ ;
- b)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt liniar independenți;
- c)  $\dim X = n$ ;
- d)  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  sunt liniar independenți.

**151) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Matricea asociată unui operator liniar oarecare  $L: R^m \rightarrow R^n$ :

- a) este simetrică;
- b) depinde de bazele considerate în cele două spații;
- c) este inversabilă, dacă  $m = n$ ;
- d) este pătratică.

**152) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Nucleul unui operator liniar  $L: R^m \rightarrow R^n$ :

- a) este format din vectorii proprii corespunzători lui  $L$ ;
- b) conține totdeauna vectorul nul al spațiului  $R^m$ ;
- c) este subspațiu liniar;
- d) nu conține vectorul nul al spațiului  $R^n$ .

**153) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie vectorii  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in R^5$ , liniar independenți atunci ei:

- a) formează o bază în  $R^5$ ;
- b) nu formează o bază în  $R^5$ ;
- c) nu formează o bază în  $R^4$ ;
- d) formează o bază în  $R^4$ ;

**154) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Dacă vectorul  $x_{n+1}$  se scrie ca o combinație liniară de vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_n \in R^n$ , atunci:

- a) vectorii  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt liniar independenți;
- b)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  formează o bază în  $R^n$ ;

c)  $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$  sunt liniar dependenți;

d) nu se poate spune nimic despre natura vectorilor  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ;

**155) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Fie  $L: R^m \rightarrow R^n$  un operator liniar. Atunci  $L$  admite o valoare proprie reală dacă:

- a)  $m < n$ ;
- b)  $m > n$ ;
- c)  $m = n$  și  $m$  impar;
- d)  $m \neq n$ ;

**156) Capitol:** 2 Elemente de algebra liniara Nucleul unui operator liniar  $L: R^m \rightarrow R^n$  este:

- a) un subspațiu liniar;
- b) o mulțime din  $R^m$ ;
- c) o mulțime din  $R^n$ ;
- d) mulțimea formată din vectorul nul al lui  $R^m$ .

**157) Capitol:** 3 Elemente de programare liniara O problemă de programare liniară are întotdeauna:

- ☒ a) funcția obiectiv liniară;
- b) coeficienții funcției obiectiv nenuli;
- ☒ c) restricțiile liniare;
- d) matricea sistemului de restricții, pătratică.

**158) Capitol:** 3 Elemente de programare liniara În forma vectorială, o problemă de programare liniară are vectorii  $P_1, P_2, \dots, P_n$  definiți de:

- a) liniile matricei  $A$  corespunzătoare sistemului de restricții;
- ☒ b) coloanele matricei  $A$  corespunzătoare sistemului de restricții;
- c) coeficienții funcției obiectiv  $f$ ;
- d) termenii liberi ai sistemului de restricții.

**159) Capitol:** 3 Elemente de programare liniara În forma standard o problemă de programare liniară are întotdeauna:

- a) coeficienții funcției obiectiv nenegativi;
- b) coeficienții necunoscutelor din sistemul de restricții, nenegativi;
- ☒ c) restricțiile de tip ecuație;
- d) coeficienții funcției obiectiv nenuli.

**160) Capitol:** 3 Elemente de programare liniara Într-o problemă de programare liniară condițiile de nenegativitate cer ca:

- a) coeficienții funcției obiectiv să fie nenegativi;
- b) termenii liberi ai sistemului de restricții să fie nenegativi;
- c) funcția obiectiv să ia valori nenegative;
- ☒ d) necunoscutele problemei să fie nenegative.

**161) Capitol:** 3 Elemente de programare liniara Pentru a aplica algoritmul Simplex de rezolvare a unei probleme de programare liniară, aceasta trebuie să fie în forma:

- a) canonică;
- b) vectorială;
- ☒ c) standard;
- d) artificială.

**162) Capitol:** 3 Elemente de programare liniara Pentru a aduce o problemă de programare liniară de

maxim la una de minim se folosește relația:

- a)  $\max(f) = -\min(f)$ ;
- b)  $\max(f) = \min(-f)$ ;
- c)  $\max(f) = -\min(-f)$ ;
- d)  $\max(f) = \min(f)$ .

**163) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O mulțime  $M \subset \mathbb{R}^n$  se numește convexă dacă:

- a)  $(\exists)x_1, x_2 \in M$  a.î.  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in M, (\forall)\lambda \in \mathbb{R}$ ;
- b)  $(\forall)x_1, x_2 \in M, (\exists)\lambda \in [0,1]$  a.î.  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in M$ ;
- c)  $(\forall)x_1, x_2 \in M$  și  $(\forall)\lambda \in [0,1]$  avem:  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in M$ ;
- d)  $(\exists)x_1, x_2 \in M$  și  $(\exists)\lambda \in [0,1]$  a.î.  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in M$ .

**164) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Combinația liniară " $\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3$ " este convexă dacă:

- a)  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ ;
- b)  $\lambda_i \in [0,1], (\forall)i=1,3$  și  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ ;
- c)  $\lambda_i \in [0,1], (\forall)i=1,3$  și  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ ;
- d)  $\lambda_i \in \mathbb{R}, (\forall)i=1,3$  și  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ .

**165) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Dacă  $M \subset \mathbb{R}^n$  este o mulțime convexă spunem că  $x \in M$  este vârf (punct extrem) al mulțimii  $M$  dacă:

- a)  $(\exists)x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n, (\exists)\lambda \in [0,1]$  a.î.  $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ ;
- b)  $(\exists)x_1, x_2 \in M, (\exists)\lambda \in [0,1]$  a.î.  $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ ;
- c) nu  $(\exists)x_1, x_2 \in M$  și nu  $(\exists)\lambda \in (0,1)$  a.î.  $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ ;
- d)  $(\forall)x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n, (\exists)\lambda \in (0,1)$  a.î.  $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ .

**166) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Fie  $S_A$  mulțimea soluțiilor admisibile ale unei probleme de programare liniară. Atunci:

- a)  $(\forall)x_1, x_2 \in S_A \Rightarrow \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S_A, (\forall)\lambda \in [0,1]$ ;
- b)  $(\forall)x_1, x_2 \in S_A, (\exists)\lambda \in [0,1]$  a.î.  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \notin S_A$ ;
- c)  $(\exists)x_1, x_2 \in S_A$  a.î.  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \notin S_A, (\forall)\lambda \in [0,1]$ ;
- d)  $(\exists)x_1, x_2 \in S_A$  și  $(\exists)\lambda \in [0,1]$  a.î.  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \notin S_A$ .

**167) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Fie  $S_A$  și  $S_{AB}$  mulțimea soluțiilor admisibile, respectiv mulțimea soluțiilor admisibile de bază a unei probleme de programare liniară. Atunci, dacă  $x \in S_{AB}$  rezultă că:

- a) nu  $(\exists)x_1, x_2 \in S_A, x_1 \neq x_2$  și nu  $(\exists)\lambda \in (0,1)$  a.î.  $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ ;
- b)  $(\forall)x_1, x_2 \in S_A, x_1 \neq x_2$  avem  $x \neq \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2, (\forall)\lambda \in [0,1]$ ;
- c)  $(\exists)x_1, x_2 \in S_A, x_1 \neq x_2$  și  $(\exists)\lambda \in (0,1)$  a.î.  $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ ;
- d)  $(\forall)x_1, x_2 \in S_A$  și  $(\forall)\lambda \in (0,1)$  avem:  $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$ .

**168) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Fie  $S_A, S_{AB}, S_O$  mulțimile soluțiilor admisibile, de bază admisibile, respectiv optime pentru o problemă de programare liniară. Atunci:

- a)  $S_A \supset S_{AB}$ ;
- b)  $S_O \supset S_A$ ;
- c)  $S_A, S_{AB}$ , sunt mulțimi convexe;
- d)  $S_A, S_O$  sunt mulțimi convexe.

**169) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară În rezolvarea unei probleme de programare liniară cu algoritmul Simplex se aplică:

- a) întâi criteriul de intrare în bază, apoi criteriul de ieșire din bază;
- b) întâi criteriul de ieșire din bază, apoi criteriul de intrare în bază;
- c) criteriul de intrare și de ieșire din bază în orice ordine dorim;
- d) criteriul de optim la fiecare etapă a algoritmului.

**170) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Dacă  $x_1$  și  $x_2$  sunt două soluții optime distincte

- ( $x_1, x_2 \in S_O$ ) ale unei probleme de programare liniară, atunci:
- a)  $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S_O, (\forall)\lambda \in [0,1]$ ;
- b)  $S_O$  are o infinitate de elemente;
- c)  $f(x_1) = f(x_2)$ , cu  $f(x)$  funcția obiectiv;
- d)  $S_O$  este finită.

**171) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară În faza I a metodei celor două faze, valoarea optimă a funcției artificiale  $g(x^a) = 1$ . Atunci:

- a) se trece la faza a doua;
- b) problema inițială nu are soluție;
- c) soluția optimă a fazei I este și soluția optimă a problemei inițiale;
- d) se mai introduce o variabilă artificială.

**172) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Funcția artificială din metoda celor două faze:

- a) depinde doar de variabilele artificiale introduse;
- b) depinde doar de variabilele inițiale;
- c) are coeficienții variabilelor artificiale egali cu 1;
- d) coincide cu funcția inițială la care se adaugă variabilele artificiale.

**173) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Problema artificială se atașează unei probleme de programare:

- a) în formă canonică;
- b) în formă standard;
- c) pentru determinarea soluției optime a problemei inițiale;
- d) pentru determinarea unei soluții de bază admisibile a problemei inițiale.

**174) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară În rezolvarea unei probleme de transport metoda costului minim se aplică pentru determinarea:

- a) valorii funcției obiectiv;
- b) variabilei care intră în bază;
- c) unei soluții de bază admisibile inițiale;
- d) soluției optime.

**175) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Cantitățile  $\delta_y$  din criteriul de optim al problemelor de

transport se calculează pentru:

- a) toate celulele tabelului;
- b) celulele bazice;
- ☒ c) celulele nebazice;
- d) celulele cu costuri minime.

176) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Soluția unei probleme de transport este optimă dacă:

- a)  $(\forall) \delta_{ij} > 0$ ;
- b)  $(\exists) \delta_{ij} \leq 0$ ;
- ☒ c)  $(\forall) \delta_{ij} \leq 0$ ;
- d)  $(\exists) \delta_{ij} \geq 0$ .

177) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport este degenerată dacă:

- a)  $(\exists) \delta_{ij} = 0$ , cu  $(i, j)$  celulă nebazică;
- ☒ b)  $(\exists) x_{ij} = 0$ , cu  $(i, j)$  celulă bazică;
- c)  $(\forall) x_{ij} = 0$ , cu  $(i, j)$  celulă nebazică;
- d)  $(\forall) \delta_{ij} = 0$ , cu  $(i, j)$  celulă nebazică.

178) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport cu 2 depozite și 5 centre de desfacere este degenerată dacă are:

- a) 6 componente nenule;
- ☒ b) 7 componente egale cu 0;
- c) cel mult 5 componente nenule;
- d) exact 5 componente nenule.

179) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Soluția optimă a unei probleme de transport este unică

dacă cantitățile  $\delta_{ij}$  corespunzătoare acestora sunt toate:

- a) strict pozitive;
- ☒ b) strict negative;
- c) egale cu 0;
- d) diferite de 0.

180) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Soluția unei probleme de transport este optimă dacă:

- a)  $(\forall) \delta_{ij} \geq 0$ ;
- b)  $(\exists) \delta_{ij} \geq 0$ ;
- ☒ c)  $(\forall) \delta_{ij} \leq 0$ ;
- d)  $(\exists) \delta_{ij} \leq 0$ .

181) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport va intra în bază variabila

$x_{ij}$  corespunzătoare cantității  $\delta_{ij}$  dată de relația:

- a)  $\delta_{ij} = \min \{ \delta_{kl} > 0 \}$ ;
- ☒ b)  $\delta_{ij} = \max \{ \delta_{kl} > 0 \}$ ;
- c)  $\delta_{ij} = \min \{ \delta_{kl} < 0 \}$ ;

d)  $\delta_{ij} = \max \{ \delta_{kl} < 0 \}$

182) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport cu  $m$  depozite și  $m$  centre de desfacere, variabilele nebazice ale unei soluții de bază admisibile sunt:

- a) toate pozitive;
- ☒ b) toate egale cu 0;
- c) în număr de  $2m-1$ ;
- ☒ d) în număr de  $m^2 - 2m + 1$ .

183) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport, noțiunea de ciclu se atașează:

- a) celulelor bazice;
- ☒ b) celulelor nebazice;
- c) tuturor celulelor;

d) unei celulelor care au costurile  $c_{ij} < 0$

184) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Coeficienții funcției obiectiv a unei probleme de transport oarecare sunt:

- a) numere reale oarecare;
- b) toți egali cu 1;
- ☒ c) numere nenegative;
- d) egali cu costurile de transport;

185) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Pentru o problemă de programare liniară, care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

- ☒ a) o soluție de bază admisibilă este punct extrem al mulțimii soluțiilor admisibile;
- ☒ b) un punct extrem al mulțimii soluțiilor admisibile este o soluție de bază admisibilă;
- c) orice soluție optimă este o soluție de bază admisibilă;
- d) orice soluție de bază admisibilă este soluție optimă.

186) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de programare liniară se folosesc variabile de compensare când:

- ☒ a) restricțiile sunt de forma " $\leq$ ";
- ☒ b) restricțiile sunt de forma " $\geq$ ";
- c) restricțiile sunt de forma " $=$ ";
- d) termenii liberi sunt negativi.

187) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O soluție de bază admisibilă are componente:

- ☒ a) nenegative;
- b) numai strict pozitive;
- c) negative;
- d) numere reale oarecare.

188) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are mai multe soluții optime dacă:

- ☒ a)  $z_j - c_j \leq 0$  și există vectori  $P_j$  care nu fac parte din baza cu  $z_j - c_j = 0$ , care au și coordonate strict pozitive;
- b)  $z_j - c_j \leq 0$  și există vectori  $P_j$  care nu fac parte din baza cu  $z_j - c_j = 0$ , care au toate coordonatele strict negative;
- c)  $z_j - c_j \leq 0$  și pentru vectorii  $P_j$  care nu fac parte din baza avem  $z_j - c_j > 0$ ;

d) există diferențe  $z_j - c_j > 0$ .

**189) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară cu cerința de minim pentru funcția obiectiv, admite optim infinit dacă:

a) există vectori  $P_j$  cu toate coordonatele negative, care nu fac parte din bază și pentru care  $z_j - c_j > 0$ ;

b) există vectori  $P_j$  cu coordonate pozitive care nu fac parte din bază și pentru care  $z_j - c_j > 0$ ;

c)  $z_j - c_j \leq 0$  și există vectori  $P_j$  cu coordonate pozitive, care nu fac parte din baza și pentru care avem  $z_j - c_j < 0$ ;

d) funcția obiectiv are coeficienți strict negativi.

**190) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară În forma standard, o problemă de programare liniară are:

a) numărul restricțiilor cel mult egal cu al necunoscutelor;

b) numărul restricțiilor cel puțin egal cu al necunoscutelor;

c) funcția obiectiv numai cu coeficienți pozitivi;

d) termenii liberi ai sistemului de restricții, nuli.

**191) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Dacă matricea unei probleme de programare liniară în forma standard are rangul egal cu numărul restricțiilor, atunci:

a) problema nu are soluții admisibile;

b) restricțiile sunt independente;

c) problema are optim infinit;

d) se introduc variabile artificiale.

**192) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru a aduce o problemă de programare liniară la forma standard, se folosesc variabile:

a) artificiale;

b) de compensare;

c) negative;

d) de bază.

**193) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Soluțiile admisibile ale unei probleme de programare liniară formează totdeauna o mulțime:

a) finită;

b) mărginită;

c) convexă;

d) nemărginită.

**194) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Soluțiile de bază admisibile ale unei probleme de programare liniară formează o mulțime:

a) finită;

b) nemărginită;

c) convexă;

d) mărginită;

**195) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O soluție de bază admisibilă are numai componente:

a) nenegative;

b) strict pozitive;

c) negative;

d) artificiale.

**196) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru aplicarea algoritmului Simplex, soluția de bază inițială a unei probleme de programare liniară trebuie să fie:

a) degenerată;

b) admisibilă;

c) neadmisibilă;

d) cu toate componentele mai mici sau egale cu 0.

**197) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport cu  $m$  depozite și  $n$  centre are:

a) cel mult  $m+n-1$  componente nenule;

b) cel puțin  $m+n-1$  componente nenule;

c) cel mult  $m+n-1$  componente negative;

d) numai componente nenegative.

**198) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru o problemă de transport care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

a) admite totdeauna o soluție de bază admisibilă;

b) o soluție de bază admisibilă are cel puțin  $m+n-1$  componente strict pozitive;

c) are totdeauna optim finit;

d) funcția obiectiv este liniară;

**199) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport metoda perturbării se aplică atunci când:

a) soluția inițială este degenerată;

b) pe parcursul rezolvării se obține o soluție degenerată;

c) problema nu este echilibrată;

d) problema are mai multe soluții optime.

**200) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de transport, pentru care există  $\delta_{ij} = 0$  pentru o variabilă (componenta) nebazică a soluției optime, are:

a) optim infinit;

b) mai multe soluții optime;

c) soluție optimă unică;

d) soluția inițială degenerată.

**201) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Metoda grafică de rezolvare a problemelor de programare liniară se aplică pentru probleme:

a) cu cel puțin două necunoscute;

b) cu cel mult două inecuații;

c) cu două necunoscute;

d) numai pentru probleme de minim.

**202) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru o problemă de programare liniară, mulțimea  $S_A$  a soluțiilor admisibile și mulțimea  $S_{AB}$  a soluțiilor admisibile de bază satisfac relațiile:

a)  $S_A \subset S_{AB}$ ;

b)  $S_A = S_{AB}$ ;

c)  $S_A \supset S_{AB}$ ;

d)  $S_A \cup S_{AB} = S_A$ .



**203) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară are:

- a) optim (finit sau nu) sau nici o soluție admisibilă;
- b) numai optim finit;
- c) întotdeauna o unică soluție optimă;
- d) întotdeauna optim nenegativ.

**204) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru a aplica algoritmul de rezolvare a unei probleme de transport trebuie ca:

- a) problema să fie echilibrată și numărul depozitelor să fie egal cu al centrelor;
- b) problema să fie echilibrată și să avem o soluție de bază inițială nedegenerată;
- c) să avem o soluție de bază degenerată și mai multe depozite decât magazine;
- d) soluția optimă să fie unică.

**205) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru a rezolva o problemă de transport neechilibrată:

- a) se introduce un nou depozit, dacă cererea este mai mare decât oferta;
- b) se introduce un nou centru, dacă cererea este mai mică decât oferta;
- c) se aplică metoda perturbării;
- d) se introduc variabile de compensare.

**206) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru o problemă de programare liniară care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

- a) orice soluție de bază admisibilă este soluție optimă;
- b) orice soluție de bază este o soluție de bază admisibilă;
- c) orice soluție optimă este o soluție admisibilă;
- d) mulțimea soluțiilor admisibile este convexă.

**207) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de programare liniară nu se folosesc variabile de compensare când:

- a) restricțiile sunt de forma " $\leq$ ";
- b) restricțiile sunt de forma " $\geq$ ";
- c) restricțiile sunt de forma " $=$ ";
- d) sistemul inițial de restricții este în forma standard.

**208) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară de *minim* are mai multe soluții optime dacă avem satisfăcut criteriul de optim și:

- a) există vectori  $P_j$  din bază, cu  $z_j - c_j = 0$ , care au coordonate pozitive;
- b) există vectori  $P_j$  care nu fac parte din bază, cu  $z_j - c_j = 0$ , care au coordonate pozitive;
- c) pentru vectorii  $P_j$  care nu fac parte din bază, avem  $z_j - c_j < 0$ ;
- d) există vectori  $P_j$  care nu fac parte din bază, cu  $z_j - c_j = 0$ , care au coordonate negative.

**209) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară de *minim* admite optim infinit dacă:

- a) criteriul de optim nu este satisfăcut și vectorii din afara bazei au toate coordonatele negative;
- b) criteriul de optim este satisfăcut și vectorii din afara bazei au coordonatele negative;
- c) criteriul de optim nu este satisfăcut și vectorii din afara bazei au și coordonate pozitive;
- d) criteriul de optim este satisfăcut și vectorii din bază au toate coordonatele pozitive.

**210) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară de *minim* admite soluție optimă unică dacă:

- a) criteriul de optim este satisfăcut și toți vectorii din afara bazei au diferențele  $z_j - c_j < 0$ ;

b) criteriul de optim este satisfăcut și toți vectorii din afara bazei cu diferențele  $z_j - c_j = 0$  au și coordonate pozitive;

c) criteriul de optim este satisfăcut și vectorii din afara bazei cu diferențele  $z_j - c_j = 0$  au coordonatele negative;

d) criteriul de optim nu este satisfăcut și toți vectorii din afara bazei au diferențele  $z_j - c_j > 0$ .

**211) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară În forma standard, o problemă de programare liniară are:

- a) numărul restricțiilor cel mult egal cu al necunoscutelor;
- b) restricțiile de tip ecuație;
- c) restricțiile de tip inecuație;
- d) variabile artificiale.

**212) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Dacă matricea unei probleme de programare liniară în forma standard are rangul egal cu numărul restricțiilor atunci:

- a) problema are întotdeauna soluții de bază admisibile;
- b) restricțiile sunt independente;
- c) problema are soluție optimă unică;
- d) s-au introdus variabile artificiale.

**213) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Pentru a aduce o problemă de programare liniară la forma standard se folosesc:

- a) variabile artificiale;
- b) variabile de compensare;
- c) variabile de bază;
- d) transformări elementare.

**214) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară Soluțiile optime ale unei probleme de programare liniară formează totdeauna o mulțime:

- a) finită;
- b) mărginită;
- c) convexă;
- d) finită și convexă.

**215) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O soluție de bază admisibilă nedegenerată are întotdeauna componentele principale:

- a) nenegative;
- b) strict pozitive;
- c) negative;
- d) egale cu 0.

**216) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de transport cu 3 centre și 4 depozite, are soluția de bază inițială nedegenerată, dacă aceasta are:

- a) 3 componente pozitive;
- b) 6 componente pozitive;
- c) 7 componente pozitive;
- d) 4 componente pozitive.

**217) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară poate fi rezolvată cu algoritmul Simplex numai dacă:

- a) este în forma standard;
- b) numărul necunoscutelor este egal cu cel al restricțiilor;

$m+n-1=6$

- c) este echilibrată;
- d) funcția obiectiv are coeficienți nenegativi.

218) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Pentru a rezolva o problemă de transport trebuie ca:

- a) numărul depozitelor să fie egal cu al centrelor;
- b) problema să fie echilibrată;
- c) soluția inițială să fie obligatoriu degenerată;
- d) costurile de transport să fie numere întregi.

219) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Metoda celor două faze se aplică:

- a) numai când problema inițială este de minim;
- b) pentru determinarea unei soluții de bază admisibile a problemei inițiale;
- c) pentru determinarea soluției optime a problemei inițiale;
- d) cu o funcție obiectiv diferită de funcția inițială.

220) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de transport:

- a) are întotdeauna soluție optimă finită;
- b) poate avea optim infinit;
- c) poate avea mai multe soluții optime;
- d) este totdeauna echilibrată.

221) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Pentru a determina soluția inițială a unei probleme de transport:

- a) se aplică metoda diagonalei;
- b) se aplică transformări elementare;
- c) se folosește întotdeauna metoda perturbării;
- d) problema trebuie să fie echilibrată.

222) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Pentru aplicarea algoritmului Simplex este necesar ca:

- a) sistemul în forma standard să admită soluție unică;
- b) sistemul în forma standard să aibă cel puțin o soluție de bază admisibilă;
- c) coeficienții funcției obiectiv să fie nenegativi;
- d) problema inițială să fie obligatoriu de maxim.

223) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Soluția unei probleme de transport este optimă dacă:

- a) costurile de transport  $c_{ij} \geq 0$ ;
- b) toți  $\delta_{ij} \leq 0$ ;
- c) toți  $\delta_{ij} \geq 0$ ;
- d) există  $\delta_{ij}$  strict pozitiv.

224) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Criteriul de optim al unei probleme de programare de minim este satisfăcut dacă:

- a) toate diferențele  $z_j - c_j \leq 0$ ;
- b) există diferențe  $z_j - c_j \leq 0$ ;
- c) toate diferențele  $z_j - c_j \geq 0$ ;
- d) toți vectorii  $P_j$  din afara bazei au diferențele  $z_j - c_j \leq 0$ .

225) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de transport are optim infinit:

- a) dacă se aplică metoda perturbării;

b) niciodată;

- c) dacă toți  $\delta_{ij} \leq 0$ ;
- d) dacă există  $\delta_{ij} > 0$ .

226) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de transport are întotdeauna:

- a) optim finit;
- b) cel puțin o soluție de bază admisibilă;
- c) optim negativ;
- d) o infinitate de soluții optime.

227) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Funcția obiectiv a problemei artificiale are:

- a) totdeauna optim finit;
- b) coeficienții mai mari decât 1;
- c) optim negativ;
- d) coeficienți nenegativi.

228) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Dacă funcția artificială are optim strict pozitiv, atunci:

- a) problema inițială nu are soluții;
- b) în bază au rămas variabile artificiale;
- c) problema inițială are optim infinit;
- d) soluția optimă a problemei inițiale coincide cu soluția optimă a problemei artificiale.

229) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport coeficienții funcției obiectiv reprezintă:

- a) cheltuieli de depozitare;
- b) cheltuieli de desfacere;
- c) cheltuieli de transport;
- d) costuri de achiziție a mărfii de transportat.

230) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport vom avea și costuri de transport egale cu 0, dacă:

- a) soluția inițială este degenerată;
- b) problema inițială este neechilibrată;
- c) problema are mai multe soluții optime;
- d) se aplică metoda perturbării.

231) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport va intra în bază variabila corespunzătoare lui:

- a)  $\delta_{ij} > 0$ , maxim;
- b)  $\delta_{ij} > 0$ , minim;
- c)  $\delta_{ij} < 0$ , maxim;
- d)  $\delta_{ij} < 0$ , minim.

232) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Ciclul unei celule nebazice este format:

- a) din cel puțin 4 celule;
- b) din cel mult 4 celule;
- c) dintr-un număr par de celule;
- d) numai cu celule nebazice.

233) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Problemele de transport:

- a) sunt cazuri particulare de probleme de programare liniară;  
b) au optim finit sau infinit;  
c) au numai optim finit;  
d) sunt totdeauna echilibrate.

234) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Într-o problemă de transport criteriul de ieșire se aplică:

- a) celulelor cu număr impar din ciclul celulei care intră în bază;  
b) celulelor cu număr par din ciclul celulei care intră în bază;  
c) tuturor celulelor din ciclul celulei care intră în bază;  
d) celulelor cu costuri minime din ciclul celulei care intră în bază.

235) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are următorul tabel Simplex:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | -1             | -3             | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>1</sub>                 | 2              | 1              | 1              | 0              | 2              | -1             | 1              |
| P <sub>2</sub>                 | -1             | 3              | 0              | 1              | 3              | 2              | 1              |
| Z <sub>j</sub> -C <sub>j</sub> |                | -1             | 0              | 0              | 4              | -4             | 1              |

Atunci:

- a) intră în bază P<sub>3</sub>;  
b) intră în bază P<sub>5</sub>;  
c) iese din bază P<sub>1</sub>;  
d) iese din bază P<sub>2</sub>.

236) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Fie următorul tabel Simplex al unei probleme de programare liniară:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | -1             | -3             | 2              | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>3</sub>                 | 2              | 1              | 0              | 2              | 1              | 1              | 1              |
| P <sub>1</sub>                 | -1             | 1              | 1              | -1             | 0              | 2              | -1             |
| Z <sub>j</sub> -C <sub>j</sub> |                | 1              | 0              | α              | 0              | 0              | 3              |

Atunci:

- a) α = 2;  
b) α = 5;  
c) α = 4;  
d) α = 8.

237) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară are următorul tabel Simplex:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | 1              | 3              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> |
| P <sub>3</sub>                 | 3              | 2              | 0              | -1             | 1              | -1             |
| P <sub>1</sub>                 | 2              | 1              | 1              | 1              | 0              | 3              |
| Z <sub>j</sub> -C <sub>j</sub> |                | f              | α              | -2             | 0              | 3              |

Atunci:

- a) f = 3, α = 2;  
b) f = 8, α = 2;  
c) f = 8, α = 0;

d) f = 3, α = -1.

238) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are următorul tabel Simplex:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | 0              | -1             | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> |
| P <sub>2</sub>                 | 0              | 1              | 1              | 1              | 0              | -3             |
| P <sub>3</sub>                 | -1             | 3              | -1             | 0              | 1              | -1             |
| Z <sub>j</sub> -C <sub>j</sub> |                | -3             | -1             | 0              | 0              | 1              |

Atunci soluția optimă a problemei este:

- a)  $x_0 = (0, -1, 0, 0)^T$ ;  
b)  $x_0 = (1, 3, 0, 0)^T$ ;  
c)  $x_0 = (0, 1, 3, 0)^T$ ;  
d) problema are optim infinită.

239) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are următorul tabel Simplex:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | 2              | -1             | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> |
| P <sub>2</sub>                 | 2              | 2              | 0              | 1              | -2             | -1             |
| P <sub>1</sub>                 | 2              | 1              | 1              | 0              | 1              | -2             |
| Z <sub>j</sub> -C <sub>j</sub> |                | f              | 0              | 0              | -1             | -6             |

Atunci:

- a) f = 3 și soluția optimă este  $x_0 = (2, 1, 0, 0)^T$ ;  
b) f = 6 și soluția optimă este  $x_0 = (2, 1, 0, 0)^T$ ;  
c) f = 6 și soluția optimă este  $x_0 = (1, 2, 0, 0)^T$ ;  
d) problema admite soluție optimă unică.

240) Capitol: 3 Elemente de programare liniară O problemă de programare liniară cu cerințe de minim are următorul tabel Simplex:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | -1             | -2             | -1             | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>2</sub>                 | -2             | 3              | 1              | 1              | 0              | -1             | 1              |
| P <sub>3</sub>                 | -1             | 1              | 4              | 0              | 1              | 2              | 1              |
| Z <sub>j</sub> -C <sub>j</sub> |                | -7             | -5             | 0              | 0              | 0              | -3             |

Atunci:

- a) vectorul P<sub>1</sub> va intra în bază;  
b) vectorul P<sub>3</sub> va ieși din bază;  
c) problema admite soluția optimă unică  $x_0 = (0, 3, 1, 0, 0)^T$ ;  
d) problema are o infinitate de soluții optime.

241) Capitol: 3 Elemente de programare liniară Care din elementele următorului tabel Simplex nu sunt corecte?

| B              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | 1              | 3              | 0              | 0              |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>3</sub> | 3              | 1              | 2              | 0              | 1              | 1              | 1              |

|                                |   |   |   |   |   |   |    |
|--------------------------------|---|---|---|---|---|---|----|
| P <sub>2</sub>                 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | -1 |
| Z <sub>i</sub> -C <sub>j</sub> |   | 3 | 3 | 0 | 0 | 4 | -2 |

- a) elementele de pe coloana C<sub>B</sub>;  
b) diferențele  $Z_i - C_i$  și  $Z_5 - C_5$ ;  
c) valoarea funcției obiectiv;  
d) componentele vectorului P<sub>3</sub>.

**242) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară. În următorul tabel Simplex, pentru o problemă de programare liniară cu cerința de minim:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | -1             | 2              | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>1</sub>                 | 2              | 3              | 1              | -1             | 2              | 0              | 1              |
| P <sub>4</sub>                 | 0              | 1              | 0              | 3              | -1             | 1              | 3              |
| Z <sub>i</sub> -C <sub>j</sub> |                | 6              | 0              | -1             | 2              | 0              | 2              |

- a) diferența  $Z_2 - C_2$  este greșit calculată;  
b) intră în bază P<sub>3</sub> sau P<sub>5</sub>;  
c) iese din bază P<sub>4</sub> dacă intră P<sub>5</sub>;  
d) iese din bază P<sub>4</sub> dacă intră P<sub>3</sub>.

**243) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară. În tabelul Simplex de mai jos, cu cerințe de minim pentru funcția obiectiv

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | -2             | 3              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> |
| P <sub>4</sub>                 | 0              | 3              | -1             | 0              | -1             | 1              |
| P <sub>2</sub>                 | -2             | 1              | 2              | 1              | -2             | 0              |
| Z <sub>i</sub> -C <sub>j</sub> |                | -2             | -6             | 0              | $\alpha$       | 0              |

- a)  $\alpha = -8$  și problema admite soluție unică;  
b)  $\alpha = 1$  și P<sub>3</sub> intră în bază, iar P<sub>2</sub> iese din bază;  
c)  $\alpha = 1$  și problema admite optim infinit;  
d)  $\alpha = -5$  și problema admite o infinitate de soluții.

**244) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară. În tabelul Simplex de mai jos

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | 2              | -1             | 1              | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> | P <sub>6</sub> |
| P <sub>1</sub>                 | 2              | 4              | 1              | 0              | 0              | 1              | 0              | 1              |
| P <sub>3</sub>                 | -1             | 1              | 0              | -1             | 1              | 0              | 0              | 1              |
| P <sub>5</sub>                 | 0              | 3              | 0              | 1              | 0              | 2              | $\gamma$       | 1              |
| Z <sub>i</sub> -C <sub>j</sub> |                | $f$            | 0              | $\alpha$       | $\beta$        | 1              | 0              | 1              |

constantele  $f, \alpha, \beta, \gamma$  au următoarele valori:

- a)  $f = 8, \alpha = -1, \beta = -1, \gamma = 1$ ;  
b)  $f = 7, \alpha = -1, \beta = 1, \gamma = 1$ ;  
c)  $f = 7, \alpha = -1, \beta = 0, \gamma = 1$ ;  
d)  $f = 10, \alpha = -1, \beta = 0, \gamma = -1$ .

**245) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară. Din tabelul Simplex de mai jos pentru o problemă de programare liniară cu cerințe de minim:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | -1             | 2              | 3              | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>3</sub>                 | 3              | 6              | -3             | 0              | 1              | -1             | 2              |
| P <sub>2</sub>                 | 2              | 4              | 4              | 1              | 0              | -1             | -4             |
| Z <sub>i</sub> -C <sub>j</sub> |                | 26             | 0              | 0              | 0              | -5             | -2             |

rezultă că:

- a) problema are optim infinit;  
b)  $x_0 = (0, 6, 4, 0, 0)^T$  soluție optimă unică;  
c)  $x_0 = (0, 3, 2, 0, 0)^T$  soluție optimă unică;  
d)  $x_0 = (0, 4, 6, 0, 0)^T$  soluție optimă, dar nu este unică.

**246) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară. Din tabelul Simplex de mai jos pentru o problemă de programare liniară cu cerințe de minim:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | 1              | 3              | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>3</sub>                 | 3              | 4              | 0              | 1              | 1              | 0              | 1              |
| P <sub>1</sub>                 | 2              | 1              | 1              | -1             | 0              | 0              | -2             |
| P <sub>4</sub>                 | 0              | 3              | 0              | 2              | 0              | 1              | 1              |
| Z <sub>i</sub> -C <sub>j</sub> |                | 14             | 0              | 0              | 0              | 0              | -1             |

rezultă că:

- a)  $x_0 = (1, 0, 4, 3, 0)^T$  este soluție optimă;  
b)  $x_0 = (4, 1, 3, 0, 0)^T$  este soluție optimă;  
c) problema are o infinitate de soluții optime;  
d) problema admite optim infinit.

**247) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară. În tabelul Simplex de mai jos pentru o problemă de programare liniară cu cerințe de minim:

| B                              | C <sub>B</sub> | P <sub>0</sub> | 2              | 0              | -1             | 0              | 0              |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                                |                |                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | P <sub>4</sub> | P <sub>5</sub> |
| P <sub>3</sub>                 | -1             | 3              | 2              | 0              | 1              | -2             | -2             |
| P <sub>2</sub>                 | 0              | 1              | 3              | 1              | 0              | 1              | 3              |
| Z <sub>i</sub> -C <sub>j</sub> |                | -3             | -4             | 0              | 0              | 2              | 2              |

- a) poate intra în bază P<sub>4</sub> sau P<sub>5</sub>;  
b) va ieși din bază numai P<sub>2</sub>;  
c) poate ieși din bază P<sub>2</sub> sau P<sub>3</sub>;  
d) soluția de bază admisibilă găsită este  $x = (0, 1, 3, 0, 0)^T$ .

**248) Capitol:** 3 Elemente de programare liniară. Problema de transport de forma:

|                | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> |          |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| D <sub>1</sub> |                | 1              | 3              | 2        |
| D <sub>2</sub> |                | 4              | 2              | 1        |
| D <sub>3</sub> |                | 1              | 2              | $\alpha$ |

|  |    |  |    |  |    |  |  |
|--|----|--|----|--|----|--|--|
|  |    |  |    |  |    |  |  |
|  | 30 |  | 20 |  | 15 |  |  |

este:

- a) echilibrată, dacă  $\alpha = 15$ ;  
b) neechilibrată, dacă  $\alpha = 15$ ;  
c) echilibrată, dacă  $\alpha = 25$ ;  
d) echilibrată pentru  $(\forall)\alpha > 0$ , deoarece are același număr de depozite și de centre de desfacere.

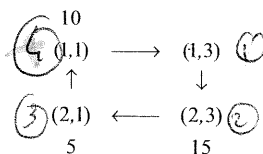
249) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1. Soluția de bază admisibilă a unei probleme de transport este dată de tabelul:

|                |    | C <sub>1</sub> |          | C <sub>2</sub> |    | C <sub>3</sub> |         | C <sub>4</sub> |  |    |
|----------------|----|----------------|----------|----------------|----|----------------|---------|----------------|--|----|
| D <sub>1</sub> |    | 2              |          | 1              |    | 3              |         | 2              |  | 30 |
|                | 15 |                | $\alpha$ |                |    |                |         |                |  |    |
| D <sub>2</sub> |    | 1              |          | 4              |    | 1              |         | 3              |  | 20 |
|                |    |                | 5        |                | 15 |                | $\beta$ |                |  |    |
| D <sub>3</sub> |    | 5              |          | 2              |    | 2              |         | 1              |  | 30 |
|                |    |                |          |                |    |                | 30      |                |  |    |
|                |    | 15             |          | 20             |    | 15             |         | 30             |  |    |

Atunci:

- a)  $\alpha = 30, \beta = 20$ ;  
b)  $\alpha = 15, \beta = 5$ ;  
c)  $\alpha = 15, \beta = 0$ ;  
d)  $\alpha = 20, \beta = 10$ .

250) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1. Într-o problemă de transport ciclul celulei (1,3) care intră în bază este:



Atunci va ieși din bază variabila:

- a)  $x_{11}$ ;  
b)  $x_{21}$ ;  
c)  $x_{23}$ ;  
d) oricare dintre  $x_{11}$  și  $x_{23}$ .

251) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1. O soluție de bază admisibilă a unei probleme de transport este dată de tabelul:

|                |    | C <sub>1</sub> |    | C <sub>2</sub> |   | C <sub>3</sub> |  |
|----------------|----|----------------|----|----------------|---|----------------|--|
| D <sub>1</sub> |    | 2              |    | 1              |   | 3              |  |
|                | 10 |                | 10 |                |   |                |  |
| D <sub>2</sub> |    | 1              |    | 4              |   | 2              |  |
|                |    |                | 25 |                | 5 |                |  |
| D <sub>3</sub> |    | 3              |    | 2              |   | 5              |  |
|                |    |                |    |                |   | 15             |  |

Atunci:

- a) cantitatea totală de marfă care trebuie transportată este de 65 u.m.;  
b) cantitatea de marfă din depozitul D<sub>2</sub> este de 25 u.m.;

- c)  $\delta_{13} = 3$ ;  
d)  $\delta_{13} = -4$ .

252) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1. Fie problema de transport dată de următorul tabel:

|                |  | C <sub>1</sub> |  | C <sub>2</sub> |  | C <sub>3</sub> |  |    |
|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----|
| D <sub>1</sub> |  | 2              |  | 3              |  | 3              |  | 20 |
| D <sub>2</sub> |  | 4              |  | 3              |  | 2              |  | 20 |
| D <sub>3</sub> |  | 1              |  | 5              |  | 2              |  | 30 |
|                |  |                |  |                |  |                |  |    |
|                |  | 15             |  | 35             |  | 20             |  |    |

Aplicând metoda costului minim se determină mai întâi valoarea lui:

- a)  $x_{11}$ ;  
b)  $x_{13}$ ;  
c)  $x_{31}$ ;  
d)  $x_{11}$  sau  $x_{31}$ .

253) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1. Fie problema de transport:

|                |  | C <sub>1</sub> |  | C <sub>2</sub> |  |    |
|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----|
| D <sub>1</sub> |  | 2              |  | 1              |  | 20 |
| D <sub>2</sub> |  | 1              |  | 3              |  | 20 |
|                |  |                |  |                |  |    |
|                |  | 10             |  | 10             |  |    |

Atunci problema:

- a) este echilibrată deoarece numărul de depozite este egal cu numărul de centre de desfacere;  
b) este echilibrată deoarece depozitele conțin aceeași cantitate de marfă;  
c) este echilibrată deoarece centrele de desfacere solicită aceeași cantitate de marfă;  
d) este neechilibrată.

254) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1. Fie soluția de bază admisibilă a unei probleme de transport dată de tabelul:

|                |    | C <sub>1</sub> |    | C <sub>2</sub> |    | C <sub>3</sub> |  |
|----------------|----|----------------|----|----------------|----|----------------|--|
| D <sub>1</sub> |    | 2              |    | 1              |    | 3              |  |
|                | 15 |                | 5  |                |    |                |  |
| D <sub>2</sub> |    | 1              |    | 4              |    | 2              |  |
|                |    |                | 10 |                | 20 |                |  |

Atunci  $\delta_{21}$  se calculează după relația:

- a)  $\delta_{21} = 1 - 2 + 1 - 4$ ;  
b)  $\delta_{21} = 0 - 15 + 5 - 10$ ;  
c)  $\delta_{21} = -1 + 2 - 1 + 4$ ;  
d)  $\delta_{21} = -0 + 15 - 5 + 10$ .

255) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1. Soluția de bază inițială a unei probleme de transport este dată de tabelul:

|                |    | C <sub>1</sub> |  | C <sub>2</sub> |  |
|----------------|----|----------------|--|----------------|--|
| D <sub>1</sub> |    | 1              |  | 2              |  |
|                | 20 |                |  |                |  |
| D <sub>2</sub> |    | 1              |  | 3              |  |

|                |    |    |   |
|----------------|----|----|---|
|                | 10 | 5  |   |
| D <sub>3</sub> |    | 2  | 2 |
|                |    | 10 |   |

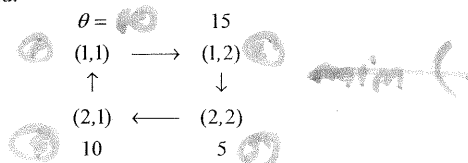
Atunci valoarea funcției obiectiv  $f$ , corespunzătoare acestei soluții este:

- a)  $f = 45$ ;  
**b)  $f = 65$ ;**  
c)  $f = 35$ ;  
d)  $f = 55$ .

256) Capitol: 3 Elemente de programare liniară 1.

Într-o problemă de transport variabila  $x_{11}$  intră

în bază și are următorul ciclu:



Atunci:

- a)  $\theta = 15$ ;  
b)  $\theta = 5$ ;  
**c)  $\theta = 10$ ;**  
d)  $x_{21}$  iese din bază.

257) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , convergentă. Atunci, asociind termenii în grupe finite:

- a) seria poate deveni divergentă;  
b) seria rămâne convergentă;  
c) seria rămâne convergentă numai dacă  $a_n \geq 0$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$ ;  
d) suma seriei nu se modifică.

258) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Care dintre următoarele operații poate modifica natura unei serii divergente:

- a) asocierea termenilor seriei în grupe finite;  
b) adăugarea unui număr finit de termeni la termenii seriei;  
c) eliminarea unui număr finit de termeni ai seriei;  
d) înmulțirea termenilor seriei cu un scalar nenul.

259) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Suma unei serii convergente se modifică când:

- a) asociem termenii seriei în grupe finite;  
b) adăugăm un număr finit de termeni pozitivi la termenii seriei;  
c) suprimăm un număr finit de termeni ai seriei;  
d) înmulțim termenii seriei cu un scalar nenul.

260) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie seria numerică  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$ . Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate:

a) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge, atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;

b) dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , atunci  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;

c) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge, atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ ;

d) dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ , atunci seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge.

261) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  șirul sumelor parțiale atașat seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . Dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 2$ , atunci:

- a) seria converge;  
b) seria diverge;  
c) nu se poate preciza natura seriei;  
d) seria are suma  $S = 2$ .

262) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  șirul sumelor parțiale atașat seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ . Atunci seria:

- a) converge, dacă  $S \neq \pm \infty$ ;  
b) diverge, dacă  $S > 1$ , finit;  
c) diverge, dacă  $S < 0$ , finit;  
d) converge, dacă  $S = 1$ .

263) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie seria geometrică  $\sum_{n=0}^{\infty} aq^n$ , cu  $a \neq 0$ . Atunci seria:

- a) converge, pentru  $q \in (-1, 1)$ ;  
b) converge, pentru  $q \in [-1, 1]$ ;  
c) diverge, pentru  $q > 0$ ;  
d) diverge, pentru  $q \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ .

264) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria armonică generalizată  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$  este o serie:

- a) convergentă, dacă  $\alpha > 0$ ;  
b) divergentă, dacă  $\alpha < 0$ ;  
c) convergentă, dacă  $\alpha > 1$ ;  
d) divergentă, dacă  $\alpha = 1$ .

265) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  șirul sumelor parțiale atașat unei serii de termeni pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $(a_n \geq 0)$ . Atunci șirul  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este întotdeauna:

- a) mărginit;  
b) monoton crescător;  
c) monoton descrescător;  
d) convergent.

**266) Capitol: 4 Serii numerice.** Serii de puteri Fie seriile cu termenii pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  și  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  astfel încât  $a_n \leq b_n, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$ . Atunci:

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  converge;  
b)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  diverge;  
c)  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  converge dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;  
d)  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  diverge dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge.

**267) Capitol: 4 Serii numerice.** Serii de puteri Fie seria cu termenii pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și seria armonică  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ . Atunci:

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge dacă  $a_n \leq \frac{1}{n^2}$ ;  
b)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge dacă  $a_n \geq \frac{1}{n}$ ;  
c)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge dacă  $a_n \leq \frac{1}{n}$ ;  
d)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge dacă  $a_n \leq \frac{1}{n}$ .

**268) Capitol: 4 Serii numerice.** Serii de puteri Fie seriile cu termenii pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  și  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ . Dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , atunci:

- a) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$  (C);  
b) nu se poate preciza natura seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , dacă seria  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  (D);  
c) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  (D)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D);

d) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D), seria  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  poate fi convergentă sau divergentă.

**269) Capitol: 4 Serii numerice.** Serii de puteri Criteriile de comparație se aplică seriilor:

- a) cu termenii oarecare;  
b) cu termenii pozitivi;  
c) cu termenii alternanți;  
d) de puteri.

**270) Capitol: 4 Serii numerice.** Serii de puteri Fie seriile de termenii pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  și  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ , care

satisfac relația  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = k$ . Atunci:

- a) dacă  $k \in (0, 1)$ , seriile au aceeași natură  
b)  $k = 2$  și  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$  (C);  
c)  $k = 1$  și  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  (D)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D);  
d)  $k = \sqrt{2}$  și  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$  (C).

**271) Capitol: 4 Serii numerice.** Serii de puteri Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$ . Dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$ , atunci:

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$ ;  
b)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;  
c)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;  
d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**272) Capitol: 4 Serii numerice.** Serii de puteri Fie seria cu termenii pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  și notăm cu

$\lambda_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$  și  $\lambda_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ . Atunci:

- a) dacă  $\lambda_1 < 1 \Rightarrow \lambda_2 > 1$ ;  
b) dacă  $\lambda_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2$ ;  
c)  $\lambda_1 = \lambda_2$ ;  
d) dacă  $\lambda_2 = \sqrt{2} \Rightarrow \lambda_1 = \sqrt{2}$ .

**273) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Pentru seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  avem  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$ . Atunci:

- a) pentru  $\lambda \in [0, 1) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;  
b) pentru  $\lambda \in (0, 1] \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;  
c) dacă  $\lambda \geq 2 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;  
d) dacă  $\lambda \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge.

**274) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Pentru seria cu termeni pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  avem  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \sqrt{2}$ . Atunci:

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;  
b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$ ;  
c)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;  
d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \sqrt{2}$ .

**275) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  astfel încât  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = 2$ . Atunci:

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;  
b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2$ ;  
c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 2$ ;  
d)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;

**276) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  astfel încât  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu$ . Atunci:

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C) dacă  $\mu \in (-\infty, 1)$ ;

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C) numai dacă  $\mu \in (0, 1)$ ;

c) dacă  $\mu = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D);

d) dacă  $\mu \in (1, 2) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C).

**277) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Seria cu termeni pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  are șirul sumelor parțiale  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mărginit. Atunci:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;

b) șirul  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge;

c) nu se poate preciza natura seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ;

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;

**278) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** În aplicarea criteriului lui Raabe-Duhamel seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  se cere calculul limitei:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_{n+1}}{a_n} - 1 \right)$ ;

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_{n+1}}{a_n} + 1 \right)$ ;

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right)$ ;

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} + 1 \right)$ .

**279) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria alternată  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$  cu  $a_n \geq 0$ . Criteriul lui Leibniz afirmă că seria:

a) converge, dacă  $a_n \rightarrow 0$  monoton descrescător;

b) diverge, dacă  $a_n \rightarrow 1$  monoton crescător;

c) converge, dacă și numai dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;

d) diverge, dacă  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este monoton crescător.



**280) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  astfel încât  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . Atunci seria converge dacă:

- a)  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este monoton crescător;  
b)  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este monoton descrescător;  
c)  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ;  
d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} > 1$ .

**281) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Seria  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  este o serie alternată dacă:

- a)  $u_n \cdot u_{n+1} > 0$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ ;  
b)  $u_n \cdot u_{n+1} \leq 0$ ,  $(\forall) n \in \mathbb{N}$ ;  
c)  $u_n = (-1)^n a_n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$ ;  
d)  $u_n = (-1)^{n+1} a_n$ ,  $a_n \geq 0$ .

**282) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria de termeni oarecare  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$ . Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

- a) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (C);  
b) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (C)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C);  
c) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (D);  
d) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (D)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C).

**283) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \frac{1}{2}$ . Atunci:

- a) seria  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  converge;  
b) seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;  
c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{2}$ ;

d) nu se poate preciza natura seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .

**284) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** O serie cu termeni oarecare  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$  se numește semiconvergentă dacă:

- a)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D) și  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (C);  
b)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C) și  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (D);  
c)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C) și  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (C);  
d)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D) și  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (D).

**285) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria cu termeni pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$ . Atunci:

- a) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (C)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (C);  
b) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D)  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  (D);  
c)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ ;

d) dacă  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (D) nu se poate preciza natura seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ .

**286) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Seria cu termeni pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  are limita

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu$ . Atunci, dacă:

- a)  $\mu = \frac{1}{2} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge;  
b)  $\mu = 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;  
c)  $\mu = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  diverge;  
d)  $\mu = 3 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  converge.

**287) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$  are  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = 1$ . Atunci:

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$ ;

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 1$ ;

c) seria converge pentru  $x \in (-1, 1)$ ;

d) seria converge pentru  $x \in [-1, 1]$ .

**288) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$  are limita

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 0$ . Atunci:

a) seria are raza de convergență  $r = 0$ ;

b) seria converge, pentru  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ ;

c) seria converge numai în  $x = 0$ ;

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = 0$ .

**289) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$  cu  $a_n \in \mathbb{R}$ , are

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = +\infty$ . Atunci seria:

a) converge,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ ;

b) diverge pentru  $x = x_0$ ;

c) are raza de convergență  $r = 0$ ;

d) converge numai în pentru  $x = x_0$ .

**290) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+1)^n$  are raza de convergență

$r = 1$ . Atunci seria:

a) converge, pentru  $x \in (-1, 1)$ ;

b) converge, pentru  $x \in (0, 2)$ ;

c) converge, pentru  $x \in (-2, 0)$ ;

d) diverge, dacă  $x \in (3, \infty)$ .

**291) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$  are  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 0$ . Atunci seria:

a) converge, numai în  $x = x_0$ ;

b) diverge,  $(\forall)x \in \mathbb{R}^*$ ;

c) converge, numai pentru  $x \in (-x_0, x_0)$ ;

d) converge,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ .

**292) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$  are raza de convergență

$r > 0$ . Atunci teorema lui Abel afirmă că seria converge pe intervalul:

a)  $(-x_0 - r, x_0 + r)$ ;

b)  $(x_0 - r, x_0 + r)$ ;

c)  $(-x_0 + r, x_0 + r)$ ;

d)  $(-x_0 - r, -x_0 + r)$ .

**293) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  cu  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \frac{1}{2}$ . Atunci:

a) seria converge numai pentru  $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ;

b) raza de convergență este  $r = 2$ ;

c) raza de convergență este  $r = \frac{1}{2}$ ;

d) seria diverge  $(\forall)x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ .

**294) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$ . Atunci coeficienții seriei sunt dați de relația:

a)  $a_n = (-1)^n$ ;

b)  $a_n = \frac{1}{n}$ ;

c)  $a_n = (-1)^n \frac{1}{n}$ ;

d)  $a_n = (-1)^n \frac{x^n}{n}$ .

**295) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  are raza de convergență a seriei de puteri  $r$ . Atunci seria:

a) converge  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ , dacă  $r = +\infty$ ;

b) diverge  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ , dacă  $r = 0$ ;

c) converge întotdeauna în  $x = 0$ ;

d) diverge  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ , dacă  $r = +\infty$ .

**296) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$  are raza de convergență  $r = 1$ . Atunci domeniul maxim de convergență al seriei este:

a)  $x \in (-1, 1)$ ;

b)  $x \in (-1, 1]$ ;

c)  $x \in [-1, 1)$ ;

d)  $x \in [-1, 1]$ .

**297) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ , a cărei rază de convergență este  $r > 0$  finită. Atunci:

a) seria converge,  $(\forall)x \in (-r, r)$ ;

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = r$ ;

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{r}$ ;

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$ .

**298) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria Taylor atașată unei funcții  $f(x)$  în punctul  $x_0$ :

a) este o serie numerică;

b) este o serie de puteri;

c) are coeficienții de forma  $a_n = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$ ;

d) are coeficienții de forma  $a_n = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$ .

**299) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria MacLaurin atașată unei funcții  $f(x)$ :

a) este o serie numerică;

b) este o serie de puteri centrată în  $x_0 \in \mathbb{R}$  oarecare;

c) este o serie de puteri centrată în 0;

d) este un caz particular de serie Taylor.

**300) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie  $f: I \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție oarecare. Care dintre condițiile de mai jos sunt necesare pentru a-i atașa acesteia o serie Taylor în punctul  $x_0$ :

a) obligatoriu,  $x_0 \in I$ ;

b)  $f(x)$  admite derivate de orice ordin în  $x_0$ ;

c)  $f$  derivabilă pentru  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ ;

d)  $x_0 \in \mathbb{R}$ , oarecare.

**301) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Coeficienții numerici ai unei serii MacLaurin atașate unei funcții  $f(x)$  au forma:

a)  $a_n = \frac{f(0)}{n!}$ ;

b)  $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$ ;

c)  $a_n = (-1)^n \frac{f^{(n)}(x)}{n!}$ ;

d)  $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$ .

**302) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  satisface proprietatea  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ . Atunci seria:

a) converge numai în  $x = 1$ ;

b) diverge,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ ;

c) converge,  $(\forall)x \in (-1, 1)$ ;

d) diverge, dacă  $x \neq 1$ .

**303) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n$ :

a) diverge,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ ;

b) converge, pentru  $x = 1$ ;

c) are raza de convergență  $r = 1$ ;

d) converge,  $(\forall)x \in (-1, 1)$ .

**304) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Pentru a studia convergența unei serii alternate se aplică:

a) criteriul raportului;

b) criteriul lui Raabe-Duhamel;

c) criteriul lui Leibniz;

d) oricare dintre criteriile de convergență pentru serii numerice.

**305) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  este convergentă pe  $\mathbb{P}$  numai dacă:

a) raza de convergență  $r = 0$ ;

b) raza de convergență  $r = +\infty$ ;

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 0$ ;

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ .

**306) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$  converge numai în  $x_0$ , dacă și numai dacă:

a) raza de convergență  $r = 0$ ;

b) raza de convergență  $r = +\infty$ ;

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = +\infty$ ;

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ .

**307) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie seria numerică  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  pentru care  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . Atunci seria:

a) converge,  $(\forall)a_n \in \mathbb{R}$ ;

b) converge, dacă  $a_n \geq 0$ ;

- c) diverge,  $(\forall) a_n \in \mathbb{R}$ ;  
d) nu se poate preciza natura seriei.

**308) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Dacă pentru șirul sumelor parțiale  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$  atunci

seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ :

- a) este convergentă și are suma  $S = 1$ ;  
b) este divergentă deoarece  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n \neq 0$ ;  
c) ar putea converge;  
d) ar putea diverge.

**309) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Dacă pentru seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  șirul sumelor parțiale este mărginit, atunci seria:

- a) este convergentă;  
b) este divergentă;  
c) poate fi convergentă sau divergentă;  
d) diverge, dacă șirul sumelor parțiale este monoton crescător.

**310) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$ . Atunci seria:

- a) diverge, dacă  $\lambda \geq 1$ ;  
b) converge, dacă  $\lambda < 1$ ;  
c) converge, dacă  $\lambda = 0$ ;  
d) diverge, dacă  $\lambda = 0$ .

**311) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu$ . Atunci seria:

- a) este divergentă, dacă  $\mu = 0$ ;  
b) este convergentă, dacă  $\mu < 1$ ;  
c) este divergentă, dacă  $\mu > 1$ ;  
d) este convergentă, dacă  $\mu = +\infty$ .

**312) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . Atunci seria:

- a) este convergentă, conform criteriului lui Leibniz;  
b) este divergentă, conform criteriului general de divergență;  
c) este convergentă, dacă  $a_n \geq a_{n+1}$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  
d) este convergentă, dacă  $a_n < a_{n+1}$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**313) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ . Atunci seria:

- a) este convergentă și are suma  $S = 1$ ;  
b) este divergentă;  
c) este convergentă, dacă  $a_n > 0$ ;  
d) nu se poate preciza natura seriei; se aplică criteriul lui Raabe-Duhamel.

**314) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  este divergentă dacă:

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;  
b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ ;  
c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ ;  
d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ,  $a_n \leq a_{n+1}$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**315) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lambda$ . Atunci seria:

- a) este convergentă, pentru  $\lambda > 1$ ;  
b) este divergentă, pentru  $\lambda > 1$ ;  
c) este convergentă, pentru  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;  
d) este divergentă, dacă  $\lambda = +\infty$ .

**316) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , cu  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = 0$ . Atunci seria:

- a) este convergentă, pentru  $a_n \geq 0$ ;  
b) este divergentă, pentru  $a_n \geq 0$ ;  
c) este convergentă,  $(\forall) a_n \in \mathbb{R}$ ;  
d) este divergentă,  $(\forall) a_n \in \mathbb{R}$ .

**317) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 0$ . Atunci seria:

- a) este convergentă,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ;  
b) este divergentă,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ;  
c) este convergentă, numai în  $x = 0$ ;  
d) este divergentă, pentru  $(\forall) x < 0$ .

**318) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Pentru seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  avem  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \rho$ . Atunci raza de convergență  $r$  este:

- a)  $r = \frac{1}{\rho}$ , dacă  $0 < \rho < +\infty$ ;  
b)  $r = 0$ , dacă  $\rho = 0$ ;

- c)  $r=0$ , dacă  $\rho=+\infty$ ;  
d)  $r=1$ , dacă  $\rho=1$ .

**319) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri**  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  are raza de convergență  $r=0$ . Atunci seria:

- a) este convergentă, numai în  $x=0$ ;  
b) este divergentă,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ ;  
c) este convergentă, pentru  $x \in (0, \infty)$ ;  
d) este convergentă,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ .

**320) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Dacă seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$  are raza de convergență  $r=0$ , atunci seria:

- a) este convergentă,  $(\forall)x \in (-x_0, x_0)$ ;  
b) este divergentă,  $(\forall)x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ ;  
c) este convergentă, numai în  $x=x_0$ ;  
d) este divergentă,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ .

**321) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Dacă seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$  are  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 0$ . Atunci seria:

- a) este convergentă,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ ;  
b) este divergentă,  $(\forall)x \in (-x_0, x_0)$ ;  
c) este divergentă, pentru orice  $x > x_0$ ;  
d) este convergentă, numai în  $x=0$ .

**322) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria numerică  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . Atunci seria:

- a) converge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;  
b) converge, dacă șirul  $a_n$  converge;  
c) diverge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ ;  
d) converge, dacă  $a_n$  este crescător.

**323) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** O serie cu termeni pozitivi:

- a) este convergentă, dacă termenul general tinde la 0;  
b) este divergentă, dacă termenul general nu tinde la 0;  
c) are totdeauna șirul sumelor parțiale crescător;  
d) converge totdeauna la 0.

**324) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$ . Atunci seria:

- a) diverge, dacă  $\lambda > 2$ ;

- b) converge, dacă  $\lambda < 1$ ;  
c) diverge, dacă  $\lambda \neq 0$ ;  
d) converge, dacă  $\lambda = 1$ .

**325) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu$ . Atunci seria este divergentă, dacă:

- a)  $\mu = 1$ ;  
b)  $\mu = \frac{1}{2}$ ;  
c)  $\mu > 1$ ;  
d)  $\mu = -\infty$ .

**326) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** O serie cu termeni pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$ :

- a) converge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$ ;  
b) diverge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ ;  
c) diverge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ ;  
d) converge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

**327) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Dacă seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  este:

- a) convergentă, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$ ;  
b) divergentă, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 2$ ;  
c) convergentă, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$ ;  
d) divergentă, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$ .

**328) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** Fie seria  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  cu  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = 0$ . Atunci seria:

- a) este convergentă, dacă  $a_n \geq 0$ ;  
b) este divergentă, dacă  $a_n \geq 0$ ;  
c) este convergentă dacă  $a_n$  este șir crescător;  
d) este convergentă, oricare ar fi  $a_n \in \mathbb{R}$ .

**329) Capitol: 4 Serii numerice. Serii de puteri** O serie de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  are raza de convergență  $r=2$ . Atunci seria:

- a) converge pentru  $x \in (-2, 2)$ ;  
 $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ;  
 b) converge pentru  
 c) converge numai pentru  $x = 2$ ;  
 d) diverge, dacă  $x > 2$ .

**330) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri O serie de termeni pozitivi,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$ ;

- a) converge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ ;  
 b) diverge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \sqrt{2}$ ;  
 c) converge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ ;  
 d) diverge, dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 2$ .

**331) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  are  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = +\infty$ . Atunci seria:

- a) converge,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ;  
 b) converge, numai pentru  $x = 0$ ;  
 c) converge, numai pentru  $x > 0$ ;  
 d) diverge, pentru  $x \neq 0$ .

**332) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie seria cu termeni pozitivi  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $a_n \geq 0$  și

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$$

Atunci:

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$ ;  
 b) seria converge;  
 c) se poate aplica criteriul lui Raabe-Duhamel, pentru a se determina natura seriei;  
 d) seria diverge.

**333) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria armonică generalizată  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$  cu  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

- a) converge, dacă  $\alpha = 1$ ;  
 b) diverge, dacă  $\alpha < 1$ ;  
 c) diverge, dacă  $\alpha = 2$ ;  
 d) converge, dacă  $\alpha = 2$ .

**334) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Fie seria cu termeni alternanți  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ ,  $a_n \geq 0$ . Dacă

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1,$$

atunci:

- a) seria converge;  
 b) seria diverge, conform criteriului general de divergență;  
 c) seria diverge conform criteriului lui Leibniz;  
 d) nu se poate preciza natura seriei.

**335) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+1)^n$ , are raza de convergență  $r = 1$ . Atunci seria:

- a) converge, pentru  $x \in (-1, 1)$ ;  
 b) diverge, pentru  $x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ ;  
 c) converge, pentru  $x \in (0, 2)$ ;  
 d) converge, pentru  $x \in (-2, 0)$ .

**336) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$ , are raza de convergență  $r = 1$ . Atunci seria:

- a) converge, pentru  $x \in (-1, 1)$ ;  
 b) diverge, pentru  $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ ;  
 c) converge, pentru  $x \in (0, 2)$ ;  
 d) converge, pentru  $x \in (-2, 0)$ .

**337) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$ , are raza de convergență  $r = \infty$ . Atunci seria:

- a) converge, pentru  $x \in (-1, 1)$ ;  
 b) diverge, pentru  $x > 1$ ;  
 c) converge, pentru  $x \in \mathbb{R}$ ;  
 d) diverge, pentru  $x \neq 0$ .

**338) Capitol:** 4 Serii numerice. Serii de puteri Seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  are raza de convergență  $r = 0$ . Atunci seria:

- a) converge,  $(\forall) x \in \mathbb{R}$ ;  
 b) converge, numai pentru  $x = 0$ ;  
 c) diverge, numai pentru  $x = 0$ ;  
 d) diverge,  $(\forall) x \in \mathbb{R}^*$ .

**339) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie punctele  $P_1(x_1, x_2)$  și  $P_2(y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$ . Atunci distanța dintre ele se calculează conform formulei:

- a)  $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$ ;  
 b)  $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ;

c)  $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$ ;  
d)  $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 + y_1)^2 + (x_2 + y_2)^2}$ .

**340) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $P(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ ; atunci distanța de la  $O(0,0)$  la  $P$  este:

a)  $d(O, P) = \sqrt{(x_1 + x_2)^2}$ ;  
b)  $d(O, P) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ ;  
c)  $d(O, P) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2}$ ;  
d)  $d(O, P) = \sqrt{x_1^2 - x_2^2}$ .

**341) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie șirul de puncte  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^n$ . Atunci șirul:

- a) converge, dacă cel puțin un șir al coordonatelor converge;  
b) converge, dacă toate șirurile coordonatelor converg;  
c) diverge, dacă cel puțin un șir al coordonatelor diverge;  
d) diverge, numai dacă toate șirurile de coordonate diverg.

**342) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $f(x, y)$  o funcție de două variabile și notăm cu  $l_g$  limita globală, respectiv  $l_1, l_2$  limitele parțiale ale acesteia într-un punct  $(x_0, y_0)$ . Care din următoarele afirmații sunt adevărate?

- a) dacă  $(\exists) l_g$  atunci  $(\exists) l_1, l_2$  și  $l_1 = l_2 = l_g$ ;  
b) dacă  $(\exists) l_1, l_2$  și  $l_1 = l_2$  atunci  $(\exists) l_g$  și  $l_g = l_1 = l_2$ ;  
c) dacă  $(\exists) l_1, l_2$  și  $l_1 \neq l_2$  atunci  $(\nexists) l_g$ ;  
d) dacă  $(\nexists) l_g$  atunci  $(\nexists) l_1, l_2$ .

**343) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $f: D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  și  $(x_0, y_0) \in D$ . Atunci derivata parțială a lui  $f(x, y)$  în raport cu variabila  $x$  în punctul  $(x_0, y_0)$  se calculează cu relația:

a)  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} \frac{f(x, y) - f(x_0, y_0)}{x - x_0}$ ;  
b)  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x, y_0) - f(x_0, y_0)}{x - x_0}$ ;  
c)  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim_{y \rightarrow y_0} \frac{f(x_0, y) - f(x_0, y_0)}{y - y_0}$ ;  
d)  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x, y) - f(x_0, y_0)}{x - x_0}$ .

**344) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Punctele critice ale funcției  $f(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$  se obțin:

- a) rezolvând ecuația  $f(x, y) = 0$ ;  
b) cu ajutorul hessianei atașate funcției  $f$ ;

c) rezolvând sistemul 
$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases};$$

d) ca soluții ale sistemului 
$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \end{cases}.$$

**345) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Funcția oarecare  $f(x, y, z)$  satisface condițiile din criteriul lui Schwarz. Atunci au loc egalitățile:

a)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ ;

b)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x}$ ;

c)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ ;

d)  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y}$ .

**346) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă  $P_0(x_0, y_0)$  este punct critic pentru funcția  $f(x, y)$  atunci:

a)  $P_0$  este punct de extrem local pentru  $f(x, y)$ ;

b)  $\frac{\partial f}{\partial x}(P_0) = 0$  și  $\frac{\partial f}{\partial y}(P_0) = 0$ ;

c)  $\frac{\partial f}{\partial x}(P_0) = 0$ ;

d)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(P_0) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(P_0)$ .

**347) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Criteriul lui Schwarz afirmă că funcția  $f(x, y)$  are:

- a) derivatele parțiale de ordinul întâi egale;  
b) derivatele parțiale de ordinul doi egale;  
c) derivatele parțiale mixte de ordinul doi egale;  
d) derivatele de ordinul întâi sunt continue.

**348) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

- a) orice punct critic este punct de extrem local;  
b) orice punct de extrem local este punct critic;  
c) într-un punct critic derivatele parțiale de ordinul întâi sunt nule;  
d) punctele de extrem local se găsesc printre punctele critice.

**349) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale O funcție  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  are întotdeauna:

- a)  $n$  derivate parțiale de ordinul I;  
b)  $n$  derivate de ordinul I egale;

- c)  $n$  derivate parțiale de ordinul II mixte;  
d)  $n^2$  derivate parțiale de ordinul II.

**350) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale O funcție  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  are întotdeauna:

- a) cel mult  $n$  puncte critice;  
b) cel puțin  $n$  puncte de extrem local;  
c) numărul de puncte critice este același cu cel al punctelor de extrem;  
d) numărul punctelor critice și de extrem nu depinde de  $n$ .

**351) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Hessiana atașată funcției oarecare  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ :

- a) este o matrice pătratică de ordin  $n$ ;  
b) este formată cu derivatele parțiale de ordinul I ale funcției;  
c) are toate elementele de pe diagonala principală, egale;  
d) este formată cu derivatele parțiale de ordinul II ale funcției.

**352) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Punctul  $P_0 \in \mathbb{R}^n$  este punct critic pentru funcția  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  dacă derivatele parțiale:

- a) de ordinul I sunt egale în  $P_0$ ;  
b) de ordinul II sunt continue în  $P_0$ ;  
c) de ordinul I se anulează în  $P_0$ ;  
d) de ordinul II se anulează în  $P_0$ .

**353) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . Criteriul lui Schwarz afirmă că:

- a)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ ;  
b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y}$ ;  
c)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ ;  
d) derivatele parțiale de ordin II sunt continue.

**354) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Criteriul lui Schwarz implică faptul că funcția  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  are:

- a) matricea hessiană simetrică;  
b) derivatele parțiale de ordinul II mixte, egale;  
c) puncte de extrem local;  
d) puncte critice.

**355) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale O funcție oarecare  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  are:

- a) cel mult  $n$  puncte critice;  
b) cel puțin  $n$  puncte de extrem local;  
c)  $n$  puncte de minim și  $n$  puncte de maxim;  
d) numărul punctelor critice și de extrem nu depinde de  $n$ .

**356) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă punctul  $P_0$  este punct de maxim pentru funcția  $f$ , atunci:

- a)  $d^2 f(P_0)$  este pozitiv definită;  
b)  $d^2 f(P_0)$  este negativ definită;  
c)  $d^2 f(P_0) = 0$ ;  
d)  $P_0$  este punct critic pentru  $f$ .

**357) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă punctul  $P_0$  este punct de minim pentru funcția  $f$ , atunci:

- a)  $d^2 f(P_0)$  este pozitiv definită;  
b)  $d^2 f(P_0)$  este negativ definită;  
c)  $d^2 f(P_0) = 0$ ;  
d)  $P_0$  este punct critic pentru  $f$ .

**358) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă  $\Delta_1, \Delta_2$  sunt minorii diagonali ai hessienei  $H(P_0)$ , atunci punctul critic  $P_0(x_0, y_0)$  este punct de minim dacă:

- a)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0$ ;  
b)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 < 0$ ;  
c)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 < 0$ ;  
d)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0$ .

$$\frac{\Delta_0^+}{\Delta_1^+} = \frac{\Delta_1^+}{\Delta_2^+}$$

**359) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă  $\Delta_1, \Delta_2$  sunt minorii diagonali ai hessienei  $H(P_0)$ , atunci punctul critic  $P_0(x_0, y_0)$  este punct de maxim dacă:

- a)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0$ ;  
b)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 < 0$ ;  
c)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 < 0$ ;  
d)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0$ .

$$\frac{\Delta_0^+}{\Delta_1^-} = \frac{\Delta_1^-}{\Delta_2^+}$$

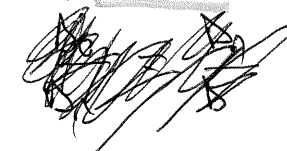
**360) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  sunt minorii diagonali ai hessienei  $H(P_0)$ , atunci punctul critic  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  este punct de maxim dacă:

- a)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$ ;  
b)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 < 0$ ;  
c)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 < 0, \Delta_3 > 0$ ;  
d)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 < 0, \Delta_3 < 0$ .

$$\frac{\Delta_0^+}{\Delta_1^-} = \frac{\Delta_1^-}{\Delta_2^+} = \frac{\Delta_2^+}{\Delta_3^-}$$

**361) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  sunt minorii diagonali ai hessienei  $H(P_0)$ , atunci punctul critic  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  este punct de minim dacă:

- a)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$ ;  
b)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 < 0$ ;





- c)  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 < 0, \Delta_3 > 0$ ;  
d)  $\Delta_1 < 0, \Delta_2 < 0, \Delta_3 < 0$ .

**362) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale O funcție oarecare  $f(x, y, z)$  are:

- a) 2 derivate parțiale de ordinul I și 2 derivate parțiale de ordinul II;  
b) 2 derivate parțiale de ordinul I și 4 derivate parțiale de ordinul II;  
c) 4 derivate parțiale de ordinul I și 2 derivate parțiale de ordinul II;  
d) 2 derivate parțiale de ordinul II mixte (dreptunghiulare).

**363) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale O funcție oarecare  $f(x, y, z)$  are:

- a) 3 derivate parțiale de ordinul I și 3 derivate parțiale de ordinul II;  
b) 3 derivate parțiale de ordinul I și 6 derivate parțiale de ordinul II;  
c) 3 derivate parțiale de ordinul I și 9 derivate parțiale de ordinul II;  
d) 6 derivate parțiale de ordinul II mixte (dreptunghiulare).

**364) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Punctele critice ale funcției  $f(x, y)$ :

- a) sunt soluțiile ecuației  $f(x, y) = 0$ ;

b) sunt soluțiile sistemului 
$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases};$$

c) sunt soluțiile sistemului 
$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0 \end{cases};$$

- d) sunt întotdeauna în număr de două.

**365) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie punctele  $P_1(1, 1), P_2(2, 2) \in \mathbb{R}^2$ . Atunci distanța dintre ele este egală cu:

- a)  $d(P_1, P_2) = 1$ ;  
b)  $d(P_1, P_2) = 2$ ;  
c)  $d(P_1, P_2) = \sqrt{2}$ ;  
d)  $d(P_1, P_2) = 3$ .

**366) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie șirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^2$  cu termenul general de forma

$$x_n = \left( \frac{1}{n}, \frac{n}{n+1} \right).$$

Atunci:

- a) șirul converge la  $x_0 = (1, 1)$ ;  
b) limita șirului este  $x_0 = (0, 1)$ ;  
c) șirul diverge și are limita  $x_0 = (+\infty, 1)$ ;  
d) șirul nu are limită.

**367) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie șirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^2$  cu termenul general

$$x_n = \left( \frac{(-1)^n}{n}, \frac{n^2}{n+1} \right).$$

Atunci:

- a) șirul converge și are limita  $x_0 = (0, 1)$ ;  
b) șirul diverge și are limita  $x_0 = (0, +\infty)$ ;  
c) șirul diverge și nu are limită;  
d) șirul converge la una din limitele  $x_0 = (-1, 1)$  sau  $x_0 = (1, 1)$ .

**368) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie funcția  $f(x, y) = \frac{x^2}{y}$ . Atunci:

- a)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{y}$ ;  
b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$ ;  
c)  $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2x}{y^2}$ ;  
d)  $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x^2}{y^2}$ .

**369) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Derivatele parțiale ale funcției  $f(x, y) = \ln(xy)$  sunt:

- a)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{xy}$ ;  
b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x}$ ;  
c)  $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{xy}$ ;  
d)  $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{y}$ .

**370) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie funcția  $f(x, y) = xy^2$ , care dintre următoarele egalități sunt corecte?

- a)  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy$ ;  
b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = y^2$ ;  
c)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2y$ ;  
d)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$ .

Handwritten notes:

$$\begin{aligned} (x) \quad y^2 &\Rightarrow \text{corect} \\ (y) \quad 2xy &\Rightarrow \text{corect} \\ x^2 &= 0 \end{aligned}$$

**371) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Diferențiala de ordinul I a funcției  $f(x, y) = xy^2$  calculată în punctul  $P_0(1, 2)$  are expresia:

- a)  $df(P_0) = 2dx + 4dy$ ;  
 b)  $df(P_0) = 4dx + 2dy$ ;  
 c)  $df(P_0) = 4dx + 4dy$ ;  
 d)  $df(P_0) = 2dx + 2dy$ .

**372) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Diferențiala de ordin I a funcției  $f(x, y) = xy^2 + 2x^3y$  în punctul  $P_0(1, 1)$  are expresia:

- a)  $df(P_0) = 3dx + 5dy$ ;  
 b)  $df(P_0) = 7dx + 4dy$ ;  
 c)  $df(P_0) = 4dx + 7dy$ ;  
 d)  $df(P_0) = dx + dy$ .

**373) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Diferențiala de ordin I a funcției  $f(x, y) = xe^y$  are expresia:

- a)  $df(x, y) = e^y dx + xye^y dy$ ;  
 b)  $df(x, y) = xdx + e^y dy$ ;  
 c)  $df(x, y) = e^y dx + xe^y dy$ ;  
 d)  $df(x, y) = xe^y dx + xye^y dy$ .

**374) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $f(x, y)$  o funcție care satisface criteriul lui

Schwarz și care are  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = xy^2$ . Atunci:

- a)  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = x^2 y$ ;  
 b)  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = xy^2$ ;  
 c)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = x^2 y$ ;  
 d)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = xy^2$ .

**375) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $H(x, y) = \begin{pmatrix} 6x & -2 \\ -2 & 6y \end{pmatrix}$  hessiana atașată funcției  $f(x, y)$ . Dacă  $P_1(2, -1)$  și  $P_2(-2, -1)$  sunt puncte critice ale lui  $f$ , atunci:

- a)  $P_1, P_2$  sunt puncte de maxim;  
 b)  $P_1$  este punct de maxim și  $P_2$  este punct de minim;  
 c)  $P_1$  nu este punct de extrem, iar  $P_2$  este punct de maxim;  
 d)  $P_1$  este punct de minim, iar  $P_2$  nu este punct de extrem.

**376) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Funcția  $f(x, y)$  are derivatele parțiale ordinul I de

forma:  $\frac{\partial f}{\partial x} = y^2 + 2x \ln y$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y} = 2xy + \frac{x^2}{y}$ . Atunci:

- a)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = y^2 + 2 \ln y$ ;  
 b)  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ ;  
 c)  $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2x - \frac{x^2}{y^2}$ ;  
 d)  $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2 \ln y & 2y + \frac{2x}{y} \\ 2\left(y + \frac{x}{y}\right) & 2x - \frac{x^2}{y^2} \end{pmatrix}$ .

**377) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Funcția  $\begin{cases} f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x, y) = xy + 1 \end{cases}$  are:

- a) punctul critic  $P(-1, 1)$ ;  
 b) o infinitate de puncte critice;  
 c) unicul punct critic:  $O(0, 0)$ ;

d) hessiana de forma:  $H(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**378) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Funcția  $\begin{cases} f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x, y) = x + y - 1 \end{cases}$  are:

- a) punctul critic  $P(1, 1)$ ;  
 b) nici un punct critic;  
 c) un punct de minim;  
 d) un punct de maxim.

**379) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $H(P_0) = \begin{pmatrix} 2\alpha & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix}$  hessiana atașată funcției  $f(x, y)$  în punctul critic  $P_0$ . Atunci  $P_0$ :

- a) este punct de minim local, dacă  $\alpha = \beta = 1$ ;  
 b) este punct de maxim local, dacă  $\alpha = -1$ ,  $\beta = -2$ ;  
 c) nu este punct de extrem local, dacă  $\alpha = 1$  și  $\beta = 2$ ;  
 d) este punct de maxim local, dacă  $\alpha = -3$ ,  $\beta = 2$ .

**380) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $P_0$  un punct critic al funcției  $f(x, y)$  și hessiana

$H(P_0) = \begin{pmatrix} 3 & 2\alpha \\ 2\alpha & 1 \end{pmatrix}$ . Atunci  $P_0$  va fi punct de minim pentru funcția  $f$  dacă:

- a)  $\alpha = 0$ ;  
 b)  $\alpha = -1$ ;

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \alpha &= \frac{\sqrt{3}}{2}; \\ \text{d)} \quad \alpha &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**381) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Hessiana funcției  $f(x, y)$  în punctul critic  $P_0$ , este de

forma:  $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ -\beta & -1 \end{pmatrix}$ . Atunci  $P_0$  este punct de maxim local pentru  $f$  dacă:

- a)  $\alpha - 1 < 0, \quad \alpha - \beta^2 > 0$ ;
- b)  $\alpha > 0, \quad -\alpha + \beta^2 < 0$ ;
- c)  $\alpha < 0, \quad \alpha + \beta^2 > 0$ ;
- d)  $\alpha < 0, \quad \alpha - \beta^2 > 0$ .

**382) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Hessiana funcției  $f(x, y)$  în punctul critic  $P_0$ , are

forma:  $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha + 2 & -\sqrt{2}\alpha \\ -\sqrt{2}\alpha & \alpha^2 \end{pmatrix}$ . Atunci  $P_0$  este punct de minim local pentru  $f$  dacă:

- a)  $\alpha + 2 > 0$  și  $\alpha^3 + 4\alpha^2 > 0$ ;
- b)  $\alpha > -2$  și  $\alpha^3 > 0$ ;
- c)  $\alpha < -2$  și  $\alpha^3 + 4\alpha^2 > 0$ ;
- d)  $\alpha + 2 > 0$  și  $\alpha^3 < 0$ .

**383) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Dacă funcția  $f(x, y)$  are derivatele parțiale de ordinul

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = x(x + 2y - 1) \\ \frac{\partial f}{\partial y} = y(2x + y - 1) \end{cases}$$

I de forma \_\_\_\_\_, atunci  $f$  are:

- a) un punct critic;
- b) două puncte critice;
- c) o infinitate de puncte critice;
- d) patru puncte critice.

**384) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie în punctul critic  $P_0$ . Atunci pentru:

- a)  $\alpha = -1 \Rightarrow P_0$  este punct de maxim local;
- b)  $\alpha = 4 \Rightarrow$  nu se poate preciza natura lui  $P_0$ ;
- c)  $\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow P_0$  nu este punct de extrem local;
- d)  $\alpha = 3 \Rightarrow P_0$  este punct de minim local.

**385) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Hessiana atașată funcției  $f(x, y)$  are forma

$$H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha & 2 - \alpha \\ 2 - \alpha & 1 \end{pmatrix} \text{ hessiana funcției } f(x, y)$$

$H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y^3 & 6xy^2 \\ 6xy^2 & 6x^2y^2 \end{pmatrix}$ . Atunci diferențiala de ordin II a funcției are forma:

- a)  $d^2 f(x, y) = 2y^3 dx^2 + 6xy^2 dx dy + 6x^2 y^2 dy^2$ ;
- b)  $d^2 f(x, y) = 2y^3 dx^2 + 6x^2 y^2 dx dy + 6xy^2 dy^2$ ;
- c)  $d^2 f(x, y) = 2y^3 dx^2 + 12xy^2 dx dy + 6x^2 y^2 dy^2$ ;

d) nu putem scrie diferențiala de ordin II deoarece nu se cunoaște forma funcției  $f(x, y)$ .

**386) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Diferențiala de ordin I a funcției  $f(x, y)$  are forma  $df(x, y) = (x + y)dx + (x + 2)dy$ . Atunci funcția  $f(x, y)$ :

- a) nu are puncte critice;
- b) are punctele critice  $P_1(0, 0)$  și  $P_2(-2, 0)$ ;
- c) are punctul critic unic  $P(-2, 2)$ ;
- d) are cel puțin două puncte critice.

**387) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$  hessiana atașată funcției  $f(x, y)$ . Atunci diferențiala de ordin II a funcției  $f$  are forma:

- a)  $d^2 f(x, y) = 2y dx^2 + 2x dx dy + 2x dy^2$ ;
- b)  $d^2 f(x, y) = 4x dx dy + 2y dy^2$ ;
- c)  $d^2 f(x, y) = 2y dx^2 + 2x dx dy$ ;
- d)  $d^2 f(x, y) = 2y dx^2 + 4x dx dy$ .

**388) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$  hessiana atașată funcției  $f(x, y)$ . Dacă  $P_1(1, -1)$  și  $P_2(-1, 1)$  sunt punctele critice ale lui  $f$ , atunci:

- a)  $P_1$  punct de maxim,  $P_2$  punct de minim;
- b)  $P_1$  nu este punct de extrem,  $P_2$  este punct de maxim;
- c)  $P_1, P_2$  nu sunt puncte de extrem local;
- d)  $P_1$  este punct de maxim,  $P_2$  nu este punct de extrem local.

**389) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha + 1 \end{pmatrix}$  hessiana

corespunzătoare funcției  $f(x, y, z)$  în punctul critic  $P_0$ . Atunci:

- a)  $P_0$  este punct de minim local, dacă  $\alpha > 1$ ;
- b)  $P_0$  este punct de maxim local, dacă  $\alpha < 1$ ;
- c)  $P_0$  nu este punct de extrem local, dacă  $\alpha = \frac{1}{2}$ ;
- d)  $P_0$  este punct de maxim local, dacă  $\alpha = -2$ .

**390) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $P_0$  punct critic al funcției  $f(x, y)$  și

$$d^2 f(P_0) = -2dx^2 + dy^2. \text{ Atunci:}$$

- a)  $P_0$  este punct de minim local;
- b)  $P_0$  este punct de maxim local;
- c)  $P_0$  nu este punct de extrem local;
- d) nu putem preciza natura lui  $P_0$ .

**391) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $P_0$  un punct critic al funcției  $f(x, y)$  și

$$d^2 f(P_0) = 4dx^2 - dx dy + dy^2. \text{ Atunci:}$$

- a)  $P_0$  este punct de minim local;
- b)  $P_0$  este punct de maxim local;
- c)  $P_0$  nu este punct de extrem local;
- d) nu putem preciza natura lui  $P_0$ .

**392) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $P_0$  un punct critic al funcției  $f(x, y, z)$  și

$$d^2 f(P_0) = dx^2 + 4dy^2 + dz^2. \text{ Atunci:}$$

- a)  $P_0$  este punct de minim local;
- b)  $P_0$  este punct de maxim local;
- c)  $P_0$  nu este punct de extrem local;
- d) nu putem preciza natura lui  $P_0$ .

**393) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Funcția  $f(x, y)$  are derivatele parțiale de ordin I de

forma  $\frac{\partial f}{\partial x} = x^2 - 3x + 2$ , respectiv  $\frac{\partial f}{\partial y} = y^2 - 1$ . Atunci numărul punctelor critice ale lui  $f$  este:

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4.

**394) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Diferențiala de ordin I a funcției  $f(x, y, z) = xy + y^2 z$  are forma:

- a)  $df(x, y, z) = (y + y^2 z)dx + (x + 2yz)dy + (xy + y^2)dz$ ;
- b)  $df(x, y, z) = ydx + (x + 2yz)dy + y^2 dz$ ;
- c)  $df(x, y, z) = xdx + ydy + zdz$ ;
- d)  $df(x, y, z) = ydx + (x + y^2 z)dy + (xy + y^2)dz$ .

**395) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Diferențiala de ordin I a funcției  $f(x, y, z) = xyz$  are forma:

- a)  $df(x, y, z) = xydx + yzdy + yzdz$ ;
- b)  $df(x, y, z) = xzdx + xydy + yzdz$ ;
- c)  $df(x, y, z) = yzdx + xzdy + xyzdz$ ;
- d)  $df(x, y, z) = xdx + ydy + zdz$ .

**396) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie funcția  $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 + x - y}{x + y}$  și

$$l_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y) \right), \quad l_2 = \lim_{y \rightarrow 0} \left( \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y) \right) \text{ limitele iterate ale funcției în } O(0,0). \text{ Atunci:}$$

- a)  $l_1, l_2$  nu există;
- b)  $l_1 = l_2 = 1$ ;
- c)  $l_1 = l_2 = -1$ ;
- d)  $l_1 = 1, l_2 = -1$ .

**397) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie funcția  $f(x, y) = e^{xy}$ . Atunci:

- a)  $\frac{\partial f}{\partial x} = e^{xy}$ ;
- b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = xe^{xy}$ ;
- c)  $\frac{\partial f}{\partial x} = ye^{xy}$ ;
- d)  $\frac{\partial f}{\partial x} = xye^{xy}$ .

**398) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie funcția  $f(x, y) = e^{x+y}$ . Atunci:

- a)  $\frac{\partial f}{\partial x} = (x + y)e^{x+y}$ ;
- b)  $\frac{\partial f}{\partial x} = xe^{x+y}$ ;
- c)  $\frac{\partial f}{\partial x} = ye^{x+y}$ ;
- d)  $\frac{\partial f}{\partial x} = e^{x+y}$ .

$$H(P_0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ hessiana atașată funcției}$$

**399) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $f(x, y, z)$  în punctul critic  $P_0$ . Atunci:

- a)  $P_0$  este punct de minim;
- b)  $P_0$  este punct de maxim;
- c)  $P_0$  nu este punct de extrem local;
- d) nu se poate preciza natura lui  $P_0$ .

**400) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie funcția  $f(x, y, z) = x + y + z$ . Atunci:

- a) funcția  $f$  are un singur punct critic;
- b) funcția  $f$  nu are puncte critice;
- c) funcția  $f$  nu are puncte de extrem local;
- d) hessiana atașată funcției  $H(x, y, z)$  coincide cu matricea unitate.

**401) Capitol:** 5 Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie  $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix}$  hessiana atașată funcției

$f(x, y)$  în punctul critic  $P_0$ . Atunci, dacă:

- a)  $\alpha > 0, \beta > 0 \Rightarrow P_0$  punct de minim local;
  - b)  $\alpha < 0, \beta < 0 \Rightarrow P_0$  punct de maxim local;
  - c)  $\alpha < 0, \beta > 0 \Rightarrow P_0$  nu este punct de extrem local;
  - d)  $\alpha > 0, \beta < 0 \Rightarrow P_0$  nu este punct de extrem local;
- 

$$H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y^3 & 6xy^\alpha \\ \beta xy^2 & 6x^2y \end{pmatrix}$$

**402) Capitol: 5** Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie

atașată funcției  $f(x, y)$ . Atunci, dacă funcția  $f(x, y)$  satisface criteriul lui Schwarz, avem:

- a)  $\alpha = 3, \beta = 6$ ;
  - b)  $\alpha = 2, \beta = 6$ ;
  - c)  $\alpha = 1, \beta = 2$ ;
  - d)  $\alpha = 2, \beta = 2$ .
- 

$$H(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2y & 2x & \alpha \\ \beta x & 0 & 3z^2 \\ 0 & \gamma z^2 & 6yz \end{pmatrix}$$

**403) Capitol: 5** Funcții reale de  $n$  variabile reale Fie

funcției  $f(x, y, z) = x^2y + yz^3$ . Deoarece  $f$  satisface criteriul lui Schwarz, avem:

- a)  $\alpha = 2, \beta = 3, \gamma = 6$ ;
  - b)  $\alpha = 0, \beta = 3, \gamma = 3$ ;
  - c)  $\alpha = 0, \beta = 2, \gamma = 3$ ;
  - d)  $\alpha = 2, \beta = 6, \gamma = 3$ .
-

