

I. TRANSFORMARI ELEMENTARE

1) Care din urmatoarele operatii efectuate asupra unei matrice este transformare elementara: a) adunarea unei linii la o coloana; b) inmultirea unei linii cu scalarul $\alpha = 0$ <u>c)</u> schimbarea a doua linii intre ele; <u>d)</u> adunarea unei linii la o alta linie.	2) Numim matrice elementara o matrice: a) cu rangul egal cu 1; b) care se obtine din matricea unitate prin transformari elementare; c) cu determinantul nenul; <u>d)</u> obtinuta din matricea unitate printr-o singura transformare elementara.	3) O matrice elementara este obligatoriu: <u>a)</u> patratice; b) dreptunghiulara; <u>c)</u> inversabila; <u>d)</u> nesingulara.
4) Transformarile elementare se pot aplica: a) numai matricelor patratice; <u>b)</u> oricarei matrice; c) numai matricelor inversabile; d) numai matricelor cu rang nenul.	5) Fie B o matrice obtinuta prin transformari elementare din matricea A . Atunci: <u>a)</u> rang A = rang B ; b) rang A \neq rang B ; c) rang A < rang B ; d) rang A > rang B .	6) Matricele A si B se numesc echivalente daca: a) au acelasi rang; <u>b)</u> B se obtine din A prin transformari elementare; c) sunt ambele patratice si de acelasi ordin; d) au determinanti nenuli.
7) Daca A, B sunt matrice echivalente (A B) atunci: a) A, B sunt matrice patratice; <u>b)</u> rang A = rang B ; <u>c)</u> daca determinantul lui A = 0 rezulta, si det B = 0; d) daca det A = 1 rezulta ca si det B = 1.	8) Fie A $\in M_n(\mathbf{R})$. Daca rang A = r, atunci prin transformari elementare se obtine: a) cel putin r coloane ale matricei unitate; b) cel mult r coloane ale matricei unitate; <u>c)</u> exact r coloane ale matricei unitate; d) toate coloanele matricei unitate.	9) Fie A $\in M_n(\mathbf{R})$ cu det A \neq 0. Atunci: <u>a)</u> rang A = n; <u>b)</u> A este echivalenta cu matricea unitate I_n (A - I_n); c) prin transf. elementare putem determina inversa A ⁻¹ . <u>d)</u> forma Gauss-Jordan a matricei A este I_n .
10) Pentru a afla inversa unei matrice A $\in M_n(\mathbf{R})$ prin transformari elementare, acestea se aplica: <u>a)</u> numai liniilor; b) numai coloanelor; c) atat liniilor cat si coloanelor; d) intai liniilor apoi coloanelor.	11) Daca A $\in M_n(\mathbf{R})$ cu det A = 1 atunci forma Gauss-Jordan asociata va avea: a) o singura linie a matricei unitate I_n ; <u>b)</u> toate liniile si coloanele matricei unitate I_n ; c) o singura coloana a matricei unitate I_n ; d) numai o linie si o coloana a matricei unitate I_n .	12) Metoda de aflare a inversei unei matrice A cu transformari elementare se poate aplica: a) oricarei matrice A $\in M_n(\mathbf{R})$; <u>b)</u> numai matricelor patratice; c) maricelor patratice cu det A \neq 0; d) tuturor matricelor cu rang A \neq 0.
13) Pentru aflarea inversei unei matrice A $\in M_n(\mathbf{R})$ prin transformari elementare, acestea se aplica: a) direct asupra lui A ; b) asupra matricei transpuse A ^T ; <u>c)</u> matricei atasate $\bar{\mathbf{B}} = [\mathbf{A} \mathbf{M}_n]$; d) matricei atasate $\bar{\mathbf{B}} = [\mathbf{I}_n \mathbf{M}_n^T]$.	14) Fie A $\in M_n(\mathbf{R})$ si $\bar{\mathbf{B}}$ matricea atasata acesteia in metoda aflarii inversei lui A prin transf elementare. Atunci: a) $\bar{\mathbf{B}} \in M_n(\mathbf{R})$; <u>b)</u> $\bar{\mathbf{B}} \in M_{n,2n}(\mathbf{R})$; c) $\bar{\mathbf{B}} \in M_{2n,n}(\mathbf{R})$; d) $\bar{\mathbf{B}} \in M_{2n,2n}(\mathbf{R})$;	15) Fie A $\in M_n(\mathbf{R})$ si $\bar{\mathbf{B}}$ matricea atasata lui A pentru determinarea lui A ⁻¹ prin transformari elementare. Daca $\bar{\mathbf{B}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ atunci: <u>a)</u> A ⁻¹ = $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ b) A ⁻¹ = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ c) A ⁻¹ = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ d) A ⁻¹ nu exista.
16) Fie A $\in M_n(\mathbf{R})$ si $\bar{\mathbf{B}}$ matricea atasata lui A pentru determinarea lui A ⁻¹ prin transformari elementare. Daca $\bar{\mathbf{B}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{M} & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ atunci: a) A ⁻¹ = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ b) A ⁻¹ = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ <u>c)</u> A ⁻¹ = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ d) A ⁻¹ nu exista.	17) Aducand matricea A la forma Gauss-Jordan obtinem: a) A ⁻¹ ; <u>b)</u> rang A ; c) det A ; d) A ^T .	18) Daca matricea A $\in M_{2,3}(\mathbf{R})$ este echivalenta cu matricea A' = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ atunci: <u>a)</u> rang A = 2; b) rang A = 1; c) rang A = 3; <u>d)</u> rang A = rang A' .

<p>19) Daca matricea $A \in M_3(\mathbf{R})$ este echivalenta cu matricea</p> $A' = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ <p>atunci rang A este:</p> <p>a) 2; b) 3; c) 1; d) 0.</p>	<p>20)Daca A este echivalenta cu matricea unitate $I_3 (A = I_3)$, atunci:</p> <p>a) rang $A = 3$; b) $\det A \neq I_3$; c) $A = I_3$; d) $A^{-1} = I_3$.</p>	<p>21) Pivotalul unei transformari elementare este intotdeauna:</p> <p>a) nenul; b) egal cu 0; c) egal cu 1; d) situat pe diagonala matricei.</p>
<p>22) Daca matricea A este echivalenta cu $A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$</p> <p>atunci:</p> <p>a) rang $A = 3$; b) rang $A = 1$; c) $\det A \neq 0$; d) A este inversabila.</p>	<p>23) Daca matricea A este echivalenta cu matricea $A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$ atunci:</p> <p>a) rang $A = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ b) rang $A = 1 \Leftrightarrow \alpha = 1$ c) rang $A \geq 2, (\forall) \alpha \in \mathbf{R}$; d) rang $A = 3 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$.</p>	<p>24)Daca matricele A si A' sunt echivalente (AA') atunci:</p> <p>a) au acelasi rang; b) sunt obligatoriu matrice inversabile; c) sunt obligatoriu matrice patratice; d) se obtin una din alta prin transformari elementare.</p>
<p>25) Fie $A \in M_3(\mathbf{R})$ cu $\det A = \alpha$. Atunci forma Gauss-Jordan a lui A:</p> <p>a) are acelasi rang cu matricea A, $(\forall) \alpha \in \mathbf{R}$; b) are acelasi rang cu matricea A, numai pt $\alpha = 0$; c) coincide cu $I_3 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$; d) are cel mult doua coloane ale matricei unitate I_3 daca $\alpha = 0$</p>	<p>26) Doua sisteme liniare de ecuatii se numesc echivalente daca:</p> <p>a) au acelasi numar de ecuatii; b) au acelasi numar de necunoscute; c) au aceleasi solutii; d) matricele lor extinse sunt echivalente.</p>	<p>27) Matricea unui sistem liniar oarecare, in forma explicita are:</p> <p>a) forma Gauss-Jordan; b) coloanele variabilelor principale, coloanele matricei unitate; c) toate elementele de pe liniile variabilelor secundare nule d) elementele corespunzatoare de pe coloanele variabilelor secundare, negative.</p>
<p>28) Metoda Gauss-Jordan de rezolvare a sistemelor liniare prin transformari elementare se aplica:</p> <p>a) numai sistemelor patratice; b) oricarui sistem liniar; c) numai daca rangul matricei sistemului este egal cu numarul de ecuatii; d) doar sistemele compatibile nedeterminate.</p>	<p>29) Fie A si \overline{A} matricea, respectiv matricea largita a unui sistem liniar. Aplicand metoda Gauss-Jordan de rezolvare, se aplica transformari elementare asupra:</p> <p>a) liniilor lui A si coloanelor lui \overline{A} ; b) liniilor si coloanelor lui \overline{A} ; c) liniilor lui \overline{A} ; d) coloanei termenilor liberi din \overline{A} .</p>	<p>30) Pentru a obtine matricea unui sistem liniar sub forma explicita, se aplica transformari elementare:</p> <p>a) numai coloanelor corespunzatoare variabilelor secundare; b) numai coloanei termenilor liberi; c) tuturor liniilor si coloanelor matricei extinse; d) pentru a face coloanele variabilelor principal alese, coloanele matricei unitate.</p>
<p>31) Aplicand metoda Gauss-Jordan unui sistem liniar de ecuatii, matricea extinsa \overline{A} este echivalenta cu matricea $\overline{A}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} M \\ 1 \end{matrix}$. Atunci sistemul liniar:</p> <p>a) este incompatibil; b) este compatibil nedeterminat; c) are solutia de baza: $x_1=4, x_2=2, x_3=-1, x_4=0$; d) are o infinitate de solutii.</p>	<p>32) Matricea extinsa corespunzatoare unui sistem liniar in forma explicita este $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} M \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$. Atunci</p> <p>sistemul liniar:</p> <p>a) este incompatibil; b) este compatibil determinat; c) are solutia de baza $x_1=1, x_2=2, x_3=-1, x_4=0$; d) are o infinitate de solutii.</p>	<p>33) Matricea extinsa corespunzatoare unui sistem liniar in forma explicita este $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} M \\ 1 \\ 2 \end{matrix}$. Atunci sistemul</p> <p>liniar:</p> <p>a) sistemul este compatibil nedeterminat; b) variabilele principale alese sunt x_1, x_2, x_4; c) sistemul este incompatibil; d) solutia de baza coresp. este $x_1=1, x_2=2, x_3=0, x_4=3$.</p>
<p>34) Un sistem liniar de 2 ecuatii cu 4 necunoscute, cu rangul matricei sistemului egal cu 2, are solutia de baza: $X=(2,0,0,-1)^T$. Atunci este:</p> <p>a) admisibila si nedegenerata; b) admisibila si degenerata; c) neadmisibila si nedegenerata;</p>	<p>35) un sistem liniar cu 2 ecuatii si 3 necunoscute admite solutia de baza $X=(0,-1,0)^T$. Stiind ca x_2, x_3 sunt variabile principale, atunci solutia x este:</p> <p>a) admisibila; b) neadmisibila; c) degenerata;</p>	<p>36) Sistemele liniare de ecuatii care admit solutii de baza sunt numai cele:</p> <p>a) compatibile nedeterminate; b) compatibile determinate; c) incompatibile; d) patratice.</p>

<p>d) neadmisibilă și degenerată.</p> <p>37) Formei explicite a unui sistem liniar îi corespunde matricea $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} M_2^2$. Atunci soluția corespunzătoare este:</p> <p>a) $x_1 = 2 + \alpha - \beta$, $x_2 = -2 + \alpha - \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$;</p> <p>b) $x_1 = 2 - \alpha + \beta$, $x_2 = -2 - \alpha + \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$;</p> <p><u>c) $x_1 = 2 + \alpha - \beta$, $x_2 = -2 - \alpha + \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$;</u></p> <p>d) $x_1 = 2 - \alpha - \beta$, $x_2 = -2 + \alpha + \beta$, $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$.</p>	<p>d) nedegenerată.</p> <p>38) Matricea extinsă corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar este $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} M_1^1$. Atunci soluția de bază corespunzătoare este:</p> <p>a) $X = (1 \ 1 \ -1 \ 0)^T$;</p> <p>b) $X = (1 \ 0 \ 2 \ 1)^T$;</p> <p>c) $X = (1 \ 1 \ 0 \ 0)^T$;</p> <p><u>d) $X = (0 \ 1 \ 0 \ 1)^T$.</u></p>	<p>39) Pentru a se obține soluția de bază din forma explicită a unui sistem liniar de ecuații:</p> <p>a) variabilele principale se egalează cu 0;</p> <p><u>b) variabilele secundare se egalează cu 0;</u></p> <p>c) toate variabilele se egalează cu 0;</p> <p>d) se atribuie variabilelor secundare valori nenule distincte.</p>
<p>40) Soluția de bază $X = (\alpha, 0, \beta, 0)^T$ a unui sistem liniar de două ecuații este neadmisibilă dacă:</p> <p>a) $\alpha > 0$ și $\beta > 0$;</p> <p><u>b) $\alpha < 0$ și $\beta < 0$;</u></p> <p><u>c) $\alpha > 0$ și $\beta < 0$;</u></p> <p><u>d) $\alpha < 0$ și $\beta > 0$.</u></p>	<p>41) Soluția de bază $X = (0, 0, \alpha, \beta)^T$ corespunzătoare unui sistem liniar cu 2 ecuații principale și 4 necunoscute este degenerată dacă:</p> <p><u>a) $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$;</u></p> <p><u>b) $\alpha \neq 0$, $\beta = 0$;</u></p> <p><u>c) $\alpha = 0$, $\beta = 0$;</u></p> <p>d) $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$.</p>	<p>42) Fie n_B și n_E numărul soluțiilor de bază distincte, respectiv al formelor explicite, corespunzătoare unui sistem liniar compatibil nedeterminat. Atunci:</p> <p>a) $n_B \leq n_E$;</p> <p>b) $n_B \geq n_E$;</p> <p><u>c) întotdeauna $n_B = n_E$;</u></p> <p>d) obligatoriu $n_B > n_E$.</p>
<p>43) Fie soluția de bază $X = (1, \alpha, 0, \beta)^T$ corespunzătoare variabilelor principale x_1 și x_4. Atunci x este admisibilă degenerată dacă:</p> <p><u>a) $\alpha > 0$, $\beta = 0$;</u></p> <p><u>b) $\alpha = 0$, $\beta = 0$;</u></p> <p>c) $\alpha = 0$, $\beta > 0$;</p> <p>d) $\alpha > 0$, $\beta > 0$.</p>	<p>44) Forma explicită a unui sistem liniar are matricea de forma $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} M_2^2$. Atunci soluția de bază corespunzătoare X este:</p> <p>a) $X = (1 \ 2 \ -1 \ 0)^T$;</p> <p><u>b) $X = (1 \ -1 \ 2 \ 0)^T$;</u></p> <p>c) $X = (1 \ 2 \ 0 \ -1)^T$;</p> <p>d) $X = (-1 \ 2 \ 1 \ 0)^T$</p>	<p>45) Forma explicită a unui sistem liniar are matricea de forma $\overline{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} M_1^{-1}$. Atunci soluția de bază corespunzătoare X este:</p> <p>a) admisibilă;</p> <p><u>b) degenerată;</u></p> <p><u>c) neadmisibilă;</u></p> <p>d) nedegenerată.</p>
<p>46) Fie $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} M_2^2$ matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar. Atunci sistemul este incompatibil dacă:</p> <p>a) $\alpha = 0$;</p> <p><u>b) $\alpha = 1$;</u></p> <p><u>c) $\alpha = -1$;</u></p> <p><u>d) $\alpha = 2$.</u></p>	<p>47) Fie $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix} M_1^1$ matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar. Atunci sistemul este:</p> <p><u>a) compatibil nedeterminat, dacă $\alpha = 0$;</u></p> <p><u>b) compatibil determinat, dacă $\alpha = 1$;</u></p> <p>c) incompatibil, dacă $\alpha \neq 0$;</p> <p>d) incompatibil, dacă $\alpha = 0$.</p>	<p>48) Fie $\overline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & \beta \end{pmatrix} M_1^1$ matricea corespunzătoare formei explicite a unui sistem liniar. Atunci sistemul este compatibil nedeterminat dacă:</p> <p>a) $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$;</p> <p>b) $\alpha \neq 0$, $\beta = 0$;</p> <p><u>c) $\alpha = 0$, $\beta = 0$;</u></p> <p>d) $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$.</p>
<p>49) Fie $X = (1, 1, \alpha, 0, 0)^T$ soluția de bază a unui sistem liniar de ecuații corespunzătoare variabilelor principale x_1, x_2, x_3. Atunci:</p> <p><u>a) X este admisibilă, dacă $\alpha > 0$;</u></p> <p><u>b) X este degenerată, dacă $\alpha = 0$;</u></p> <p><u>c) X este neadmisibilă, dacă $\alpha = -1$;</u></p> <p><u>d) X este nedegenerată, dacă $\alpha = 1$.</u></p>	<p>50) Un sistem liniar de 2 ecuații și 4 necunoscute are matricea corespunzătoare unei forme explicite de forma: $\overline{A} =$. Atunci soluția de bază corespunzătoare X este:</p> <p><u>a) admisibilă, dacă $\alpha = 1$, $\beta = 0$;</u></p> <p><u>b) degenerată, dacă $\alpha < 0$, $\beta = 0$;</u></p> <p>c) neadmisibilă, dacă $\alpha > 0$ și $\beta \geq 0$;</p>	<p>51) Un sistem de m ecuații liniare cu n necunoscute, $m < n$, are întotdeauna:</p> <p>a) cel puțin C_n^m forme explicite;</p> <p><u>b) cel puțin C_n^m forme explicite;</u></p> <p>c) exact C_n^m forme explicite;</p> <p>d) $m+n$ forme explicite.</p>

	d) nedegenerata, daca $\alpha < 0$ si $\beta \leq 0$.	
52) Un sistem de m ecuatii liniare cu n necunoscute, $m < n$, are intotdeauna: a) exact C_n^m solutii de baza; b) cel mult C_n^m solutii de baza; c) cel putin C_n^m solutii de baza; d) $m+n$ solutii de baza.	53) O solutie de baza pentru un sistem cu m ecuatii liniare cu n necunoscute, $m < n$, este degenerata daca are: a) exact m componente nenule; b) mai mult de m componente nenule; c) mai putin de m componente nenule; d) mai mult de $n-m$ componente nenule.	54) O solutie de baza pentru un sistem cu m ecuatii liniare cu n necunoscute, $m < n$, este nedegenerata daca are: a) exact m componente nenule; b) mai mult de m componente nenule; c) mai putin de m componente nenule; d) $n-m$ componente nenule.
55) Pentru a transforma un sistem liniar de ecuatii intr-unul echivalent se folosesc transformari elementare asupra: a) liniilor matricei sistemului; b) coloanelor matricei sistemului; c) liniilor si coloanelor matricei sistemului; d) termenilor liberi ai sistemului.	56) Metoda grafica se foloseste in rezolvarea sistemelor de inecuatii liniare cu: a) doua necunoscute; b) mai mult de 3 necunoscute; c) oricate necunoscute; d) exact 3 necunoscute.	57) O solutie de baza pentru un sistem cu m ecuatii liniare cu n necunoscute, $m < n$, este admisibila daca are: a) majoritatea componentelor pozitive; b) mai mult de m componente pozitive; c) mai putin de m componente negative; d) toate componentele negative.
58) Fie A o matrice nenula de tipul (m, n) . Atunci matricea A admite inversa daca: a) $\det A \neq 0$; b) $m=n$ si $\det A \neq 0$; c) $\det A=0$ si $m=n$; d) $\det A = 1$ si $m=n$.	59) Pentru a transforma un sistem liniar de ecuatii in unul echivalent, se folosesc: a) transf. elem. aplicate liniilor matricei atasate sistemului; b) trans elem aplicate liniilor si coloanelor matr. atasate sist c) operatii de adunare a coloanelor matricei atasate sist; d) toate operatiile care se pot efectua asupra unei matrice.	60) O solutie de baza a unui sistem liniar se obtine: a) dand variabilelor principale valoarea 0; b) dand variabilelor secundare valoarea 0; c) dand variabilelor principale valori nenule; d) dand variabilelor secundare valori strict pozitive.

II.ELEMENTE DE ALGEBRA LINIARA

1) Un spatiu liniar X se numeste spatiu liniar real daca: a) elementele sale sunt numere reale; b) corpul peste care este definit coincide cu multimea numerelor naturale; c) multimea X este nevida; d) operatiile definite pe X sunt operatii cu numere reale.	2) Fie $(P_n(X), +, \cdot)$ spatiul liniar al polinoamelor de grad cel mult n . Atunci operatiile "+" si "·" reprezinta: a) adunarea si inmultirea polinoamelor; b) adunarea polinoamelor si inmultirea polinoamelor cu scalari reali; c) adunarea numerelor reale si inmultirea polinoamelor; d) adunarea polinoamelor si inmultirea nr reale.	3) Fie $(P_n(X), +, \cdot)$ spatiul liniar al polinoamelor de grad cel mult n . Atunci dimensiunea sa este: a) n ; b) $n+1$; c) n^2 ; d) $2n$.
4) Multimea solutiilor unui sistem liniar formeaza un spatiu liniar daca sistemul este: a) incomparabil; b) omogen; c) compatibil determinat; d) patrat, cu rangul matricei egal cu nr. Necunoscutelor.	5) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$ a.i. $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = 0_n$. Atunci x_1, x_2, \dots, x_k sunt liniar independenti numai daca: a) $(\forall) \alpha_i = 0, i = \overline{1, k}$; b) $(\exists) \alpha_i = 0$; c) $\alpha_i \neq 0, (\forall) i = \overline{1, k}$; d) $k > n$.	6) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$ a.i. $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_k x_k = 0_n$. Atunci x_1, x_2, \dots, x_k sunt liniar dependenti daca: a) $\alpha_i = 0, (\forall) i = \overline{1, k}$; b) $(\exists) \alpha_i \neq 0$; c) $k > n$; d) $\alpha_i \neq 0, (\forall) i = \overline{1, k}$.
7) Fie X un spatiu liniar si vectorii $x_1, x_2, x_3 \in X$ a.i. $x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 0_x$. Atunci vectorii sunt: a) liniar dependenti, daca $\alpha = 0$; b) liniar independenti, daca $\alpha \neq 0$; c) liniar dependenti, daca $\alpha \neq 0$; d) liniar independenti, daca $\alpha = 0$.	8) Vectorii $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$ sunt liniar independenti. Atunci: a) x_1, x_2, \dots, x_{k-1} sunt liniar independenti; b) $x_i \neq 0_n, (\forall) i = \overline{1, n}$; c) $k \leq n$; d) $x_1 + x_2 + \dots + x_k = 0_n$	9) Fie $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ vectori oarecare a.i. $x_3 = x_1 - 2x_2$. Atunci: a) coordonatele lui x_3 sunt 1 si -2; b) x_1, x_2, x_3 nu formeaza o baza in \mathbb{R}^3 c) x_1, x_2, x_3 sunt liniar dependenti; d) deoarece $x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \Rightarrow x_1, x_2, x_3$ sunt liniar indep.
10) Fie B si B' doua baze din spatiul liniar \mathbb{R}^3 si S matricea schimbarii de baza. Atunci S este: a) patratica; b) inversabila;	11) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$. At. ei form o baza daca: a) sunt liniar independenti si $k \neq n$; b) $x_i \neq 0_n$ si $k = n$; c) sunt liniar independenti si $k = n$;	12) Fie $B = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ o baza in spatiul liniar X . Atunci: a) $\dim X = k$; b) $\dim X > k$; c) $\dim X < k$;

<p>c) dreptunghiulara; d) nesingulara ($\det S \neq 0$).</p>	<p>d) $k=n$ si $a_i \neq 0, (\forall) i = \overline{1, k}$</p>	<p>d) $x_i \neq 0, (\forall) i = \overline{1, k}$</p>
<p>13) Fie S matricea de trecere de la o baza B la baza B' si u_B respectiv $u_{B'}$ coordonatele vectorului u in cele doua baze. Atunci au loc relatiile: a) $u_B = S u_{B'}$ si $u_{B'} = S^{-1} u_B$ b) $u_B = S^T u_{B'}$ si $u_{B'} = S^{-1} u_B$ c) $u_B = S^T u_{B'}$ si $u_{B'} = (S^T)^{-1} u_B$ d) $u_B = S^{-1} u_{B'}$ si $u_{B'} = S^T u_B$</p>	<p>14) Fie B = { x_1, x_2, \dots, x_k } o baza in \mathbf{R}^n .Atunci: a) x_1, x_2, \dots, x_k sunt liniar independenti; b) $k < n$; c) $k = n$; d) $k > n$.</p>	<p>15) In spatiul liniar \mathbf{R}^n exista: a) cel mult n baze; b) exact n baze; c) o singura baza; d) o infinitate de baze.</p>
<p>16) Fie operatorul liniar $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ si $0_2, 0_3$ vectorii nuli ai celor 2 spatii. Atunci: a) $L(0_2) = 0_2$; b) $L(0_3) = 0_3$; c) $L(0_2) = 0_3$; d) $L(0_3) = 0_3$.</p>	<p>17) Daca $L: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ este un operator liniar, atunci: a) obligatoriu $m > n$; b) obligatoriu $m < n$; c) m si n sunt numere naturale oarecare, nenule; d) obligatoriu $m = n$.</p>	<p>18) Fie $L: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ un operator liniar si $\ker L$ nucleul sau. Daca $x_1, x_2 \in \ker L$, atunci: a) $x_1 + x_2 \in \ker L$; b) $\alpha x_1 \in \ker L, (\forall) \alpha \in \mathbf{R}$; c) $\alpha x_1 + \beta x_2 \in \ker L, (\forall) \alpha, \beta \in \mathbf{R}$; d) $L(x_1) = x_2$.</p>
<p>19) Fie $L: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ un operator liniar si $\ker L$ nucleul sau. Daca $x \in \ker L$, atunci: a) $L(x) = 0_m$; b) $L(\alpha x) = 0_m, (\forall) \alpha \in \mathbf{R}$; c) $L(\alpha x) = 0_m$, doar pt $\alpha = 0$; d) $L(x) = 0_n$.</p>	<p>20) Daca $L: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$ este un operator liniar si A matricea sa fata de o pereche de baze B, B' atunci: a) $A \in M_{m,n}(\mathbf{R})$; b) $A \in M_{n,m}(\mathbf{R})$; c) B, B' sunt baze in \mathbf{R}^m ; d) B este baza in \mathbf{R}^m si B' este baza in \mathbf{R}^n</p>	<p>21) Fie $L: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ un operator liniar si x un vector propriu pt. L. Atunci: a) $(\exists!) \lambda \in \mathbf{R}$ a.i. $L(x) = \lambda x$; b) $L(\lambda x) = x, (\forall) \lambda \in \mathbf{R}$; c) $x \neq 0$; d) $L(x) = \lambda x, (\forall) \lambda \in \mathbf{R}$.</p>
<p>22) Fie $L: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ un operator liniar si x un vector propriu corespunzator valorii proprii λ . Atunci: a) $L(x) = \lambda x$; b) daca $L(x) = 0_n$, atunci $x = 0_n$; c) $L(\lambda x) = \lambda 2x$; d) daca $L(x) = 0_n$, atunci $\lambda = 0$.</p>	<p>23) Matricea atasata unei forme liniare $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ este o matrice: a) patratica; b) coloana; c) linie; d) inversabila.</p>	<p>24) Daca $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ este o forma liniara, atunci: a) $f(x_1 + x_2) = x_1 + x_2; (\forall) x_1, x_2 \in \mathbf{R}^n$ b) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2); x_1, x_2 \in \mathbf{R}^n$; c) $f(\alpha x) = \alpha x, (\forall) \alpha \in \mathbf{R}$ si $(\forall) x \in \mathbf{R}^n$; d) $f(\alpha x) = \alpha f(x), (\forall) \alpha \in \mathbf{R}$ si $(\forall) x \in \mathbf{R}^n$.</p>
<p>25) Fie $L: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ un operator liniar. Atunci L devine forma liniara daca: a) $n = 1$; b) $m = 1$; c) $n = 1$ si $m = 1$; d) $n = m$.</p>	<p>26) Fie $Q: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ o forma patratica si A matricea asociata acesteia. Atunci: a) $A = A^T$ b) $A \in M_{n,1}(\mathbf{R})$; c) $A \in M_n(\mathbf{R})$; d) A este inversabila.</p>	<p>27) Fie forma patratica $\begin{cases} Q: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R} \\ Q(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 \end{cases}$ $(\forall) x = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbf{R}^3$.Atunci matricea asociata lui Q este: c) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$</p>
<p>28) Forma patratica $Q: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ are matricea asociata $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Atunci Q are expresia: c) $Q(x) = 2x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2$</p>	<p>29) Forma patratica $Q: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ are forma canonica asociata $Q(y) = 2y_1^2 + y_2^2 + \alpha y_3^3$. Atunci: a) Q este pozitiv definita daca $\alpha > 0$; c) Q este semipozitiv definita daca $\alpha = 0$; d) Q nu pastreaza semn constant daca $\alpha < 0$.</p>	<p>30) Forma patratica $Q: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ are matricea asociata $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$. Atunci forma canonica asociata este: Nici una: $Q(y) = -y_1^2 - y_2^2$ sau $-y_1^2 + 3y_2^2$ sau $2y_1^2 - y_2^2$ sau $-3y_1^2 + 7y_2^2$</p>
<p>31) Forma patratica $Q: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ are forma canonica asociata $Q(y) = ay_1^2 + by_2^2$. Atunci Q este negativ definita daca: c) $a < 0, b < 0$</p>	<p>32) Fie $Q(y) = \frac{1}{\Delta_1} y_1^2 + \frac{\Delta_1}{\Delta_2} y_2^2 + \frac{\Delta_2}{\Delta_3} y_3^2$ forma canonica asociata formei patractice $Q: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$.Atunci: a) daca $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$, Q este pozitiv definita;</p>	<p>33) Fie A matricea asociata formei patractice $Q: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ si $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ minorii principali ai lui A. Pentru a aplica metoda lui Jacobi de aducere la forma canonica, trebuie obligatoriu ca: Nici una.</p>

	d) daca $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 < 0$, Q este negativ definita.	
--	--	--

<p>34) Formei patraticae oarecare $Q: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ i se poate asocia:</p> <p>b) msi multe forme canonice, dar cu acelasi nr de coeficienti pozitivi, repectiv negativi.</p> <p>c) o matrice patratica si simetrica.</p>	<p>35) Forma patratica $\begin{cases} Q: \mathbf{i}^n \rightarrow \mathbf{i} \\ Q(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \end{cases}$ spunem ca este pozitiv definita daca:</p> <p>b) $Q(x) > 0, (\forall) x \in \mathbf{R}^n, x \neq 0$.</p>	<p>36) Forma patratica $\begin{cases} Q: \mathbf{i}^n \rightarrow \mathbf{i} \\ Q(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \end{cases}$ spunem ca este seminegativ definita daca:</p> <p>b) $Q(x) \leq 0, (\forall) x \in \mathbf{R}^n, x \neq 0$.</p>
<p>37) Forma patratica $Q: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ are forma canonica asociata: $Q(y) = -y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$. Atunci:</p> <p>c) $(\exists) x_1, x_2 \in \mathbf{R}^3$ a.i. $Q(x_1) < 0$ si $Q(x_2) > 0$</p>	<p>38) Forma patratica $\begin{cases} Q: \mathbf{i}^n \rightarrow \mathbf{i} \\ Q(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \end{cases}$ are forma canonica asociata $Q(y) = \alpha_1 y_1^2 + \alpha_2 y_2^2 + \dots + \alpha_n y_n^2$. Atunci Q este degenerata daca:</p> <p>c) $(\exists) \alpha_i = 0$, pentru $i = \overline{1, n}$.</p>	<p>39) Fie $Q(y) = \alpha_1 y_1^2 + \alpha_2 y_2^2 + \alpha_3 y_3^2$ forma canonica asociata formei patraticae $Q: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$. Atunci Q nu pastreaza semn constant daca:</p> <p>a) $\alpha_1 > 0, \alpha_2 < 0, \alpha_3 > 0$; d) $\alpha_1 > 0, \alpha_2 < 0, \alpha_3 \in \mathbf{R}$.</p>
<p>40) Metoda lui Jacobi de a obtine forma canonica, se poate aplica in cazul formelor patraticae:</p> <p>a) pozitiv definite; c) negativ definite.</p>	<p>41) Fie operatorul liniar $\begin{cases} L: \mathbf{i}^3 \rightarrow \mathbf{i}^2 \\ L(x) = (x_1 + x_3, 2x_1 - x_2)^T \end{cases}$, $(\forall) x = (x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbf{R}^3$. Atunci matricea operatorului in bazele canonice ale celor doua spatii are forma:</p> <p>b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.</p>	<p>42) Matricea operatorului $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ fata de baza canonica din \mathbf{R}^2 are expresia $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Atunci operatorul L are expresia:</p> <p>b) $L(x) = (x_1 + 2x_2, -x_1)^T$.</p>
<p>43) Pentru a se determina valorile proprii ale operatorului $L: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ cu matricea corespunzatoare A, se rezolva ecuatia:</p> <p>c) $\det(A^T - \lambda I_n) = 0$</p>	<p>44) Operatorul liniar $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ are matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$</p> <p>Atunci ecuatia caracteristica pt obtinerea valorilor proprii are forma:</p> <p>c) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 3 \\ 2 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$</p>	<p>45) Fie operatorul liniar $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ cu matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$</p> <p>Atunci ecuatia caracteristica corecpunzatoare:</p> <p>c) $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$</p>
<p>46) Fie operatorul liniar $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$. Atunci:</p> <p>c) operatorului nu i se poate atasa ecuatia caracteristica.</p>	<p>47) Operatorul liniar $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ are matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$</p> <p>Atunci, valorile proprii ale lui L sunt:</p> <p>c) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -2$</p>	<p>48) Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ matricea atasata operatorului $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$</p> <p>Atunci:</p> <p>b) valorile proprii ale lui L sunt $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 2$; d) sistemul caracteristic atasat este $\begin{cases} (1-\lambda)x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + (1-\lambda)x_2 = 0 \end{cases}$</p>
<p>49) Operat. $L: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ are valorile proprii $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$. Atunci:</p> <p>c) daca x_1, x_2 sunt vectori proprii pentru λ_1, respectiv $\lambda_2 \Rightarrow x_1, x_2$ sunt liniar independenti. d) exista o baza fata de care matricea operatorului are forma $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$</p>		<p>51) Care din urmatoarele afirmatii sunt adevarate?</p> <p>a) orice spatiu liniar este grup abelian; b) orice grup abelian este spatiu liniar; c) exista spatii liniare care nu sunt grupuri abeliene;</p>

	<p>50) Fie operatorul $\begin{cases} L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ L(x) = (x_1 + x_2, x_1)^T \end{cases}$. Atunci :</p> <p>a) $\ker L = \{(0,0)^T\}$</p>	d) exista grupuri abeliene care nu sunt spatii liniare.
<p>52) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^m$ si A matricea componentelor acestora. Atunci:</p> <p>a) vectorii sunt liniar independenti daca $\text{rang } A = m$; b) vectorii sunt liniar dependenti daca $\text{rang } A < m$.</p>	<p>53) In spatiul \mathbb{R}^n o multime de vectori liniar independenti poate avea:</p> <p>a) cel mult n vectori; c) exact n vectori.</p>	<p>54) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^m$ si A matricea componentelor acestora. Atunci sunt liniar dependenti daca:</p> <p>c) $\text{rang } A < m$; d) $\det A = 0$.</p>
<p>55) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^m$ si A matricea componentelor acestora. Atunci sunt liniar independenti daca:</p> <p>a) $\text{rang } A = m$; d) $\det A \neq 0$.</p>	<p>56) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^n$ liniar independenti. Atunci vectorii :</p> <p>c) formeaza o baza in \mathbb{R}^n , numai daca $m=n$; d) nu contin vector nul.</p>	<p>57) Multimea x_1, x_2, \dots, x_m este formata din vectori liniar dependenti. Atunci:</p> <p>b) cel putin un vector se poate exprima ca o combinatie liniara de ceilalti; d) poate contine vector nul.</p>
<p>58) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^n$, $n > 3$, liniar independenti. Atunci:</p> <p>a) vectorii x_1, x_2, \dots, x_n formeaza o baza in \mathbb{R}^n ; b) vectorii x_1, x_2, \dots, x_k sunt liniar independenti, $(\forall) k = \overline{1, n}$.</p>	<p>59) Care din urmatoarele afirmatii sunt adevarate:</p> <p>a) orice submultime a unei multimi de vectori liniar independenti este tot liniar independenta; b) o submultime a unei multimi de vectori liniar dependenti este tot liniar dependenta; c) coordonatele unui vector in baza canonica din \mathbb{R}^n coincid cu componentele acestuia. d) daca o multime de vectori nu contine vectorul nul, atunci este liniar independenta.</p>	<p>60) Coordonatele unui vector din \mathbb{R}^n :</p> <p>a) sunt unice relativ la o baza fixata; b) se schimba la schimbarea bazei; c) sunt aceleasi in orice baza.</p>
<p>61) Un sistem de n vectori din \mathbb{R}^n, care contine vectorul nul:</p> <p>b) este liniar dependent; c) nu formeaza o baza in \mathbb{R}^n .</p>	<p>62) Coordonatele unui vector in 2 baze care difera printr-un singur vector sunt:</p> <p>a) diferite.</p>	<p>63) Dimensiunea unui spatiu vectorial este egala cu:</p> <p>a) numarul vectorilor dintr-o baza; b) numarul maxim de vectori liniar independenti.</p>
<p>64) Matricea schimbarii de baza este:</p> <p>a) o matrice patratica; b) o matrice inversabila; c) formata din coordonatele vectorilor unei baze descompusi in cealalta baza.</p>	<p>65) Fie aplicatia $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$. Atunci L este un operator liniar daca:</p> <p>c) $L(x_1 + x_2) = L(x_1) + L(x_2)$ si $L(\alpha x) = \alpha L(x)$, $(\forall) x, x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$</p>	<p>66) Aplicatia $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ este un operator liniar. Care din afirmatiile de mai jos sunt adevarate:</p> <p>a) $L(x_1 + x_2) = L(x_1) + L(x_2)$, $(\forall) x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$; b) $L(\alpha x) = \alpha L(x)$, $(\forall) x \in \mathbb{R}^m$, $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}$; d) $L(\alpha x_1 + x_2) = \alpha L(x_1) + L(x_2)$, $(\forall) x_1, x_2 \in \mathbb{R}^m$ si $(\forall) \alpha \in \mathbb{R}$</p>
<p>67) Fie x_1 si x_2 vectori proprii pt operatorul liniar $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ corespunzatori la 2 valori proprii distincte. Atunci:</p> <p>a) x_1 si x_2 sunt liniar independenti.</p>	<p>68) Fie $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ un operator liniar si A matricea sa. Atunci:</p> <p>a) $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$</p>	<p>69) Fie $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un operator liniar. Atunci:</p> <p>c) nu se poate pune problema valorilor proprii pentru L; d) matricea lui L este dreptunghiulara.</p>
<p>70) Operatorul $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ are n valori proprii distincte $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ carora le corespund vectorii proprii x_1, x_2, \dots, x_n. Atunci:</p> <p>a) x_1, x_2, \dots, x_n formeaza o baza in \mathbb{R}^n ; d) x_1, x_2, \dots, x_n sunt liniar independenti.</p>	<p>71) Fie operatorul liniar $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ liniar oarecare. Atunci:</p> <p>a) $\ker L \subset \mathbb{R}^m$; d) $\ker L$ este subspatiu liniar.</p>	<p>72) Unui operator liniar $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ i se poate asocia:</p> <p>a) o matrice unica relativ la o pereche de baze fixate;</p>
<p>73) Nucleul unui operator liniar $L: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ este:</p> <p>a) un subspatiu liniar; b) o multime de vectori din \mathbb{R}^m</p>	<p>74) Un operator liniar $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ are:</p> <p>a) cel mult n valori proprii distincte; d) o infinitate de vectori proprii, pt fiecare valoare proprie.</p>	<p>75) In spatiul \mathbb{R}^n o multime de vectori liniar independenti poate fi formata din:</p> <p>a) mai putin de n vectori;</p>

		c) exact n vectori.
76) Fie vectorii $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbf{R}^n$, vectorii liniar indep. Atunci c) formeaza o baza in \mathbf{R}^n , daca $m=n$.	77) Coordonatele unui vector din \mathbf{R}^n : a) sunt unice relativ la o baza; b) sunt in numar de n;	78) Un sistem de m vectori din \mathbf{R}^n care contine vectorul nul: a) este intotdeauna liniar independent; d) nu formeaza o baza in \mathbf{R}^n .

79) Dimensiunea unui spatiu liniar este egala cu: a) numarul vectorilor dintr-o baza.	80) Matricea unei forme patraticе oarecare este o matrice: b) patraticа; c) simetricа.	81) Daca avem relatia $x_1 = \alpha x_2$ atunci vectorii: c) x_1 si x_2 sunt liniar independenti, $(\forall) \alpha \in \mathbf{R}$.
82) O forma patraticа este pozitiv definitа daca forma canonica atasata acesteia: a) are coeficientii pozitivi;	83) O solutie de baza a unui sistem se obtine: b) dand variabilelor secundare, valoarea 0	84) O forma liniara este pozitiv definitа daca: d) pozitivа definire se referа numai la formele patraticе.
85) Daca suma a n vectori din \mathbf{R}^n este egala cu vectorul nul atunci: b) vectorii sunt liniar independenti; c) cel putin unul se scrie ca o combinatie liniara de restul. d) nu formeaza o baza in \mathbf{R}^n .	86) Daca vectorii x_1, x_2, \dots, x_n formeaza o baza in spatiul liniar \mathbf{X} , atunci: b) x_1, x_2, \dots, x_n sunt liniar independenti; c) $\dim \mathbf{X} = n$; d) x_1, x_2, \dots, x_{n-1} sunt liniar independenti.	87) Matricea asociata unui operator liniar oarecare $L: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$: b) depinde de bazele considerate in cele doua spatii;
88) Nucleul unui operator liniar $L: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$: b) contine totdeauna vectorul nul al spatiului \mathbf{R}^m ; c) este subspatiu liniar; d) nu contine vectorul nul al spatiului \mathbf{R}^m .		

III. ELEMENTE DE PROGRAMARE LINIARA

1) O problema de programare liniara are intotdeauna: a) functia obiectiv liniara; c) restrictiile liniare.	2) In forma vectoriala, o problema de programare liniara are vectorii P1,P2,...Pn definiti de: b) coloanele matricei A corespunzatoare sistemului de restrictii.	3) In forma standard o problema de prgramare liniara are intotdeauna: c) restrictiile de tip ecuatie.																																								
4) Intr-o problema de programare liniara conditiile de negativitate cer ca: d) necunoscutele problemei sa fie negative.	5) Pt a aplica algoritmul Simplex de rezolvare a unei probl. de programare liniara, aceasta trebuie sa fie in forma: c) standard.	6) Pt a aduce o problema de programare liniara de maxim la una de minim se foloseste realtia: c) max(f) = -min(-f)																																								
7) O multime $M \subset \mathbf{R}^n$ se numeste convexa daca: c) $(\forall)x_1, x_2 \in M$ si $(\forall)\lambda \in [0,1]$ avem $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in M$.	8) Combinatia liniara " $\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3$ " este convexa daca: b) $\lambda_i \in [0,1], (\forall)i = \overline{1,3}$ si $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$	9) Daca $M \subset \mathbf{R}^n$ este o multime convexa spunem ca $x \in M$ este varf (punct extrem) al multimii M daca: Nici una.																																								
10) Fie S_A multimea solutiilor admisibile al unei probleme de programare liniara. Atunci: a) $(\forall)x_1, x_2 \in S_A \Rightarrow \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S_A, (\forall)\lambda \in [0,1]$	11) Fie S_A si S_{AB} multimea solutiilor admisibile, respectiv multimea solutiilor admisibile de baza a unei probleme de programare liniara. Atunci, daca $x \in S_{AB}$ rezulta ca: b) $(\forall)x_1, x_2 \in S_A, x_1 \neq x_2$ avem $x_1 \neq \lambda_1 + (1-\lambda)x_2, (\forall)\lambda \in [0,1]$.	12) Fie S_A, S_{AB}, S_O multimile solutiilor admisibile., de baza admisibile, respectiv optime pentru o problema de programare liniara. Atunci: d) S_A, S_O sunt multiimi convexe.																																								
13) In rezolvarea unei probleme de programare liniara cu algoritmul Simplex se aplica: a) intai criteriul de intrare in baza, apoi criteriul de iesire din baza; d) criteriul de optim la fiecare etapa a algoritmului.	14) Daca x_1 si x_2 sunt 2 solutii optime distincte ($x_1, x_2 \in S_O$) ale unei probleme de programare liniata, atunci: a) $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S_O, (\forall)\lambda \in [0,1]$; b) S_O are o infinitate de elemente; c) $f(x_1)=f(x_2)$, cu $f(x)$ functia obiectiv.	15) O problema de programare liniara cu cerinte de minim are urmatorul tabel Simplex: <table><tr><th>B</th><th>C_B</th><th>P₀</th><th>2</th><th>-1</th><th>-3</th><th>0</th><th>0</th></tr><tr><th></th><th></th><th></th><th>P₁</th><th>P₂</th><th>P₃</th><th>P₄</th><th>P₅</th></tr><tr><td>P₁</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>P₂</td><td>-1</td><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>z_j - c_j</td><td></td><td>-1</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>-4</td><td>1</td></tr></table> a) Intra in baza P ₃ ; c) iese din baza P ₁ .	B	C _B	P ₀	2	-1	-3	0	0				P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₁	2	1	1	0	2	-1	1	P ₂	-1	3	0	1	3	2	1	z _j - c _j		-1	0	0	4	-4	1
B	C _B	P ₀	2	-1	-3	0	0																																			
			P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅																																			
P ₁	2	1	1	0	2	-1	1																																			
P ₂	-1	3	0	1	3	2	1																																			
z _j - c _j		-1	0	0	4	-4	1																																			

16) Fie urmatorul tabel simplex al unei probleme de programare liniara:

B	C_B	P_0	-1	-3	2	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	2	1	0	2	1	1	1
P_1	-1	1	1	-1	0	2	-1
$z_j - c_j$		1	0	α	0	0	3

d) $\alpha=8$

17) O problema de programare liniara are urmatorul tabel Simplex:

B	C_B	P_0	2	1	3	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_3	3	2	0	-1	1	-1
P_1	2	1	1	1	0	3
$z_j - c_j$		f	α	-2	0	3

c) $f=8, \alpha=-1$

18) O probl. De programare liniara cu cerinte de minim are urm.tabel Simplex:

B	C_B	P_0	2	0	-1	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_2	0	1	1	1	0	-3
P_3	-1	3	-1	0	1	-1
$z_j - c_j$		-3	-1	0	0	1

Atunci solutia optima a problemei este: **c)** $x_0=(0,1,3,0)^T$

19) O probl. De programare liniara cu cerinte de minim are urm.tabel Simplex:

B	C_B	P_0	2	2	-1	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_2	2	2	0	1	-2	-1
P_1	2	1	1	0	1	-2
$z_j - c_j$		f	0	0	-1	-6

Atunci:

c) $f=6$ si solutia optima este $x_0=(1,2,0,0)^T$;

d) problema admite solutie optima unica.

20) O probl. De programare liniara cu cerinte de minim are urm.tabel Simplex:

B	C_B	P_0	-1	-2	-1	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_2	-2	3	1	1	0	-1	1
P_3	-1	1	4	0	1	2	1
$z_j - c_j$		-7	-5	0	0	0	-3

b) vectorul P_3 va iesi din baza;

d) problema are o infinitate de solutii optime.

21) Care din elementele urm.tabel Simplex nu sunt corecte?

B	C_B	P_0	2	1	3	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	3	1	2	0	1	1	1
P_2	1	2	1	1	0	1	-1
$z_j - c_j$		3	3	0	0	4	-2

b) diferentele z_1-c_1 si z_5-c_5 ;

c) valoarea functiei obiectiv.

22) In urm.tabel Simplex pt o problema de transport cu cerinte de minim:

B	C_B	P_0	2	-1	2	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_1	2	3	1	-1	2	0	1
P_4	0	1	0	3	-1	1	3
$z_j - c_j$		6	0	-1	2	0	2

b) intra in baza P_3 sau P_5 ;

c) iese din baza P_4 daca intra P_5 ;

23) In tab.Simplex de mai jos, cu cerinte de minim pentru functia obiectiv

B	C_B	P_0	2	-2	3	0
			P_1	P_2	P_3	P_4
P_3	0	3	-1	0	-1	1
P_1	-2	1	2	1	-2	0
$z_j - c_j$		-2	-6	0	α	0

c) $\alpha=1$ si problema admite optim infinit.

24) In tabelul simplex de mai jos

B	C_B	P_0	2	2	-1	1	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
P_3	2	4	1	0	0	1	0	1
P_1	-1	1	0	-1	1	0	0	1
	0	3	0	1	0	2	γ	1
$z_j - c_j$		f	0	α	β	1	0	1

constantele f, α, β, γ au urmatoarele valori:

c) $f=7, \alpha=-1, \beta=0, \gamma=1$

25) In faza I a metodei celor 2 faze, valoarea optima a functiei artificiale $g(x^a)=1$. Atunci:

b) problema initiala nu are solutie.

26) Functia artificiala din metoda celor doua faze:

a) depinde doar de variabilele artificiale introduse;

c) are coeficientii variabilelor artificiale egali cu 1.

27) Probl artificiala se ataseaza unei probl de programare:

b) in forma standard;

d) pentru determinarea unei solutii de baza admisibile a problemei initiale.

28) Din tabelul Simplex de mai jos pt o problema de programare liniara cu cerinte de minim:

B	C_B	P_0	-1	2	3	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	3	6	-3	0	1	-1	2
P_1	2	4	4	1	0	-1	-4
$z_j - c_j$		26	0	0	0	-5	-2

d) $x_0 = (0,4,6,0,0)^T$ solutie optima, dar nu este unica.

33) In rezolvarea unei probleme de transport metoda costului minim se aplica pt determinarea:

c) unei solutii de baza admisibile initiale.

36) Solutia unei probleme de transport este optima daca:

c) $(\forall) \delta_{ij} \leq 0$.

31) Problema de transport de forma:

	C1	C2	C3	
D1	1	3	2	20
D2	4	2	1	20
D3	1	2	2	α
	30	20	15	

c) echilibrata, daca $\alpha=25$.

29) Din tabelul Simplex de mai jos pt o problema de programare liniara cu cerinte de minim:

B	C_B	P_0	2	1	3	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	3	4	0	1	1	0	1
P_1	2	1	1	-1	0	0	-2
	0	3	0	2	0	1	1
$z_j - c_j$		14	0	0	0	0	-1

a) $x_0 = (1,0,4,3,0)^T$ este solutie optima.

c) problema are o infinitate de solutii optime.

34) Cantitatile δ_{ij} din criteriul de optim al problemelor de transport se calculeaza pentru:

c) celulele nebazice.

39) O solutie de baza admisibila a unei probleme de transport este degenerata daca:

b) $(\exists) x_{ij} = 0$, cu (i,j) celula bazica.

32) Solutia de baza admisibila a unei probleme de transport este data de tabelul:

	C1	C2	C3	C4	
D1	2	1	3	2	30
D2	1	4	1	3	20
D3	5	2	2	1	30
	15	20	15	30	

Atunci: **c)** $\alpha = 15, \beta = 0$.

30) In tabelul Simplex de mai jos pt o problema de programare liniara cu cerinte de minim:

B	C_B	P_0	2	0	-1	0	0
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_3	-1	3	2	0	1	-2	-2
P_1	0	1	3	1	0	1	3
$z_j - c_j$		-3	-4	0	0	2	2

a) poate intra in baza P_4 sau P_5 ;

b) va iesi din baza numai P_2 ;

d) solutia de baza admisibila gasita este $x_0 = (0,1,3,0,0)^T$.

35) Intr-o problema de transport ciclul celulei care intra in baza este:

a) x_{11} .

41) O solutie de baza admisibila a unei probleme de transport cu 2 depozite si 5 centre de desfacere este degenerata daca are:

b) 7 componente egale cu 0;

c) cel mult 5 componente nenule.

37) O solutie de baza admisibila a unei probleme de transport este data de tabelul.

	C1	C2	C3	
D1	2	1	3	
D2	1	4	2	
D3	3	2	5	
	10	10	15	

a) cantitatea totala de marfa care trebuie transp este 65 u.m.

d) $\delta_{13} = -4$.

<p>38) Fie problema de transport data de urmatorul tabel:</p> <table><tr><td></td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td></td></tr><tr><td>D1</td><td><table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr></table></td><td></td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>D2</td><td><table><tr><td></td><td>4</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table></td><td></td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>D3</td><td><table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table></td><td></td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>15</td><td>35</td><td>20</td><td>0</td></tr></table> <p>Aplicand metoda cosyului minim se determina mai intai valoarea lui : c) x_{31}.</p>		C1	C2	C3		D1	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr></table>		2		3				3			2	D2	<table><tr><td></td><td>4</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table>		4		3				2			2	D3	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table>		1		5				2			3		15	35	20	0	<p>40) Fie problema de transport:</p> <table><tr><td></td><td>C1</td><td>C2</td><td></td></tr><tr><td>D1</td><td><table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>D2</td><td><table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td><td>2</td></tr><tr><td></td><td>10</td><td>10</td><td>0</td></tr></table> <p>Atunci problema: d) este neechilibrata.</p>			C1	C2		D1	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		2		1						2	D2	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		1		3						2		10	10	0	<p>42. Solutia optima a unei probleme de transp este unica daca cantitatile δ_{ij} corespunzatoare acesteia sunt toate: b) strict negative.</p> <p>43) Solutia unei probleme de transport este optima daca: c) $(\forall) \delta_{ij} \leq 0$.</p> <p>45) Intr-o problema de transport va intra in baza variabila x_{ij} corespunzatoare cantitatii δ_{ij} data de relatia: b) $\delta_{ij} = \max \{ \delta_{kl} > 0 \}$</p>
	C1	C2	C3																																																																																	
D1	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr></table>		2		3				3			2																																																																								
	2		3																																																																																	
			3																																																																																	
D2	<table><tr><td></td><td>4</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table>		4		3				2			2																																																																								
	4		3																																																																																	
			2																																																																																	
D3	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table>		1		5				2			3																																																																								
	1		5																																																																																	
			2																																																																																	
	15	35	20	0																																																																																
	C1	C2																																																																																		
D1	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		2		1						2																																																																									
	2		1																																																																																	
D2	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		1		3						2																																																																									
	1		3																																																																																	
	10	10	0																																																																																	
<p>44) Fie solutia de baza admisibila a unei probleme de transport data de tabelul:</p> <table><tr><td></td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td></td></tr><tr><td>D1</td><td><table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>15</td><td></td><td>5</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>D2</td><td><table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td><td>10</td><td>20</td></tr></table></td><td></td><td></td><td>2</td></tr></table> <p>Atunci δ_{21} se calculeaza dupa relatia: c) $\delta_{21} = -1 + 2 = 1 + 4$</p>		C1	C2	C3		D1	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>15</td><td></td><td>5</td><td></td></tr></table>		2		1	15		5				3	D2	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td><td>10</td><td>20</td></tr></table>		1		4			10	20			2	<p>46) Solutia de baza initiala a unei probleme de transport este data de tabelul:</p> <table><tr><td></td><td>C1</td><td>C2</td><td></td></tr><tr><td>D1</td><td><table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr><tr><td>D2</td><td><table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>5</td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr><tr><td>D3</td><td><table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td><td></td></tr></table> <p>Atunci valoarea functiei obiectiv f, corespunzatoare acestei solutii este: b) f=65</p>			C1	C2		D1	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		1		2	20						D2	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>5</td><td></td></tr></table>		1		3	10		5				D3	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		2		2							<p>48) Intr-o problema de transport variabila x_{11} intra in baza si are urmatorul ciclu:</p> <p>Atunci: c) $\theta = 10$ d) x_{21} iese din baza.</p>										
	C1	C2	C3																																																																																	
D1	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>15</td><td></td><td>5</td><td></td></tr></table>		2		1	15		5				3																																																																								
	2		1																																																																																	
15		5																																																																																		
D2	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td><td>10</td><td>20</td></tr></table>		1		4			10	20			2																																																																								
	1		4																																																																																	
		10	20																																																																																	
	C1	C2																																																																																		
D1	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		1		2	20																																																																														
	1		2																																																																																	
20																																																																																				
D2	<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>5</td><td></td></tr></table>		1		3	10		5																																																																												
	1		3																																																																																	
10		5																																																																																		
D3	<table><tr><td></td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		2		2																																																																															
	2		2																																																																																	
<p>47) Intr-o problema de transport cu m depozite si m centre de desfacere, variabilele nebazice ale unei solutii de baza admisibile sunt: b) toate egale cu 0; d) in numar de $m^2 - 2m + 1$.</p>	<p>49) Intr-o problema de transport, notiunea de ciclu se ataseaza: b) celulelor nebazice.</p>		<p>50) Coeficientii functiei obiectiv a unei probleme de transport oarecare sunt: c) numere negative.</p>																																																																																	
<p>51) Pt o prolema de programare liniara, care din urmatoarele afirmatii sunt adevarate: a) o solutie de baza admisibila este punct extrem al multimii solutiilor admisibile; b) un punct extrem al multimii solutiilor admisibile este o solutie de baza admisibila.</p>		<p>52) Intr-o problema de programare liniara se folosesc variabilele de compensare cand: a) restrictiile sunt de forma "\leq"; b) restrictiile sunt de forma "\geq".</p>																																																																																		
<p>53) O solutie de baza admisibila are componente: a) negative.</p>	<p>54) O problema de programare liniara cu cerinte de minim are mai multe solutii optime daca: a) $z_j - c_j \leq 0$ si exista vectori P_j care nu fac parte din baza cu $z_j - c_j = 0$,care au si coordonatele strict pozitive.</p>	<p>55) O problema de programare liniara cu cerinta de minim pentru functia obiectiv, admite optim infinit daca: a) exista vectori P_j cu toate coordonatele negative, care nu fac parte din baza si pentru care $z_j - c_j > 0$.</p>																																																																																		
<p>56)In forma standard, o problema de programare liniara are: a) numarul restrictiilor cel mult egal cu al necunoscutelor</p>	<p>57) Daca matricea unei probleme de programare liniara in forma standard are rangul egal cu nr. restrictiilor, atunci: b) restrictiile sunt independente.</p>	<p>58) Pentru a aduce o problema de programare liniara la forma standard, se folosesc variaile: b) de compensare.</p>																																																																																		
<p>59) Solutiile admisibile ale unei probleme de programare</p>	<p>60) Solutiile de baza admisibila ale unei probleme de</p>	<p>61) O solutie de baza admisibila are numai componente:</p>																																																																																		

liniara formeaza totdeauna o multime. c) convexa.	programare liniara formeaza o multime: a) finita.	a) nenegative.
62) Pentru aplicarea algoritmului Simplex, solutia de baza initiala a unei probleme de programare liniara trebuie sa fie: a) admisibila.	63) O solutie de baza admisibila a unei probleme de transport cu m depozite si n centre ($m < n$) are: a) cel mult $m+n-1$ componente nenule.	64) Pentru o problema de transport care din urmatoarele afirmatii sunt adevarate? a) admite totdeauna o solutie de baza admisibila; c) are totdeauna optim finit.
65) Intr-o problema de transport metoda perturbarii se aplica atunci cand: a) solutia initiala este degenerata; b) pe parcursul rezolvarii se obtine o solutie degenerata.	66) O problema de transport pt care exista $\delta_{ij} = 0$ pt o variabila nebazica a solutiei optime are: b) mai multe solutii optime.	67) Metoda grafica de rezolvare a problemelor de programare liniara se aplica pt probleme: c) cu doua necunoscute.
68) Pentru o problema de programare liniara, multimea S_A a solutiilor admisibile si multimea S_{AB} a solutiilor admisibile de baza satisfac relatiile: c) $S_A \supset S_{AB}$ d) $S_A \cup S_{AB} = S_A$	69) O problema de programare liniara poate avea: a) optim (finit sau nu) sau nici o solutie admisibila.	70) Pentru a aplica algoritmul de rezolvare a unei probleme de transport trebuie ca: b) problema sa fie echilibrata si sa avem o solutie de baza initiala nedegenerata.
71) Pt a rezolva o problema de transport neechilibrata: a) se introduce un nou depozit, daca cererea este mai mare decat oferta; b) se introduce un nou centru, daca cererea este mai mica decat oferta.	72) Pentru o problema de programare liniara care din urmatoarele afirmatii sunt adevarate: d) multimea solutiilor admisibile este convexa.	73) Intr-o problema de programare liniara nu se folosesc variabile de compensare cand: c) restrictiile sunt de forma “=” d) sistemul initial de restrictii este in forma standard.
74) O problema de programare liniara de minim are mai multe sol. optime daca avem satisfacut criteriul de optim si: b) exista vectori P_j care nu fac parte din baza, cu $z_j - c_j = 0$, care au coordonate pozitive.	75) O problema de programare liniara de minim admite optim infinit daca: a) criteriul de optim nu este satisfacut si vectorii din afara bazei au toate coordonatele negative.	76) O problema de programare liniara de minim admite solutie optima unica daca: a) criteriul de optim este satisfacut si toti vectorii din afara bazei au diferentele $z_j - c_j < 0$; c) criteriul de optim este satisfacut si vectorii din afara bazei cu diferentele $z_j - c_j = 0$ au coordonatele negative.
77) In forma standard, o probl. de programare liniara are: a) numarul restrictiilor cel mult egal cu al necunoscutelor; b) restrictiile de tip ecuatie.	78) Daca matricea unei problema de programare liniara in forma standard are rangul egal cu nr. restrictiilor atunci: b) restrictiile sunt independente.	79) Pentru a aduce o problema de programare liniara la forma standard se folosesc: b) variabile de compensare.
80) Solutiile optime ale unei probleme de programare liniara formeaza totdeauna o multime: c) convexa.	81) O solutie de baza admisibila nedegenerata are intotdeauna componentele principale: b) stricti pozitive.	82) O probl. De transport cu 3 centre si 4 depozite, are solutia de baza initiala nedegenerata, daca aceasta are: b) 6 componente pozitive.
83) O problema de programare liniara poate fi rezolvata cu algoritmul Simplex numai daca: a) este in forma standard.	84) Pentru a rezolva o problema de transport trebuie ca: b) problema sa fie echilibrata.	85) Metoda celor 2 faze se aplica: b) Pentru determinarea unei solutii de baza admisibile a problemei initiale; d) cu o functie obiectiv diferita de functia initiala.
86) O problema de transport: a) are intotdeauna solutie optima finita; c) poate avea mai multe solutii optime.		
87) Pentru a determina solutia initiala a unei probleme de transport: a) se aplica metoda diagonalei; d) problema trebuie sa fie echilibrata.	88) Pentru aplicarea algoritmului Simplex este necesar ca: b) sistemul in forma standard sa aiba cel putin o solutie de baza admisibila.	89) Solutia unei probleme de transport este optima daca: b) toate cantitatile $\delta_{ij} \leq 0$
90) Criteriul de optim al unei probleme de programare de minim este satisfacut daca: a) toate diferentele $z_j - c_j \leq 0$; d) toti vectorii P_j din afara bazei au diferentele $z_j - c_j \leq 0$.	91) O problema de transport are optim infinit: b) niciodata.	92) O problema de transport are intotdeauna: a) optim finit; b) cel putin o solutie de baza admisibila.

93) Functia obiectiv a problemei artificiale are: a) totdeauna optim finit; d) coeficienti negativi.	94) Daca functia artificiala are optim strict pozitiv, atunci; a) problema initiala nu are solutii; b) in baza au ramas variabilele artificiale.	95) Intr-o problema de transport coeficientii functiei obiectiv reprezinta: c) cheltuieli de transport.
96) Intr-o problema de transport vom avea costuri de transport egale cu 0 daca: b) problema initiala este neechilibrata.	97) Intr-o problema de transport va intra in baza variabila corespunzatoare lui: a) $\delta_{ij} > 0$, maxim.	98) Ciclul unei celule nebazice este format: a) din cel putin 4 celule; c) dintr-un numar par de celule.
99) Problemele de transport: a) sunt cazuri particulare de probleme de programare liniara; c) au numai optim finit.		
100) Intr-o problema de transport criteriul de iesire se aplica: b) celulelor cu numar par din ciclul celulei care intra in baza.		

IV. SERII NUMERICE. SERII DE PUITERI

1) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ convergenta. Atunci, asociind termenii in grupe finite: b) seria ramane convergenta; d) suma seriei nu se modifica.	2) Care din urmatoarele operatii poate modifica natura unei serii divergente: a) asocierea termenilor seriei in grupe finite.	3) Suma unei serii convergente se modifica at. cand: b) adaugam un nr.finit de termeni; c) suprimam un nr. finit de termeni ai seriei; d) inmultim termenii seriei cu un scalar enul.
4) Fie seria numerica $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, a_n \in \mathbb{I}$. Care din afirmatiile de mai jos sunt adevarate: a) daca $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, atunci $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$; d) daca $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, atunci seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.	5) Fie $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sirul sumelor partiale atasat seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Daca $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 2$, atunci: a) seria converge; d) seria are suma S=2	6) Fie $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sirul sumelor pariale atasat seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$. Atunci seria: a) converge, daca $S \neq \pm\infty$; d) converge, daca S=1.
7) Fie seria geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} aq^n$ cu $a \neq 0$. Atunci seria: a) converge, pentru $q \in (-1,1)$;	8) Seria armonica generalizata $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ este o serie: b) divergenta, daca $a < 0$; c) convergenta, daca $a > 1$; d) divergenta, daca $a = 1$.	9) Fie $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sirul sumelor partiale atasat unei serii de termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, (a_n \geq 0)$. Atunci sirul $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este intotdeauna: b) monoton crescator.
10) Fie seriile cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ astfel incat $a_n \leq b_n, (\forall) n \in \mathbb{N}^*$. Atunci: a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge daca $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$; d) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge daca $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.	11) Fie seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, a_n \geq 0$ si seria armonica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$. Atunci: b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge daca $a_n \geq \frac{1}{n}$.	
12) Fie seriile cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, atunci: a) daca $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(C) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n(C)$;	13) Criteriile de comparatie se aplica seriilor: b) cu termeni pozitivi. 14) Fie seriile de termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, care satisfac relatia $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = k$. Atunci:	15) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, a_n \geq 0$. Daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, atunci: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

<p>b) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} b_n(D) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n(D)$.</p>	<p>a) dacă $k \in (0,1)$ seriile au aceeași natură.</p> <p>b) $k=2$ și $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(C) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n(C)$.</p> <p>c) $k=1$ și $\sum_{n=1}^{\infty} b_n(D) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n(D)$.</p>	<p>17) Pentru seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ avem $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$.</p> <p>Atunci :</p> <p>c) dacă $\lambda \geq 2 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$, diverge.</p> <p>d) dacă $\lambda \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.</p>
<p>16) Fie seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, și notăm cu $\lambda_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ și $\lambda_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$. Atunci:</p> <p>c) $\lambda_1 = \lambda_2$; d) dacă $\lambda_2 = \sqrt{2} \Rightarrow \lambda_1 = \sqrt{2}$.</p>		
<p>18) Pentru seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ avem $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \sqrt{2}$. Atunci:</p> <p>c) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge; d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \sqrt{2}$</p>	<p>19) Fie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ astfel încât $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = 2$.</p> <p>Atunci :</p> <p>a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.</p>	<p>20) Fie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ astfel încât $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu$.</p> <p>Atunci:</p> <p>d) dacă $\mu \in (1, 2) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n(C)$</p>
<p>21) Seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ are sirul sumelor parțiale $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mărginit. Atunci:</p> <p>a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge;</p> <p>b) sirul $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge.</p>	<p>22) În aplicarea criteriului lui Raabe-Duhamel seriei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $a_n \geq 0$ se cere calculul limitei:</p> <p>c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right)$.</p>	<p>23) Fie seria alternată $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ cu $a_n \geq 0$. Criteriul lui Leibniz afirmă că seria:</p> <p>a) converge, dacă $a_n \rightarrow 0$ monoton descrescător.</p>
<p>24) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$, $a_n \geq 0$ astfel încât $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.</p> <p>Atunci seria converge dacă:</p> <p>b) $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este monoton descrescător.</p>	<p>25) Seria $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ este o serie alternată dacă :</p> <p>b) $u_n u_{n+1} \leq 0, (\forall) n \in \mathbb{N}$;</p> <p>d) $u_n = (-1)^{n+1} a_n, a_n \geq 0$.</p>	<p>26) Fie seria de termeni oarecare $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \mathbb{R}$. Care din următoarele afirmații sunt adevărate?</p> <p>b) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (C) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n(C)$;</p> <p>c) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(D) \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n (C)$.</p>
<p>27) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ a_{n+1} }{ a_n } = \frac{1}{2}$. Atunci:</p> <p>a) seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge; b) seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge; c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = \frac{1}{2}$</p>		
<p>28) O serie cu termeni oarecare $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \in \mathbb{R}$ se numește semiconvergentă dacă:</p> <p>b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(C)$ și $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (D)$</p>	<p>29) Fie seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$. Atunci:</p> <p>a) dacă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(C)$ rezultă $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (C)$;</p>	<p>30) Seria cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ are limită $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu$. Atunci dacă:</p>

<p>31) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, $a_n \in \mathbb{I}$ are $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ a_{n+1} }{ a_n } = 1$.</p> <p>Atunci:</p> <p>b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = 1$; c) seria converge pentru $x \in (-1, 1)$</p>	<p>b) daca $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(D)$ rezulta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (D)$;</p> <p>c) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$.</p>	<p>c) $\mu = 0$ rezulta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge;</p> <p>d) $\mu = 3$ rezulta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.</p>
<p>34) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+1)^n$ are raza de convergenta $r=1$. Atunci seria:</p> <p>c) converge, pentru $x \in (-2, 0)$;</p> <p>d) diverge, daca $x \in (3, \infty)$</p>	<p>32) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, $a_n \in \mathbb{I}$ are limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = 0$. Atunci:</p> <p>b) seria converge, pentru $(\forall) x \in \mathbb{I}$;</p> <p>d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ a_{n+1} }{ a_n } = 0$.</p>	<p>33) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ cu $a_n \in \mathbb{I}$ are $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ a_{n+1} }{ a_n } = +\infty$. Atunci seria:</p> <p>c) are raza de convergenta $r=0$;</p> <p>d) converge numai in/pentru $x=x_0$.</p>
<p>35) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ are $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = 0$</p> <p>Atunci seria:</p> <p>d) converge, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.</p>	<p>36) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ are raza de convergenta $r > 0$. Atunci teorema lui Abel afirma ca seria converge pe intervalul:</p> <p>b) (x_0-r, x_0+r)</p>	<p>37) Fie seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ cu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ a_{n+1} }{ a_n } = \frac{1}{2}$. Atunci</p> <p>b) raza de convergenta este $r=2$;</p> <p>d) seria diverge $(\forall) x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$</p>
<p>38) Fie seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$. Atunci coeficientii seriei sunt dati de relatia:</p> <p>c) $a_n = (-1)^n \frac{1}{n}$</p>	<p>39) Fie r raza de convergenta a seriei de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$.</p> <p>Atunci seria:</p> <p>a) converge $(\forall) x \in \mathbb{R}$, daca $r = +\infty$;</p> <p>c) converge intotdeauna in $x = 0$.</p>	<p>40) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$ are raza de convergenta $r=1$. Atunci domeniul maxim de convergenta a seriei este:</p> <p>b) $x \in (-1, 1]$</p>
<p>41) Fie seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$, a carei raza de convergenta este $r > 0$ finita. Atunci:</p> <p>a) seria converge, $(\forall) x \in (-r, r)$</p> <p>c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = \frac{1}{r}$;</p> <p>d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ a_{n+1} }{ a_n } = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n }$.</p>	<p>42) Seria Taylor atasata unei functii $f(x)$ in punctul x_0:</p> <p>b) este o serie de puteri;</p> <p>d) are coeficientii de forma $a_n = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$.</p> <p>43) Seria MacLaurin atasata unei functii $f(x)$:</p> <p>c) este o serie de puteri centrata in 0;</p> <p>d) este un caz particular de serie Taylor.</p>	<p>44) Fie $f: I \subseteq \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{I}$ o functie oarecare. Care din conditiile de mai jos sunt necesare pt a-i atasa acesteia o serie Taylor in punctul x_0:</p> <p>a) obligatoriu $x_0 \in I$;</p> <p>b) $f(x)$ admite derivate de orice ordin in x_0.</p> <p>45) Coeficientii numerici ai unei serii MacLaurin atasate unei functii $f(x)$ au forma:</p> <p>b) $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$</p>
<p>46) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ satisface proprietatea $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$. Atunci seria: c) converge, $(\forall) x \in (-1, 1)$</p>		
<p>47) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n$:</p> <p>c) are raza de convergenta $r=1$;</p> <p>d) converge, $(\forall) x \in (-1, 1)$</p>	<p>48) Pentru a studia convergenta unei serii alternate se aplica:</p> <p>c) criteriul lui Leibniz.</p>	<p>49) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ este convergenta pe \mathbb{R} numai daca:</p> <p>b) raza de convergenta $r = +\infty$;</p>

		c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = 0$.
50) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ converge numai in x_0 , daca si numai daca: a) raza de convergenta $r=0$; c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = +\infty$.	51) Fie seria numerica $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ pentru care $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Atunci seria: d) nu se poate preciza natura seriei.	52) Daca pentru sirul numerelor partiale $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$ atunci seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$: a) este convergenta si are suma $S=1$.
53) Daca pentru seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ sirul sumelor partiale este marginit, atunci seria: a) este convergenta.	54) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ a_{n+1} }{ a_n } = \lambda$. Atunci seria b) converge daca $\lambda < 1$; c) converge, daca $\lambda = 0$	55) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_n} - 1 \right) = \mu$. Atunci seria: a) este divergenta, daca $\mu = 0$; d) este convergenta, daca $\mu = +\infty$.
56) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, $a_n \geq 0$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Atunci seria: c) este convergenta, daca $a_n \geq a_{n+1}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.	57) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, si $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$. Atunci seria: d) nu se poate preciza natura seriei; se aplica criteriul lui Raabe-Duhamel.	58) Seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ este divergenta daca: b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$.
59) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lambda$. Atunci seria: b) este divergenta, pentru $\lambda > 1$. c) este convergenta, pentru $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$. d) este divergenta, daca $\lambda = +\infty$.	60) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, cu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = 0$. Atunci seria: b) este divergenta, pentru $a_n \geq 0$.	61) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = 0$. Atunci seria: a) este convergenta, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.
62) Pentru seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ avem $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lambda = \rho$. Atunci raza de convergenta r este: a) $r = \frac{1}{\rho}$; c) $r=0$, daca $\rho = +\infty$; d) $r=1$, daca $\rho = 1$.	63) Seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are raza de convergenta $r=0$. Atunci seria: a) este convergenta, numai in $x=0$.	64) Daca seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ are raza de convergenta $r=0$, atunci seria: b) este divergenta, $(\forall) x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$; c) este convergenta, numai in $x=x_0$.
65) Seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ are $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = 0$. Atunci seria: a) este convergenta, $(\forall) x \in \mathbb{R}$	66) Fie seria numerica $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Atunci seria: c) diverge, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$.	67) O serie cu termeni pozitivi: b) este divergenta, daca termenul general nu tinde la 0; c) are totdeauna sirul numerelor partiale crescator.

68) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda$. Atunci seria a) diverge, daca $\lambda > 2$; b) converge, daca $\lambda < 1$.	69) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu$. Atunci seria este divergenta, daca: b) $\mu = \frac{1}{2}$; d) $\mu = -\infty$.	70) O serie cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$: a) converge, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$; b) diverge, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$; c) diverge, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$.
71) Seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ este: a) convergenta, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 0$; b) divergenta, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 2$; c) convergenta, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$.	72) Fie seria $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ cu $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = 0$. Atunci seria b) este divergenta, daca $a_n \geq 0$.	73) O serie de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are raza de convergenta $r=2$. Atunci seria: a) converge pt $x \in (-2, 2)$ d) diverge, daca $x > 2$.
74) O serie de termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$: b) diverge, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \sqrt{2}$; d) diverge, daca $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 2$.	75) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n } = +\infty$. Atunci seria: b) converge, numai pentru $x=0$; d) diverge, pentru $x \neq 0$.	76) Fie o serie oarecare cu termeni pozitivi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n \geq 0$ si $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$. Atunci: a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$; c) Raabe-Duhamel pt a det. natura seriei
77) Seria armonica generalizata $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ cu $\alpha \in \mathbf{R}$: b) diverge, daca $\alpha < 1$; d) converge, daca $\alpha = 2$.	78) Fie seria cu termeni alternanti $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, $a_n \geq 0$. Daca $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$, atunci: b) seria diverge conform criteriului general de divergenta.	79) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+1)^n$, are raza de convergenta $r=1$. Atunci seria: b) diverge, pentru $x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$; d) converge, pentru $x \in (-2, 0)$.
80) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+1)^n$ are raza de convergenta $r=1$. Atunci seria: b) diverge, pentru $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; c) converge, pentru $x \in (0, 2)$.	81) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+1)^n$, are raza de convergenta $r=\infty$. Atunci seria: c) converge, pentru $x \in \mathbf{R}$.	82) Seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ are raza de convergenta $r=0$. Atunci seria: b) converge, numai pentru $x=0$; d) diverge, $(\forall) x \in \mathbf{R}$.

V. FUNCTII REALE DE N VARIABLE

1) Fie punctele $P_1(1,1)$, $P_2(2,2) \in \mathbf{R}^2$. Atunci distanta dintre ele este egala cu: c) $d(P_1, P_2) = \sqrt{2}$.	2) Fie punctele $P_1(x_1, x_2)$ si $P_2(y_1, y_2) \in \mathbf{R}^2$. Atunci distanta b) $d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.	3) Fie $P(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$; Atunci distanta de la $O(0,0)$ la P este: b) $d(O, P) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$.
4) Fie sirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{I}^2$ cu termenul general de forma $x_n = \left(\frac{1}{n}, \frac{n}{n+1} \right)$. Atunci b) limita sirului este $x_0 = (0, 1)$	5) Fie sirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{I}^2$ cu termenul general $x_n = \left(\frac{(-1)^n}{n}, \frac{n}{n+1} \right)$. At.: b) sirul diverge/limita $x_0 = (0, \infty)$	6) Fie sirul de puncte $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{I}^n$. Atunci sirul: b) converge, daca toate sirurile coordonatelor converg; d) diverge, numai daca toate sirurile de coordonate diverg.
7) Fie $f(x, y)$ o functie de 2 variabile si notam cu l_g limita globala, respectiv l_1, l_2 limitele partiale ale acesteia intr-un punct (x_0, y_0) . Care din urmatoarele afirmatii sunt adevarate: a) daca $(\exists) l_g$ atunci $(\exists) l_1, l_2$ si $l_1 = l_2 = l_g$; c) daca $(\exists) l_1, l_2$ si $l_1 \neq l_2$ atunci nu exista l_g .		

<p>8) Fie $f: D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ si $(x_0, y_0) \in D$. Atunci derivata partiala a lui $f(x, y)$ in raport cu variabila x in punctul (x_0, y_0) se calculeaza cu relatia:</p> <p>b) $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x, y_0) - f(x_0, y_0)}{x - x_0}$.</p>	<p>9) Fie functia $f(x, y) = \frac{x^2}{y}$. Atunci:</p> <p>a) $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{y}$; d) $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{x^2}{y^2}$.</p>	<p>10) Derivatele partiale ale functiei $f(x, y) = \ln(xy)$ sunt:</p> <p>b) $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x}$; d) $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{y}$.</p>
<p>11) Fie functia $f(x, y) = xy^2$, care din urmatoarele egalitati sunt corecte?</p> <p>b) $\frac{\partial f}{\partial x} = y^2$; d) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$.</p>	<p>12) Diferentiala de ordin I a functiei $f(x, y) = xy^2$ calculata in punctul $P_0(1, 2)$ are expresia:</p> <p>c) $df(P_0) = 4dx + 4dy$</p>	<p>13) Diferentiala de ordin I a functiei $f(x, y) = xy^2 + 2x^3y$ in punctul $P_0(1, 1)$ are expresia:</p> <p>b) $df(P_0) = 7dx + 4dy$.</p>
<p>14) Diferentiala de ordin I a functiei $f(x, y) = xe^y$ are expresia</p> <p>c) $df(x, y) = e^y dx + xe^y dy$;</p>	<p>15) Fie (x, y) o functie care satisface criteriul lui Schwartz si care are $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = xy^2$. Atunci:</p> <p>b) $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = xy^2$</p>	<p>16) Fie $H(x, y) = \begin{pmatrix} 6x & -2 \\ -2 & 6y \end{pmatrix}$ hessiana atasata functiei $f(x, y)$. Daca $P_1(2, -1)$ si $P_2(-2, -1)$ sunt puncte critice ale lui f, atunci</p> <p>c) P_1 nu este punct de extrem, iar P_2 este punct de maxim;</p>
<p>17) Punctele critice ale functiei $f(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$ se obtin:</p> <p>c) rezolvand sistemul $\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases}$.</p>	<p>18) Functia $f(x, y)$ are derivatele partiale ordinul I de forma:</p> <p>b) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$; d) $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2 \ln y & 2y + \frac{2x}{y} \\ 2\left(y + \frac{x}{y}\right) & 2x - \frac{x^2}{y^2} \end{pmatrix}$</p> <p>c) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2x - \frac{x^2}{y^2}$</p>	<p>19) Functia $\begin{cases} f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x, y) = xy + 1 \end{cases}$ are:</p> <p>c) un singur punct critic;</p> <p>d) hessiana de forma $H(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.</p>
<p>20) Functia $\begin{cases} f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x, y) = x + y + 1 \end{cases}$ are:</p> <p>b) nici un punct critic.</p>	<p>21) Fie $H(P_0) = \begin{pmatrix} 2\alpha & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix}$ hessiana atasata functiei $f(x, y)$ in punctul critic P_0. Atunci P_0:</p> <p>a) este punct de minim local, daca $\alpha = \beta = 1$;</p> <p>c) nu este punct de extrem local, daca $\alpha = 1$ si $\beta = 2$.</p>	<p>22) Fie P_0 un punct critic al functiei $f(x, y)$ si hessiana corespunzatoare acestuia de forma: $H(P_0) = \begin{pmatrix} 3 & 2\alpha \\ 2\alpha & 1 \end{pmatrix}$. Atunci P_0 va fi punct de minim pt functia f daca:</p> <p>c) $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $\alpha = \frac{1}{2}$.</p>
<p>23) Hessiana functiei $f(x, y)$ in punctul critic P_0, este de forma $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ -\beta & -1 \end{pmatrix}$. Atunci P_0 este punct de maxim local pentru f daca:</p> <p>Nici una</p>	<p>24) Hessiana functiei $f(x, y)$ in punctul critic P_0 are forma:</p> <p>$H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha + 2 & -\sqrt{2}\alpha \\ -\sqrt{2}\alpha & \alpha^2 \end{pmatrix}$. P_0 de minim local pt f daca:</p> <p>b) $\alpha > -2$ si $\alpha^3 > 0$;</p>	<p>25) Daca functia $f(x, y)$ are derivatele partiale de ordin I de forma $\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = x(x + 2y - 1) \\ \frac{\partial f}{\partial y} = y(2x + y - 1) \end{cases}$, atunci f are:</p> <p>d) patru puncte critice.</p>
<p>26) Fie $H(P_0) = \begin{pmatrix} \alpha & 2 - \alpha \\ 2 - \alpha & 1 \end{pmatrix}$ hessiana functiei $f(x, y)$ in punctul critic P_0. Atunci pentru:</p> <p>b) $\alpha = 4 \Rightarrow$ nu se poate preciza natura lui P_0;</p> <p>c) $\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow P_0$ nu este punct de extrem local;</p> <p>d) $\alpha = 3 \Rightarrow P_0$ este punct de minim local.</p>	<p>27) Hessiana atasata functiei $f(x, y)$ are forma $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y^3 & 6xy^2 \\ 6xy^2 & 6x^2y^2 \end{pmatrix}$. Atunci diferentiala de ordin II a functiei are forma:</p> <p>c) $d^2 f(x, y) = 2y^3 dx^2 + 12xy^2 dx dy + 6x^2 y^2 dy^2$</p>	<p>28) Diferentiala de ordin I a functiei $f(x, y)$ are forma $df(x, y) = (x + y)dx + (x + 2)dy$. Atunci functia $f(x, y)$;</p> <p>c) are punctul critic unic $P(-2, 2)$</p> <p>29) Fie $H(x, y) = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$ hessiana atasata functiei $f(x, y)$. Atunci diferentiala de ordin II a functiei f are forma:</p> <p>d) $d^2 f(x, y) = 2y dx^2 + 4x dx dy$</p>

30) Fie $H(x,y)=\begin{pmatrix} 2y & 2x \\ 2x & 0 \end{pmatrix}$ hessiana atasata functiei $f(x,y)$. Daca $P_1(1,-1)$, $P_2(-1,1)$ sunt punctele critice ale lui f , atunci c) P_1, P_2 nu sunt puncte de extrem local.	31) Fie $H(P_0)=\begin{pmatrix} \alpha-1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha+1 \end{pmatrix}$ hessiana corespunzatoare functiei $f(x,y,z)$ in punctul critic P_0 . Atunci: a) P_0 este punct de minim local, daca $\alpha > 1$; c) P_0 nu este punct de extrem local, daca $\alpha = \frac{1}{2}$; d) P_0 este punct de minim local, daca $\alpha = -2$.	32) Fie P_0 punct critic al functiei $f(x,y)$ si $d^2 f(P_0) = -2dx^2 + dy^2$. Atunci: c) P_0 nu este punct de extrem local.
33) Fie P_0 un punct critic al functiei $f(x,y)$ si $d^2 f(P_0) = 4dx^2 - dxdy + dy^2$. Atunci: a) P_0 este punct de minim local.		34)) Fie P_0 un punct critic al functiei $f(x,y,z)$ si $d^2 f(P_0) = dx^2 + 4dy^2 + d^2z$. Atunci: a) P_0 este punct de minim local.
35) Functia $f(x,y)$ are derivatele partiale de ordin I de forma $\frac{\partial f}{\partial x} = x^2 - 3x + 2$ respectiv $\frac{\partial f}{\partial y} = y^2 - 1$. Atunci numarul punctelor critice ale lui f este: d) 4.	36) Diferentiala de ordin I a functiei $f(x,y,z)=xy+y^2z$ are forma: b) $df(x,y,z)=ydx+(x+2yz)dy+y^2dz$;	37) Diferentiala de ordin I a functiei $f(x,y,z)=xyz$ are forma: c) $df(x,y,z)=yzdx+xzdy+xydz$;
38) Functia oarecare $f(x,y,z)$ satisface conditiile din criteriul lui Schwarz. Atunci au loc egalitatile: b) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x}$; d) $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y}$.	39) Fie functia $f(x,y)=\frac{x^2+y^2+x-y}{x+y}$ si $l_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\lim_{y \rightarrow 0} f(x,y) \right)$, $l_2 = \lim_{y \rightarrow 0} \left(\lim_{x \rightarrow 0} f(x,y) \right)$ limitele iterate ale functiei in $O(0,0)$. Atunci: d) $l_1=1, l_2=-1$.	40) Fie functia $f(x,y)=e^{xy}$. Atunci: c) $\frac{\partial f}{\partial x} = ye^{xy}$.
41) Fie functia $f(x,y)=e^{x+y}$. Atunci: d) $\frac{\partial f}{\partial x} = e^{x+y}$.	43) Fie functia $f(x,y,z)=x+y+z$. Atunci: b) functia f nu are puncte critice; c) functia f nu are puncte de extrem local.	42) Fie $H(P_0)=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ hessiana atasata functiei $f(x,y,z)$ in punctul critic P_0 . Atunci: c) P_0 nu este punct de extrem local.
44) Daca $P_0(x_0,y_0)$ este punct critic pentru functia $f(x,y)$ atunci: b) $\frac{\partial f}{\partial x}(P_0)=0$ si $\frac{\partial f}{\partial y}(P_0)=0$; c) $df(P_0)=0$	45) Fie $H(P_0)=\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix}$ hessiana atasata functiei $f(x,y)$ in punctul critic P_0 . Atunci, daca: Nici una	48) Metoda multiplicarilor lui Lagrange se foloseste la determinarea punctelor de extrem local, in cazul functiilor: d) ale caror variabile sunt supuse la o serie de legaturi.
46) Fie $H(x,y)=\begin{pmatrix} 2y^3 & 6xy^\alpha \\ \beta xy^2 & 6x^2y \end{pmatrix}$ matricea hessiana atasata functiei $f(x,y)$. Atunci, daca functia $f(x,y)$ satisface criteriul lui Schwarz avem: a) $\alpha=3, \beta=6$;	47) Fie $H(x,y,z)=\begin{pmatrix} 2y & 2x & \alpha \\ \beta x & 0 & 3z^2 \\ 0 & \gamma z^2 & 6yz \end{pmatrix}$ hessiana atasata functiei $f(x,y,z)=x^2y+yz^3$. Deoarece f satisface criteriul lui Schwarz avem: c) $\alpha=0, \beta=2, \gamma=3$.	49) Fie functia $f(x,y)=x^2+y^2$ cu variabilele satisfacand legatura $x+y=1$. Atunci functia lui Lagrange atasata are expresia: c) $L(x,y)=x^2+y^2+\lambda(x+y-1)$
50) Criteriul lui Schwarz afirma ca functia $f(x,y)$ are: c) derivatele partiale mixte de ordinul 2 egale.	51) Care din urmatoarele afirmatii sunt adevarate: b) orice punct de extrem local este punct critic; c) in un punct critic derivatele partiale de ordinul I sunt nule d) punctele de extrem local se gasesc printre pct. critice.	53) O functie $f: \mathbb{I}^n \rightarrow \mathbb{I}$ are intotdeauna: d) numarul punctelor critice si de extrem nu depinde de n .
52) O functie $f: \mathbb{I}^n \rightarrow \mathbb{I}$ are intotdeauna: a) n derivate partiale de ordinul I; d) n^2 derivate partiale de ordinul II.	54) Hessiana atasata functiei oarecare $f: \mathbb{I}^n \rightarrow \mathbb{I}$: a) este o matrice patratica de ordinul n ; d) este formata cu derivatele partiale de ordin II ale functiei	55) Punctul $P_0 \in \mathbb{R}^n$ este punct critic pentru functia $f: \mathbb{I}^n \rightarrow \mathbb{I}$ daca derivatele partiale: c) de ordin I se anuleaza in P_0 .
56) Fie $f: \mathbb{I}^2 \rightarrow \mathbb{I}$. Criteriul lui Schwarz afirma ca:	57) Criteriul lui Schwarz implica faptul ca functia $f: \mathbb{I}^n \rightarrow \mathbb{I}$ are: a) matricea hessiana simetrica;	58) O functie oarecare $f: \mathbb{I}^n \rightarrow \mathbb{I}$ are: d) numarul punctelor critice si de extrem nu depinde de n .

a) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$; d) deriv. part.de ordin II - continue	b) derivatele partiale de ordinul II mixte, egale.	
59) Daca punctul P0 este punct de maxim pentru functia f, atunci: b) $d^2f(P0)$ este negativ definita d) P0 este punct critic pentru f.	60) Daca punctul P0 este punct de minim pentru functia f, atunci: a) $d^2f(P0)$ este pozitiv definita; d) P0 este punct critic pentru functia f.	61) Daca Δ_1, Δ_2 sunt minorii diagonali ai hessienei H(P0), atunci punctul critic P0(x0,y0) este punct de minim daca: a) $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0$.
62) Daca Δ_1, Δ_2 sunt minorii diagonali ai hessienei H(P0), atunci punctul critic P0(x0,y0) este punct de maxim daca: d) $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0$;	63) Daca $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ sunt minorii diagonali ai hessienei H(P0), atunci punctul critic P0(x0,y0,z0) este punct de maxim daca: b) $\Delta_1 < 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 < 0$.	64)Daca $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ sunt minorii diagonali ai hessienei H(P0), atunci punctul critic P0(x0,y0,z0) este punct de minim daca: a) $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$
65) O functie oarecare f(x,y) are: b) 2 derivate partiale de ordinul I si 4 derivate partiale de ordinul II; d) 2 derivate partiale de ordinul II mixte (dreptunghiulare).	66) O functie oarecare f(x,y,z) are: c) 3 derivate partiale de ordinul I si 9 derivate partiale de ordinul II; d) 6 derivate partiale de ordinul 2 mixte (dreptunghiulare).	67) Punctele critice ale functiei f(x,y); b) sunt solutiile sistemului $\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases}$