T16. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice:,, O fabrică de pâine poate produce zilnic 3 sortimente: pâine, cornuri şi baghete, utilizând ca materii prime: făină, drojdie, ulei şi zahăr. Ştiind că, consumurile unitare (per produs/bucată) din fiecare materie primă sunt:

Tip produs	făină(kg)	drojdie (g)	ulei (ml)	zahăr (g)
Pâine	0.5	20	15	0
Cornuri	0.12	5	5	5
Baghete	0.3	8	10	20

iar fabrica dispune zilnic de cantitățile de materii prime: 3,5 tone de făină, 5 Kg de drojdie, 50 l ulei și 25 Kg de zahăr. Știind că prețul de vânzare al produselor este 1,2 lei/pâine, 0,5 lei/corn și 1,75 lei/baghetă, să se determine un plan optim de producție."

<u>Dem: Plan optim de producție</u> = obținerea unui volum maxim de vânzări (<u>profitul este direct proporțional cu cifra de afaceri!!!</u>) dar astfel încât numărul de produse de panificație fabricate să se încadreze în cantitățile (limitate) de materii prime avute la dispoziție.

 $\underbrace{ \text{Notăm cu:} }_{ } \begin{cases} x_1 \text{ - numarul de paini care urmeaza a fi produse;} \\ x_2 \text{ - numarul de cornuri care urmeaza a fi produse;} \\ x_3 \text{ - numarul de baghete care urmeaza a fi produse;} \end{cases}$

Atunci, modelul matematic va arata astfel:

T27. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice:,, Medicul dietician al cantinei unui campus studențesc, trebuie să compună un meniu pentru masa de prânz format din 3 feluri de mâncare, care trebuie să le asigure studenților necesarul minim zilnic de vitamine A, C și D. În următorul tabel, sunt prezentate cantitatea de vitamine (în mg) pe care-l conține fiecare fel de mâncare (per 100g):

Tip de mâncare	Vitamina A(mg/100g)	Vitamina C(mg/100g)	Vitamina D(mg/100g)
Antreu	50	20	10
Fel principal	30	10	50
Desert	20	30	20

Meniul zilnic trebuie să conțină **minim** cantitățile de: 290 mg de vitamina A, 200 mg de vitamina C și 210 mg de vitamina D. Știind că pentru cele 3 feluri de mâncare, costul este pentru antreu de 1,2 lei/100g, pentru felul principal de 2,75 lei/100g iar pentru desert de 0.8 lei/100g, să se determine un meniu zilnic (gramajul fiecărui fel de mâncare) care să coste cât mai puțin și care să conțină necesarul minim de vitamine."

<u>Dem: Meniu optim zilnic</u> = meniu care să coste cât mai puțin și care să conțină necesarul <u>minim</u> de vitamine.

 $\underbrace{ \text{Notăm cu:} }_{ } \begin{cases} x_1 \text{ - cantitatea (in sute de grame) de antreu folosita in meniul zilnic;} \\ x_2 \text{ - cantitatea (in sute de grame) de fel principal folosita in meniul zilnic;} \\ x_3 \text{ - cantitatea (in sute de grame) de desert folosita in meniul zilnic;} \end{cases}$

```
 (1) (\min) f(x_1, x_2, x_3) = 1, 2x_1 + 2, 75x_2 + 0, 8x_3 \text{ (in lei)} (costul total al meniului zilnic, care va contine cantitatile (in sute de grame):} \\ x_1, x_2, x_3 \text{ din cele trei feluri de mancare} ) \\ \{ 2) \begin{cases} 50x_1 + 30x_2 + 20x_3 \ge 290 \text{ (in mg)} (cantitatea totala de vitamina A continuta de meniul zilnic)} \\ 20x_1 + 10x_2 + 30x_3 \ge 200 \text{ (in mg)} (cantitatea totala de vitamina C continuta de meniul zilnic)} \\ 10x_1 + 50x_2 + 20x_3 \ge 210 \text{ (in mg)} (cantitatea totala de vitamina D continuta de meniul zilnic)} \\ (3) x_1, x_2, x_3 \ge 0 \text{ (nu poti servi mancare in cantitati negative!!!; daca } x_i > 0 \text{ - se serveste produsul 'i' in cantitatea } x_i, \\ daca x_i = 0 \text{ - nu se seveste produsul 'i' la meniul xilnic)} \end{cases}
```

T38. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice:,, O fabrică de autoturisme dorește să introducă în producție 3 modele noi de mașini: M_1 , M_2 , M_3 . Pentru fiecare tip de mașină, costul unitar de fabricație și necesarul de ore de muncă sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Tip maşină	cost de fabricație (mii lei/mașină)	ore de muncă/mașină
M_1	28	400
M_2	22	320
M_3	25	380

Fabrica dispune de un capital de 15 milioane de lei și de un total de 350 de muncitori, care pot lucra 8h/zi timp de 300 de zile anual. Știind că profitul unitar din vinderea fiecărui tip de mașină M_1 , M_2 , M_3 este de 4.500 lei, 3.200 lei respectiv 4.100 lei se determine un plan anual optim de producție."

<u>Dem: Plan optim de producție</u> = obținerea unui profit maxim din vanzarea celor trei tipuri de masini, dar astfel încât numărul de masini fabricate să se încadreze în resursele (limitate) de capital (bani) și forță de muncă avute la dispoziție.

 $\underbrace{ \begin{array}{l} \mathbf{Not\breve{am}\ cu:} \\ \mathbf{x_1} \text{ - numarul de masini de tipul } \mathbf{M_1} \text{ care urmeaza a fi produse;} \\ \mathbf{x_2} \text{ - numarul de masini de tipul } \mathbf{M_2} \text{ care urmeaza a fi produse;} \\ \mathbf{x_3} \text{ - numarul de masini de tipul } \mathbf{M_3} \text{ care urmeaza a fi produse;} \\ \end{array} }$

Atunci, modelul matematic va arata astfel:

T49. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice:,, *O bancă dorește să lanseze 3 tipuri de credite imobiliare adresate persoanelor fizice (PF), IMM-urilor și marilor corporații (MC), fondul total de creditare fiind în sumă de 1 miliard de lei. Costurile bancare pentru analizarea fiecărui tip de credit și profiturile aferente sunt date în tabelul:*

Tip client	Costuri bancare (% din suma împrumutată)	Profit (%din suma împrumutată)
PF	0,02	2,5
<i>IMM</i>	0,06	3,7
MC	0,04	3,5

Banca dorește ca suma acordată IMM-urilor să fie cel puțin la fel de mare ca cea acordată MC și va credita PF cu cel puțin 150 milioane lei. Știind că costurile bancare totale de acordare a creditelor nu trebuie să depășească 380.000 lei, să se determine planul optim de creditare pentru bancă."

<u>Dem: Plan optim de creditare</u> = obținerea unui profit maxim din acordarea celor trei tipuri de credite, dar astfel încât sumele acordate să se încadreze în resursele (limitate/fixate) de capital (bani) pentru fiecare tip de client, dar și în costul bancar total fixat.

 $\underbrace{ \begin{cases} x_1 \text{ - suma de bani (in lei) cu care urmeaza a fi creditate PF;} \\ x_2 \text{ - suma de bani (in lei) cu care urmeaza a fi creditate IMM-urile;} \\ x_3 \text{ - suma de bani (in lei) cu care urmeaza a fi creditate MC;} \end{cases}$

Atunci, modelul matematic va arata astfel:

```
(1) (\max) f(x_1, x_2, x_3) = 2,5x_1 + 3,7x_2 + 3,5x_3 \text{ (in \% din suma totala imprumutata)} (profitul obtinut din imprumutarea sumei de 'x_1' lei PF, a 'x_2' lei IMM-urilor si a 'x_3' lei MC) 
\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1.000.000.000 \text{ (in lei)} (suma totala ce va fi imprumutata celor trei categorii de clienti nu poate depasi suma totala de 1 miliard lei avuta la dispozitie) \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 \leq 3.800.000.000 \text{ (in lei)} (costurile de creditare pentru a se acorda mprumuturile in valoare de $x_1, x_2, x_3$ lei nu pot depasi suma de 12.000 lei avuta la dispozitie; atentie <math>x \% = \frac{x}{100} = 0,01 \cdot x) x_2 \geq x_3 (in lei) (suma imprumutata IMM-urilor trebuie sa fie cel putin la fel de mare ca cea imprumutata MC) x_1 \geq 150.000.000 \text{ (in lei)} (suma imprumutata PF trebuie sa fie cel putin de 150 milioane lei)} 
(3) x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ (nu poti imprumuta sume negative!!!; daca } x_i > 0 \text{ - se crediteaza clientii de tipul 'i' cu suma } x_i, \\ daca x_i = 0 \text{ - nu se acorda imprumuturi clientilor de tipul 'i'}
```

T50. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice:,, O fermă dispune de o suprafață de 1.000 ha, pe care dorește să înființeze culturi de porumb, cartofi și soia. Pentru fiecare tip de cultură avem următoarele date:

Tip cultură	Costuri de înființare (lei/ha)	Forță de muncă (ore/ha)	Producție estimată (t/ha)
Porumb	2.800	14	8,5
Cartofi	4.500	20	15
Soia	3.200	16	4.5

Conducerea fermei dorește ca suprafața cultivată cu soia să nu depășească 200 ha, iar cea de porumb să fie de cel puțin două ori mai mare decât cea de cartofi. Știind că ferma dispune de un capital de lucru de 3,5 milioane lei și 1.800h muncă, iar profitul obținut este: 200 Euro/tonă la porumb, 150 Euro/tonă la cartofi și 400 Euro/tonă la soia, să se determine un plan optim de înființare a culturilor."

<u>Dem: Plan optim de însămânțare</u> = determinarea suprafețelor care urmează a fi însămânțate cu fiecare tip de plantă, astfel încât să obținem un profit maxim din vânzarea celor trei tipuri de produse, dar astfel încât activitățile de înființare a acestora să se încadreze în resursele (limitate/fixate).

 $\underbrace{ \text{Notăm cu:} }_{ } \begin{cases} x_1 \text{ - suprafata (in ha) care urmeaza a fi insamantata cu porumb;} \\ x_2 \text{ - suprafata (in ha) care urmeaza a fi insamantata cu cartofi;} \\ x_3 \text{ - suprafata (in ha) care urmeaza a fi insamantata cu soia;} \end{cases}$

T61. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice;,, O fabrică de bere produce un sortiment de bere îmbuteliat la: sticlă, cutie și pet. Cantitățile anuale maxime pe care le poate produce fabrica, precum și profitul corespunzător fiecărui tip de bere sunt date în tabelul de mai jos:

Tip bere:	Capacitate maximă de producție (hl/an)	Profit net (lei/hl)
Sticlă	35.000	450
Cutie	20.000	415
Pet	45.000	520

Știind că distribuitorii pot vinde anual cel mult 75.000 hl, iar cantitatea de bere la pet solicitată de aceștia trebuie să fie de cel puțin două ori mai mare decât cea la sticlă și la cutie la un loc, să se determine un plan optim de producție."

<u>Dem: Plan optim de producție</u> = obținerea unui profit maxim din vanzarea celor trei tipuri de bere, dar astfel încât cantitățile de bere fabricate să se încadreze în cerințele problemei.

 $\underbrace{ \begin{cases} x_1 \text{ - cantitatea de bere (in hl) imbuteliata la sticla care urmeaza a fi produsa;} \\ x_2 \text{ - cantitatea de bere (in hl) imbuteliata la cutie care urmeaza a fi produsa;} \\ x_3 \text{ - cantitatea de bere (in hl) imbuteliata la PET care urmeaza a fi produsa;} \\ \end{cases}$

Atunci, modelul matematic va arata astfel:

T72. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice:,, O companie de taxiuri dorește să achiziționeze un număr de 30 de mașini noi de trei tipuri:Logan, Duster și Mercedes, corespunzătoare celor 3 categorii de clienți (normali, premium și VIP) pe care i-a identificat în urma unui studiu sociologic. Prețurile de achiziție, costurile unitare de întreținere anuale și profitul unitar anual sunt date în tabelul de mai jos:

Model maşină			Profit anual
	(Euro/maşină)	(lei/maşină)	(mii lei/maşină)
Logan	6.800	2.000	15
Duster	11.500	3.500	20
Mercedes	25.000	6.500	28

Compania are acces la o linie de finanțare de 350.000 Euro și îi trebuie cel puțin 9 mașini pentru a satisface comenzile clienților premium și VIP. Să se determine un plan optim de achiziție a mașinilor, știind că cheltuielile totale anuale de întreținere nu trebuie să depășească 150.000 lei"

<u>Dem: Plan optim de achiziție</u> = determinarea numărului de mașini de fiecare tip care trebuie cumpărat, astfel ca să obținem un profit maxim din exploatarea celor trei tipuri de mașini, dar să ne încadrăm și în cerințele problemei.

Notăm cu: $\begin{cases} x_1 - numarul \ de \ autoturisme \ Logan \ (in \ bucati) \ care \ urmeaza \ a \ fi \ cumparate; \\ x_2 - numarul \ de \ autoturisme \ Duster \ (in \ bucati) \ care \ urmeaza \ a \ fi \ cumparate; \\ x_3 - numarul \ de \ autoturisme \ Mercedes \ (in \ bucati) \ care \ urmeaza \ a \ fi \ cumparate; \end{cases}$

```
 \begin{cases} (1) \big( \max \big) f(x_1, x_2, x_3) = 15x_1 + 20x_2 + 28x_3 \text{ (in mii lei)} \big( profitul \ net \ anual \ obtinut \ din \ exploatarea \ celor \ x_1, x_2, x_3 \ taxiuri \ cumparate) \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 30 \ (numarul \ total \ de \ masini \ achizitionate \ sa \ fie \ de \ 30 \ de \ bucati) \\ 6,8x_1 + 11,5x_2 + 25x_3 \leq 350 \ (in \ mii \ Euro) \big( suma \ totala \ platita \ pentru \ a \ achizitiona \ cele \ 3 \ tipuri \ de \ masini \\ nu \ poate \ depasi \ suma \ maxima \ avuta \ la \ dispozitie) \end{cases} 
 \begin{cases} 2x_1 + 3,5x_2 + 6,5x_3 \leq 150 \ (in \ mii \ lei) \big( costul \ total \ anual \ de \ intretinere \ a \ celor \ 3 \ tipuri \ de \ masini \\ nu \ poate \ depasi \ suma \ maxima \ planificata \ (eventual \ prinsa \ in \ bugetul \ de \ V/C) \big) \\ x_2 + x_3 \geq 9 \ (in \ bucati) \big( numarul \ total \ de \ masini \ Duster \ si \ Mercedes \ trebuie \ sa \ fie \ de \ minim \ noua \big) 
 (3)x_1, x_2, x_3 \geq 0 \ (nu \ poti \ cumpara \ un \ numar \ negativ \ de \ masini!!!; \ daca \ x_i > 0 \ - \ se \ cumpara \ tipul \ de \ masina \ in \ cantitatea \ x_i \\ daca \ x_i = 0 \ - \ nu \ se \ va \ cumpara \ acel \ tip \ de \ masina )
```

T83. Să se scrie modelul matematic (de tip problemă de programare liniară) al următoarei probleme economice:,, *Un dezvoltator imobiliar are la dispoziție un teren de 10 ha, pe care dorește să construiască 3 tipuri de case. Suprafețele de teren, costul de construcție și profitul net sunt date în tabelul de mai jos:*

Tip case:	Suprafaţa de teren necesară (m²/casă)	Cost unitar de construcție (mii lei/casă)	Profit unitar (mii lei/casă)
Tip 1	300	85	35
Tip 2	500	125	55
Tip 3	1.000	180	90

Dezvoltatorul a semnat deja contracte pentru 5 case de tipul 2 și 3 case de tipul 1. Știind că suma maximă pe care o poate investi este de 200 milioane lei, determinați planul optim al afacerii."

<u>Dem: Plan optim al afacerii</u> =să determinăm numărul de case de fiecare tip care trebuie construite, astfel ca să obținem un profit maxim din vânzarea lor, dar să ne încadrăm și în cerințele problemei.

 $\underbrace{ \text{Notăm cu:} }_{ } \begin{cases} x_1 \text{ - numarul de case } \text{ (in bucati) de Tip1 care urmeaza a fi construite;} \\ x_2 \text{ - numarul de case } \text{ (in bucati) de Tip2 care urmeaza a fi construite;} \\ x_3 \text{ - numarul de case } \text{ (in bucati) de Tip3 care urmeaza a fi construite;} \end{cases}$

```
 \begin{cases} (1) \big( \max \big) f(x_1, x_2, x_3) = 35x_1 + 55x_2 + 90x_3 \ (\text{in mii lei}) (\text{profitul net obtinut din vaznzarea celor} \ x_1, x_2, x_3 \ \text{tipuri de case construite}) \\ 300x_1 + 500x_2 + 1.000x_3 \leq 100.000 \ (\text{in } m^2) \ (\text{suprafata totala de teren necesara contruirii} \ a \ x_1, x_2, x_3 \ \text{case de tipul } 1,2,3 \\ \text{nu poate depasi suprafata de } 10 \ \text{ha avuta la dispozitie}; \ 1\text{ha} = 10.000 \ m^2) \\ 85x_1 + 125x_2 + 180x_3 \leq 200.000 \ (\text{in mii lei}) (\text{costul total necesar pentru constructia celor } 3 \ \text{tipuri de case in cantitatile } x_1, x_2, x_3 \\ \text{nu poate depasi suma maxima avuta la dispozitie de dezvoltator}) \\ x_2 \geq 5 \ (\text{in bucati}) (\text{dezvoltatorul trebuie sa construiasca minim } 5 \ \text{case de Tipul } 2 \ \text{deoarece are semnate contracte cu beneficiarii})} \\ (3)x_1, x_2, x_3 \geq 0 \ (\text{nu poti construi case in numar negativ}!!!; \text{daca } x_i > 0 - \text{se construiesc case de Tipul 'i' in numarul } x_i, \\ \text{daca } x_i = 0 - \text{nu se construiesc case de acest tip}) \end{aligned}
```