

## Capitolul 2

### STRATEGII INVESTIȚIONALE

- 2.1. Investițiile și creșterea economică
- 2.2. Modele ale creșterii economice fundamentate pe investiții
- 2.3. Optimizarea alocării resurselor de investiții
- 2.4. Metode de prognoză a investițiilor

**Cuvinte-cheie:** creștere economică, înclinație marginală spre consum, creștere zero, multiplicatorul investițiilor, coeficientul capitalului, productivitatea investițiilor, acceleratorul investițiilor, balanța legăturilor dintre ramuri, funcții de producție.

#### **Obiective urmărite**

- 1. Înțelegerea legăturii dintre investiții și creșterea economică;
- 2. Cunoașterea principalelor modele ale creșterii economice fundamentate pe investiții;
- 3. Cunoașterea principalelor metode de optimizare a alocării resurselor de investiții și de prognoză a investițiilor.

#### **2.1. Investițiile și creșterea economică**

Conceptul de *creștere economică* a fost introdus în teoria economică în anul 1939 de către economistul englez Harrod<sup>1</sup> și a fost definit în diverse moduri de-a lungul timpului. Majoritatea acestor definiții, mai mult sau puțin cuprinzătoare, a scos în evidență valențele sale *cantitative*, creșterea economică fiind definită, în esență, ca reprezentând fenomenul de expansiune pe termen lung a dimensiunilor producției și a unor indicatori macroeconomici (produsul național brut sau venitul național, pe total sau pe locuitor). El apare astfel ca un rezultat al sporirii dimensiunilor activității economice în urma combinării și utilizării eficiente a factorilor de producție, în contextul unor restructurări, perfecționări și adaptări ale acestor factori la nevoile social-economice. În literatura economică se utilizează frecvent noțiunile de „*creștere*”, „*expansiune*”, „*progres*” și „*dezvoltare*”. Marea majoritate a economiștilor sunt de acord în a considera că „*expansiunea*” este un concept care desemnează evoluția unui fenomen pe termen scurt, în timp ce „*creșterea*” desemnează evoluția unui fenomen pe termen lung.

Ca sferă de cuprindere, *creșterea economică este o parte componentă a dezvoltării economice*, deoarece ultimul concept semnifică și mutațiile calitative ale acestui proces în domeniul structurilor economico-sociale și tehnico-științifice, al mecanismelor economice, al modului de comportament și de gândire ale oamenilor etc. Conceptul de creștere economică a devenit o problemă centrală în teoria și practica economică, deoarece teoriile formulate în timp

---

<sup>1</sup> Soroceanu, Valentin – *Macroeconomie. Concepte, teorii și politici macroeconomice*, Tipografia Moldova, Iași, 2003, p. 144

asupra creșterii economice au stat și stau la baza elaborării unor programe și măsuri de dezvoltare economică a țărilor lumii. Susținătorii teoriilor creșterii economice și-au propus ca scop identificarea acelor factori care, combinați în diverse moduri, asigură pe termen lung sporirea continuă a produsului național. Din categoria acestor factori, înțelegi ca resurse economice atrase în circuitul economic și capabile să potențeze rezultatele activității economice, pot fi menționați: factorii economici (mărimea capitalului, resursele naturale, forța de muncă, volumul investițiilor, progresul tehnic ș.a.) și factorii extraeconomi (factorii sociali, demografici, sistemul legislativ, conjunctura economică și politică internă și internațională).

Considerând investițiile ca factor hotărâtor al creșterii economice, susținătorii teoriilor creșterii economice au pus accentul, în modelele lor, pe identificarea principalelor corelații care se formează între investiții și diversele laturi ale creșterii economice și pe relevarea modalităților de a menține investițiile la un prag care să asigure un nivel optim al interacțiunii dintre cele patru sisteme: economic, uman, ambiental și ecologic.

Între investiții și creșterea economică există o legătură biunivocă: investițiile constituie suportul esențial al creșterii economice, materializată în sporirea produsului social și a venitului național, iar creșterea economică asigură premisele obținerii unor resurse suplimentare care pot potența procesul investițional.

Corelația dintre investiții și creșterea economică a fost pusă în evidență de economistul englez John Maynard Keynes. Pornind de la relația generală:

$$Y = C + I$$

(în care  $Y$  = venitul,  $C$  = consumul și  $I$  = investițiile), Keynes consideră că există o lege psihologică fundamentală potrivit căreia, de regulă și în medie, oamenii înclină să consume mai mult atunci când venitul lor crește, dar creșterea consumului ( $\Delta C$ ) nu devansează creșterea venitului ( $\Delta Y$ ). Cu alte cuvinte, unei creșteri a venitului ( $\Delta Y$ ) îi va corespunde întotdeauna o creștere a consumului ( $\Delta C$ ), dar  $\Delta Y > \Delta C$ , astfel încât raportul  $\Delta C / \Delta Y$  este o mărime pozitivă și subunitară. Acest raport este denumit *înclinația marginală spre consum* și arată cu cât crește consumul la o creștere cu o unitate a venitului.

Diferența dintre venituri și cheltuielile de consum o reprezintă *economiile* ( $E$ ), care sunt folosite de deținătorii lor, direct sau indirect, pentru *investiții* ( $I$ ). În acest caz, ciclul *venituri – consum – economii* se încheie într-o situație de echilibru prin egalitatea  $E = I$  (*economii = investiții*). Economii și investițiile sunt egale, deoarece ambii termeni reprezintă părți diferite ale aceluiași fenomen: economiile sunt rezultatul comportamentului colectiv al consumatorilor individuali, iar investițiile sunt rezultatul comportamentului colectiv al întreprinzătorilor. Raportul dintre variația economiilor și variația venitului ( $\Delta E / \Delta Y$ ) este denumit de Keynes *înclinația marginală spre economii* și este, de regulă, o mărime pozitivă și subunitară, dar mai mică decât înclinația marginală spre consum. Transformarea economiilor în investiții depinde de o serie de factori cum ar fi: cererea de investiții, rata dobânzii de pe piață, raportul dintre rata dobânzii de pe piață și rata rentabilității investiției, fluctuațiile profitului la investițiile existente, gradul de risc al investiției, situația economiei mondiale etc. Realizarea de investiții are ca efect o nouă creștere a venitului, de unde decurge o nouă creștere a consumului și a economiilor.

Cu toate că creșterea economică reprezintă condiția fundamentală a dezvoltării, mai ales pentru țările în curs de dezvoltare, au fost formulate și teorii pesimiste, potrivit cărora o creștere

economică susținută poate avea un efect catastrofal pentru omenire<sup>2</sup>, cum ar fi deteriorarea gravă a mediului ambiant, epuizarea resurselor de materii prime nereproductibile ș.a. De exemplu, într-un studiu considerat primul Raport al Clubului de la Roma și intitulat „Limitele creșterii” (apărut în anul 1972) se apreciază că o serie de factori fundamentali (populația, producția agricolă, resursele naturale, producția industrială și poluarea) influențează în prezent creșterea economică, dar creșterea lor excesivă va conduce în viitor la stagnarea activității economice la nivel mondial, la stoparea creșterii demografice și la deteriorarea ireversibilă a mediului înconjurător. Evitarea unei asemenea catastrofe se poate face – susțin autorii raportului - prin recurgerea la o rată de creștere zero a economiei și a populației. Teza reducerii la zero a creșterii economice a fost combătută de numeroși economiști, fiind considerată o idee reacționară, de natură malthusiană. Cele mai multe studii apărute ulterior<sup>3</sup> au scos în evidență necesitatea realizării la nivel mondial a unei creșteri economice echilibrate, a unei distribuiri mai echitabile a resurselor, atât între națiuni, cât și în cadrul acestora, precum și a acordării de ajutoare țărilor sărace sau în curs de dezvoltare, în vederea finanțării unor programe de investiții care să asigure atenuarea decalajelor dintre țările bogate și cele sărace, precum și protecția mediului înconjurător.

## 2.2. Modele ale creșterii economice fundamentate pe investiții

După apariția celebrei lucrări a lui Keynes, „Teoria generală a folosirii mâinii de lucru, a dobânzii și a banilor”, apărută în anul 1936, au fost elaborate numeroase teorii și modele ale creșterii economice. În literatura de specialitate, unele teorii cu privire la creșterea economică sunt prezentate sub forma unor modele matematice prin care încearcă stabilirea unor corelații, directe sau indirecte, dintre investiții și creșterea economică viitoare. Aceste modele reprezintă instrumente de investigare și de cunoaștere a influenței pe care o au investițiile (în calitatea lor de principal factor al creșterii economice) asupra fenomenelor și proceselor economice. Dintre acestea vor fi analizate modele elaborate de J. M. Keynes, R.F. Harrod, Domar și J.M. Clark.

### 1. Modelul lui Keynes

Formulat în anul 1936, modelul lui Keynes, întâlnit și sub denumirea de *multiplicatorul investițiilor*, pornește de la relația dintre veniturile obținute de populație (Y), consumul populației (C) și investițiile (I):

$$Y = C + I$$

Pornind de la această egalitate, o creștere ( $\Delta$ ) a veniturilor va antrena o creștere de aceeași mărime a celorlalți doi factori:

$$\Delta Y = \Delta C + \Delta I$$

Raportul dintre  $\Delta Y$  și  $\Delta I$  poartă denumirea de multiplicatorul investițiilor

<sup>2</sup> Dimitriu, Iordachi – *Eficiența și finanțarea investițiilor*, Editura Universității „Al. I. Cuza” Iași, 1979, p. 35

<sup>3</sup> *Omenirea la răspântie* (autori Mihajlo Mesarovici și Eduard Pestel, 1975), *Restructurarea ordinii internaționale* (autor Jan Timbergen, 1976), *Scenariu pentru următorii 200 de ani* (autor H. Kahn, 1976) ș.a.

$$m = \frac{\Delta Y}{\Delta I}$$

(m) și exprimă sporul de venit necesar creșterii cu o unitate a investițiilor. Din ecuația de mai sus rezultă că și sporul de venit este condiționat de realizarea unor investiții suplimentare, iar multiplicatorul investițiilor exprimă eficiența acestor investiții (cu cât crește venitul la o creștere a investițiilor cu o unitate). Multiplicatorul lui Keynes arată deci, de câte ori crește venitul la o anumită creștere a investițiilor.

De exemplu, dacă o investiție adițională de 5 milioane de dolari duce la o creștere a venitului național de 15 milioane dolari, atunci valoarea multiplicatorului este 3, iar dacă această creștere este de 20 milioane dolari, valoarea multiplicatorului va fi 4. Se observă că valoarea multiplicatorului trebuie să fie întotdeauna o mărime pozitivă și mai mare ca 1.

Între multiplicatorul investițiilor (m) și înclinația marginală spre consum (q) se poate stabili o anumită corelație. Pornind de la relația  $\Delta Y = \Delta C + \Delta I$ , dacă împărțim ambii termeni ai ecuației la  $\Delta Y$  obținem:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta Y} = \frac{\Delta C}{\Delta Y} + \frac{\Delta I}{\Delta Y}$$

de unde rezultă:

$1 = \text{înclinația marginală spre consum} + \text{înclinația marginală spre economii}$ .

Se observă că înclinația marginală spre consum și înclinația marginală spre economii sunt mărimi pozitive și subunitare. Dar ultimul termen al egalității ( $\Delta I / \Delta Y$ ) este inversul multiplicatorului investiției ( $1 / m$ ). Rezultă că:

$$1 = q + \frac{1}{m}$$

de unde:

$$m = \frac{1}{1 - q}$$

Din ultima ecuație se poate observa că o creștere a lui q determină o creștere a lui m, care este o mărime pozitivă, supraunitară. Rezultă deci un fenomen paradoxal: multiplicatorul investițiilor este cu atât mai mare, cu cât consumul este mai mare. Din ecuația  $m = \Delta Y / \Delta I$  rezultă că:

$$\Delta Y = m \times \Delta I$$

unde  $m$  este un indicator de eficiență economică a investiției.

Se poate constata și faptul că, cu cât crește consumul, cu atât crește și venitul, deoarece mărimea multiplicatorului depinde în mod direct de gradul înclinației spre consum. Această ultimă constatare este valabilă doar în situația în care analiza fenomenului se face dinamic (pe mai mulți ani), iar volumul investițiilor este ridicat, deoarece la volume mici de investiții corespund venituri reduse, chiar dacă mărimea lui  $m$  este foarte mare.

## 2. Modelul lui Harrod

Adept și continuator al teoriei lui Keynes, R. F. Harrod a formulat în anul 1946 un model al creșterii economice întâlnit și sub denumirea de *coeficientul capitalului*. Harrod consideră că există un raport constant între capitalurile în funcțiune și veniturile unei perioade, în condițiile în care nu există progres tehnic, iar rata dobânzii nu se schimbă. Acest raport poartă denumirea de *coeficientul capitalului* și se determină după relația:

$$c = \frac{K}{Y}$$

în care:

$c$  = coeficientul capitalului;

$K$  = capitalul în funcțiune;

$Y$  = venitul realizat.

Din această relație rezultă o relație privită integralist de forma  $K = c \times Y$  care arată că există o anumită constanță între mărimea capitalului în funcțiune și venitul obținut de societate. Privită marginalist, această relație devine

$\Delta K = c \times \Delta Y$ . Cum  $\Delta K = I$ , relația devine:

$$I = c \times \Delta Y$$

Prin acest model, Harrod încearcă să demonstreze că sporul de capital din anul curent ( $I$ ) va conduce la creșterea venitului în anul următor ( $\Delta Y$ ), care, la rândul său, va asigura un nou spor de capital. Odată stabilit coeficientul capitalului ( $c$ ), se poate determina volumul investițiilor ( $I$ ) necesare pentru obținerea unui anumit venit suplimentar ( $\Delta Y$ ).

Aplicarea acestui model este valabilă pe o perioadă scurtă de timp (4 - 5 ani) și în economii stabile (care nu se confruntă cu fenomene de inflație, șomaj sau blocaj economic), deoarece pe termen lung nici inflația și nici progresul tehnic nu sunt variabile constante.

## 3. Modelul lui Domar

În modelul lui Domar, întâlnit și sub denumirea de *productivitatea investițiilor* ( $W_i$ ), venitul este înlocuit cu capacitatea de producție realizată cu ajutorul noilor investiții ( $Q$ ). La fel ca și Harrod, Domar consideră că acest raport este constant, iar progresul tehnic nu influențează în mod determinant rezultatele perioadei. Expresia modelului lui Domar este:

$$W_i = \frac{\Delta Q}{I}$$

unde:

$W_i$  = productivitatea investițiilor;

$\Delta Q$  = sporul de capacitate de producție;

$I$  = volumul investițiilor.

Indicatorul productivitatea investițiilor exprimă volumul producției suplimentare ce poate fi obținută la 1 leu investit. Indicatorul productivitatea investițiilor ( $W_i$ ) stabilit de Domar este inversul coeficientului capitalului ( $c$ ) determinat de Harrod:

$$W = \frac{1}{c}$$

Cele două modelele au fost elaborate în același an și sunt întâlnite uneori în literatura de specialitate sub denumirea de modelul Harrod-Domar.

#### 4. Modelul lui Clark

Elaborat cu aproximativ 30 de ani înainte de modelul lui Harrod, modelul lui J.M. Clark, întâlnit sub denumirea de *acceleratorul*, presupune existența următoarei relații dintre investițiile efectuate și veniturile obținute:

$$a = \frac{I_h}{Y_h - Y_{h-1}}$$

în care:

$a$  = acceleratorul;

$I$  = investițiile realizate;

$Y$  = veniturile obținute;

$h$  = anul de referință.

Din relația de mai sus rezultă că acceleratorul exprimă efectul creșterii venitului asupra investițiilor sau disponibilul de investiții format ca urmare a creșterii venitului cu o unitate. Între accelerator și coeficientul capitalului nu există nicio deosebire decât din punctul de vedere al perioadei luate în calculul sporului de venit. Modelul lui Clark are doar o valoare teoretică, deoarece investițiile realizate în anul „ $h$ ” nu pot fi puse în funcțiune decât parțial în același an și nu-și pot realiza efectele în același interval de timp.

### **2.3. Optimizarea alocării resurselor de investiții**

Optimizarea alocării resurselor de investiții la nivel macro sau microeconomic presupune identificarea celei mai bune variante de program sau proiect de investiții, dintr-o multitudine de alternative posibile, care să asigure obținerea unui efect sau avantaj maxim în urma realizării acestora sau care să permită realizarea activității respective cu costuri minime.

La nivel macroeconomic, problema identificării principalelor corelații și interdependențe dintre ramurile economiei naționale, în vederea dezvoltării echilibrate a acestora, a constituit un

obiectiv important al teoriei și practicii economice. La studierea acestei probleme, o contribuție deosebit de importantă a avut economistul Wassily Leontieff<sup>4</sup>. Folosind o serie de modele interactive construite de înaintași (F. Quesnay, K. Marx, L. Walras și J.M. Keynes), W. Leontieff a reușit să le extindă la nivelul economiei americane și să le transforme în construcții matematice prin care a încercat să surprindă numeroasele relații dintre componentele sistemelor economice moderne. *Modelul de analiză input-output*, construit de reputatul economist american, este folosit frecvent de către economiști din numeroase țări, la rezolvarea unor probleme macroeconomice complexe și ca instrument de analiză și previziune economică<sup>5</sup>. *Metoda balanței legăturilor dintre ramuri*, construită de Leontieff, este o metodă de analiză tabelară intrări-ieșiri, care descrie în expresie valorică fluxul de bunuri și servicii dintre toate sectoarele economiei naționale pe o perioadă de timp determinată, de regulă un an. Ea este folosită și în calculele de optimizare a structurii investițiilor, deoarece permite stabilirea volumului de investiții pe ramurile producției materiale și pe sectoare de activitate necesare realizării unui anumit nivel al producției<sup>6</sup>. Balanța legăturilor dintre ramuri cuprinde, în expresie valorică, patru cadrane, și anume:

- cadranul I, care este partea principală a balanței legăturilor dintre ramuri, exprimă legăturile producție-consum dintre ramuri privind materiile prime, materialele, combustibilii, energia etc. El are forma unei table de șah în care mărimile înscrise pe rânduri reprezintă ieșirile (outputurile) și arată cum se repartizează o parte din producția totală a ramurii respective pentru consumul intermediar al tuturor ramurilor, iar mărimile înscrise pe coloane reprezintă intrările (inputurile) și arată consumurile ramurii respective, de la celelalte ramuri, în vederea realizării producției totale a acelei ramuri;

- cadranul II, care cuprinde indicatorii utilizării finale a veniturilor, respectiv acumularea brută, (stocurile), consumul neproductiv și exportul, care formează împreună *produsul final*;

- cadranul III, care cuprinde indicatorii repartizării primare a veniturilor, după ramurile în care a avut loc crearea acestora (salariile, amortizarea etc.);

- cadranul IV, care prezintă repartiziile ulterioară a veniturilor și formarea veniturilor finale.

Într-o formă simplificată, balanța legăturilor dintre ramuri se prezintă astfel:

---

<sup>4</sup> Wassily, Leontieff (n. 1906), economist american de origine rusă, laureat al Premiului Nobel pentru economie (1973) pentru elaborarea modelului *input-output* (intrări-ieșiri) și pentru că „și-a consacrat cea mai mare parte din opera sa problemelor tehnice de elaborare și perfecționare a modelului economic privind analiza matematică a intrărilor și ieșirilor la problemele economice importante”.

<sup>5</sup> Denis, Henri – *Histoire de la pensée économique*, P.U.F., Paris, 1974, p. 696-701

<sup>6</sup> vezi Cistelecan, Lazăr – *Economia, eficiența și finanțarea investițiilor*, Editura Economică, București, 2002, p. 60-

Tabel nr. 1. *Forma simplificată a balanței legăturilor dintre ramuri*

Valoarea producției în ramurile producătoare	Fluxuri interrămuri (Ramuri consumatoare)	Produs final
$X_1$	$x_{11},$	$Y_1$
$X_2$	$x_{12}, \dots$	$Y_2$
$\vdots$	$\dots x_{1n}$	
$\vdots$	$x_{21},$	
$\vdots$	$x_{22}, \dots$	(II)
$\vdots$	$\dots x_{2n}$	
$\vdots$	$\vdots$	
$X_n$	$\vdots$	$Y_n$
	(I)	
	$\vdots$	
	$\vdots$	
	$x_{n1}, x_{n2}, \dots$	
	$\dots x_{nn}$	
Amortizare	$a_1$	
Salarii	$a_2, \dots$	
	$\dots a_n$	
	$s_1$	(IV)
	$s_2, \dots$	
	$\dots s_n$	
Plusprodusul	(III)	
Produsul global	$p_1 p_2, \dots$	
	$\dots p_n$	
	$x_1$	
	$x_2, \dots$	
	$\dots x_n$	

Sursa : Vasilescu Ion, Romănu Ion, Cicea Claudiu – Investiții, Editura Economică, București, 2000, p. 337

Pentru determinarea investițiilor se folosește relația care exprimă egalitatea dintre producția realizată pe fiecare ramură ( $X_i$ ) și suma fluxurilor de producție ( $x_{ij}$ ), la care se adaugă produsul final ( $Y_i$ ) al ramurii producătoare respective. Această relație exprimă ecuația repartizării producției pentru fiecare ramură în parte:

$$X_i = \sum x_{ij} + Y_i$$

în care:

$X_i$  = volumul total al producției obținut în ramura  $i$  ;

$\sum x_{ij}$  = consumurile intermediare (ieșirile ramurii  $i$ ) ;

$Y_i$  = produsul final al ramurii  $i$ .



În vederea determinării valorii producției totale care corespunde unui anumit produs final, se determină coeficienții tehnici (  $a_{ij}$  ) ai fiecărei ramuri, care exprimă ponderea consumului ramurii „j” de la ramura „i” în producția totală a ramurii „j”, după relația:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$$

de unde rezultă  $x_{ij} = a_{ij} \times X_j$

Cu valorile lui  $a_{ij}$  astfel calculate, se formează un sistem de ecuații de forma:

$$X_i = \sum a_{ij} X_j + Y_i$$

$$X_1 = a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n + Y_1$$

$$X_2 = a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n + Y_2$$

$$\dots$$

$$X_n = a_{n1} X_1 + a_{n2} X_2 + \dots + a_{nn} X_n + Y_n$$

Acest sistem de ecuații ne permite determinarea volumului producției ce trebuie realizată pe fiecare ramură și pe total economie națională, pentru obținerea unui anumit nivel al produsului final (pe fiecare ramură și pe total economie). Cunoscând acel nivel al producției, se poate calcula volumul investițiilor ce trebuie realizate în vederea obținerii produsului final dorit.

Notând cu A matricea consumurilor directe, cu X vectorul producției ramurilor și cu Y vectorul produsului final, ecuația se mai poate scrie:

$$X = AX + Y$$

*La nivel microeconomic* sunt folosite mai multe metode de optimizare care pot ajuta la soluționarea unor probleme legate de pregătirea deciziilor de investiții și de adoptare a acestora. Rezolvarea problemelor de optimizare presupune, în linii generale, parcurgerea succesivă a următorilor pași:

- alegerea funcției obiectiv (criteriul de eficiență economică urmărit);
- stabilirea restricțiilor principale (nivelul minim dat al unor efecte economice ce trebuie realizate sau nivelul maxim al costurilor de resurse ce pot fi afectate în acest scop);
- se modelează funcția obiectiv plecând de la dependența acesteia de variabilele soluțiilor care stau la baza alternativelor formulate;
- se determină soluția, varianta sau alternativa care asigură valoarea optimă a funcției obiectiv.

Programarea matematică este cea mai folosită metodă de optimizare a alocării resurselor de investiții.

În cadrul acesteia, metodele cele mai importante folosite în acest scop, ținând seama de momentul în care se desfășoară acțiunea supusă optimizării, sunt *programarea statică* și *programarea dinamică*.

1. Programarea statică este folosită în situația în care timpul nu influențează rezultatele activității de investiții (de exemplu, repartizarea fondurilor de investiții pe obiective). Problemele de programare statică se pot rezolva, la rândul lor, folosind una din metodele următoare:

a) *metoda grafică* sau *geometrică* - este o metodă care se folosește în cazul în care fondul de investiții este repartizat pe două direcții. În construirea modelului de programare se formulează sistemul de restricții (de exemplu: un maxim al fondului total de investiții ce trebuie repartizat sau al cheltuielilor materiale) și funcția obiectiv (de exemplu : un maxim al cifrei de afaceri). Etapele pe care le presupune rezolvarea problemei sunt: stabilirea necunoscutelor, scrierea indicatorilor în funcție de necunoscutele stabilite, scrierea modelului matematic, stabilirea mulțimii soluțiilor admisibile și identificarea soluției optime.

b) *metoda analitică*- se aplică în cazul în care numărul necunoscutelor este de 3 sau mai mare și are la bază algoritmul simplex, elaborat în anul 1947 de G. B. Danzig. Această metodă permite rezolvarea problemelor legate de repartizarea resurselor de investiții pe mai multe direcții de activitate.

### **Exemplu de rezolvare a unei probleme de optimizare a alocării resurselor de investiții la nivel microeconomic prin metoda grafică**

La societatea comercială „Progresul” S.A. a fost aprobat planul de modernizare și restructurare a bazei tehnico-materiale la două secții de producție, secția A și secția B. Bugetul alocat acestei activități este de 500 mil. lei, iar indicatorii tehnico-economici ai activității celor două secții de producție sunt următorii:

Secția	Producția la 1000 lei capital fix $\frac{Q}{CF}$	Profit la 1000 lei producție realizată $\frac{P}{Q}$	Cheltuielile materiale la 1000 lei producție realizată $\frac{CM}{Q}$
A	9.400	200	700
B	8.500	150	620

Să se determine modalitatea optimă de repartizare a fondurilor de investiții disponibile astfel încât:

- valoarea producției realizate de cele două secții să fie maximă;
- profitul obținut să fie de cel puțin 600 mil. lei;
- cheltuielile materiale să nu depășească suma de 2.400 mil. lei.

Presupunem că fondurile de investiții se transformă în totalitate în capital productiv.

Rezolvarea problemei presupune parcurgerea următoarelor etape:

#### **I. Stabilirea necunoscutelor:**

- $x_1$  – fondul de investiții ce va fi alocat secției A;
- $x_2$  – fondul de investiții ce va fi alocat secției B.

**II. Scrierea funcției obiectiv (maximizarea volumului producției):**

$$F(x) = \sum_{j=1}^2 c_j x_j = \max$$
$$F(x) = 9,4 x_1 + 8,5 x_2 = \max$$

**III. Stabilirea sistemului de restricții:**

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_j$$

unde:

$a_{ij}$  = efectele (eforturile) realizate în cadrul procesului productiv la 1 leu capital investit;

$x_j$  = fondurile investiționale alocate celor 2 secții de producție;

$b_j$  = limitele care restricționează parametrii de funcționare a secțiilor de producție.

Restricții:

- profitul total obținut să fie de cel puțin 600 mil. lei
- cheltuielile materiale totale să fie de cel mult 2400 mil. lei;

Trebuie să calculăm:

-profitul obținut/1 leu capital investit

-cheltuielile materiale /1 leu capital investit

Indicatorii se determină utilizând relațiile:

$$\frac{P}{CF} = \frac{Q}{CF} \times \frac{P}{Q} ; \quad \frac{CM}{CF} = \frac{CM}{Q} \times \frac{Q}{CF}$$

în care:

P = profitul

Q = productia

CM = cheltuielile materiale;

CF = capital fix

Calculăm indicatorii *profit obținut /1 leu capital investit* și *cheltuielile materiale /1 leu capital investit* și centralizăm datele privind coeficienții sistemului de restricții și funcția obiectiv:

Profit obținut /1 leu capital investit:

- pentru secția A:  $0,200 \times 9,40 = 1,880$
- pentru secția B:  $0,150 \times 8,50 = 1,275$

Cheltuielile materiale /1 leu capital investit:

- pentru secția A:  $0,700 \times 9,40 = 6,580$
- pentru secția B:  $0,620 \times 8,50 = 5,270$

Secți a	Investiții (I) mil. lei	Producția/11 eu capital fix $\frac{Q}{CF}$	Profit/11eu capital fix $\frac{P}{CF}$	Cheltuieli materiale/11eu capital fix $\frac{P}{CF}$
A	x1	9,40	1,880	6,580
B	x2	8,50	1,275	5,270

#### IV. Stabilirea condițiilor de nenegativitate:

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

#### V. Scrierea modelului matematic aferent problemei de programare liniară:

$$\max F(x) = 9,40 x_1 + 8,50 x_2$$

$$x_1 + x_2 = 500$$

$$1,880 x_1 + 1,275 x_2 = 600$$

$$6,580 x_1 + 5,270 x_2 = 2.400$$

**VI.** Reprezentarea grafică, într-un sistem de axe bidimensionale, a restricțiilor problemei sub formă de ecuație. Vor rezulta 3 drepte:

- dreapta  $d_1$ , aferentă restricției  $x_1 + x_2 = 500$ , care va intersecta sistemul de axe prin punctele A de coordonate (500; 0) și B de coordonate (0; 500)

- dreapta  $d_2$ , aferentă restricției  $1,880 x_1 + 1,275 x_2 = 600$ , care va intersecta sistemul de axe prin punctele C de coordonate (319,1; 0) și D de coordonate (0; 470,6)

- dreapta  $d_3$ , aferentă restricției  $6,580 x_1 + 5,270 x_2 = 2.400$ , care va intersecta sistemul de axe prin punctele E de coordonate (364,7; 0) și F de coordonate (0, 455,4).

**VII.** Identificarea spațiului *soluțiilor admisibile*, delimitat de intersecția semiplanelor generate de sistemul de restricții. Acesta este reprezentat de triunghiul CEM.

Coordonatele punctului M se pot determina ușor, deoarece acest punct se află la intersecția dreptelor  $d_2$  și  $d_3$ :

$$1,880 x_1 + 1,275 x_2 = 600$$

$$6,580 x_1 + 5,270 x_2 = 2.400$$

Din acest sistem de ecuații va rezulta  $x_1 = 67,1$  și  $x_2 = 371,6$

Punctele care delimitează triunghiul CEM au următoarele coordonate: C (319,1; 0), E (364,7; 0) și M (67,1; 371,6).

**VIII.** Determinarea *soluției optime*: se calculează valoarea funcției obiectiv pentru toate vârfurile spațiului soluțiilor admisibile, iar coordonatele punctului pentru care valoarea funcției obiectiv este cea mai mare este soluția problemei. În cazul nostru, cele 3 valori ale funcției obiectiv sunt:

$$f_{(C)} = 9,40 \times 319,1 + 8,50 \times 0 = 2.999,54$$

$$f_{(E)} = 9,40 \times 364,7 + 8,50 \times 0 = 3.428,18$$

$$f_{(M)} = 9,40 \times 67,1 + 8,50 \times 371,6 = 3.789,3$$

Maximul funcției obiectiv este în punctul M de coordonate  $x_1 = 67,1$  și  $x_2 = 371,6$ .

**IX.** Interpretarea rezultatelor obținute – presupune înlocuirea valorilor obținute în sistemul de restricții și determinarea efectelor (eforturilor) pe total și pe fiecare secție în parte. Rezultatele obținute sunt centralizate în următorul tabel:

Indicator	Disponibil	Repartizat secției A	Repartizat secției B	Total repartizat	Diferențe
Investiții	500	67,1	371,6	438,7	-61,3
Profit obținut	600	126,2	473,8	600	–
Cheltuieli materiale	2.400	441,5	1.958,3	2.400	–
Producție realizată	max	630,7	3.158,8	3.789,3	–

Repartizarea în această structură (67,1 mil. lei secției A și 371,6 mil. lei secției B) a fondurilor de investiții disponibile este optimă deoarece satisface toate restricțiile problemei: investiția asigură obținerea unui profit de 600 mil. lei și încadrarea în nivelul maxim al cheltuielilor materiale totale 2.400 (mil. lei). Și funcția obiectiv este îndeplinită, deoarece volumul producției realizate este maxim. Mai mult, aceste rezultate sunt obținute cu un efort investițional mai redus decât cel preconizat (-61,3 mil. lei).

### Probleme propuse spre rezolvare

1). Consiliul de administrație al societății comerciale „Fortuna” S.A. a aprobat planul de investiții privind modernizarea și restructurarea bazei tehnico-materiale a două secții de producție, și anume secția de fabricație aragaze și secția de fabricație mașini de spălat automate. Bugetul alocat acestei activități este de 300 mil. lei. Indicatorii tehnico-economici ai activității celor două secții sunt:

Secția	Producția la 1000 lei capital fix $\frac{Q}{CF}$	Profit la 1000 lei producție realizată $\frac{P}{Q}$	Cheltuielile materiale la 1000 lei producție realizată $\frac{CM}{Q}$
secția de fabricație aragaze	7.500	200	700
secția de fabricație mașini de spălat automate	6.800	140	650

Să se determine modalitatea de repartizare a fondului de investiții disponibil astfel încât valoarea producției realizate de cele 2 secții să fie maxim, profitul obținut să fie de cel puțin 350 mil. lei iar cheltuielile materiale să nu depășească 2.500 mil. lei.

$$\mathbf{R:} \quad x_1 = 300 \text{ mil. lei; } x_2 = 0 \text{ mil. lei}$$

2). Societatea comercială „Prima” S.A. și-a propus pentru anul în curs investiții de modernizare la cele două secții de producție, secția de îmbuteliat băuturi răcoritoare și secția de ambalat produse finite. Bugetul alocat în acest scop este de 400 mil. lei. Indicatorii tehnico-economici ai activității celor două secții sunt:

Secția	Producția la 1000 lei capital fix $\frac{Q}{CF}$	Profit la 1000 lei producție realizată $\frac{P}{Q}$	Cheltuielile materiale la 1000 lei producție realizată $\frac{CM}{Q}$
secția de îmbuteliat băuturi răcoritoare	8.550	320	680
secția de ambalat produse finite	7.640	280	630

Să se determine modalitatea de repartizare a fondului de investiții disponibil astfel încât valoarea producției realizate de cele 2 secții să fie maxim, profitul obținut să fie de cel puțin 820 mil. lei iar cheltuielile materiale să nu depășească 2.000 mil. lei.

$$\mathbf{R:} \quad x_1 = 74,73 \text{ mil. lei; } x_2 = 325,27 \text{ mil. lei}$$

3). Societatea comercială „Prosanis” S.A. și-a propus pentru anul în curs investiții de modernizare la cele două secții de producție, secția de asamblat televizoare și secția de producție aspiratoare. Bugetul alocat în acest scop este de 400 mil. lei. Indicatorii tehnico-economici ai activității celor două secții sunt:

Secția	Producția la 1000 lei capital fix $\frac{Q}{CF}$	Profit la 1000 lei producție realizată $\frac{P}{Q}$	Cheltuielile materiale la 1000 lei producție realizată $\frac{CM}{Q}$
secția de asamblat televizoare	8.200	220	600
secția de producție aspiratoare	5.300	250	620

Să se determine modalitatea de repartizare a fondului de investiții disponibil astfel încât valoarea producției realizate de cele 2 secții să fie maxim, profitul obținut să fie de cel puțin 250 mil. lei iar cheltuielile materiale să nu depășească 2.100 mil. lei.

**R:**  $x_1 = 322,7$  mil. lei;  $x_2 = 77,3$  mil. lei

2. Programarea dinamică se folosește în cazul în care timpul influențează rezultatele activității de investiții. Modelul de programare dinamică folosit în acest caz permite cuantificarea influenței factorului timp. Acest model se desfășoară în mai multe etape (de timp), iar rezultatele care se obțin într-o etapă viitoare depind de deciziile care au fost luate în momentele anterioare. Fiecărei etape îi corespunde, deci, o decizie, în funcție de desfășurarea fenomenului în timp. Principiul fundamental care se aplică în programarea dinamică este *principiul optimalității*, potrivit căruia o politică optimă nu poate fi obținută decât din subpolitici optime. Programarea dinamică este folosită în optimizarea alocării resurselor de investiții pe mai mulți ani și pe mai multe direcții (de exemplu: proiectarea obiectivului, alegerea utilajelor și tehnologiilor, edificarea obiectivului și darea în funcțiune a acestuia). Acest model se folosește cel mai frecvent pentru unitățile cu producție integrată<sup>7</sup>, în care produsul finit al unei secții devine semifabricat pentru o altă secție din avalul acesteia. Ca și celelalte modele, el presupune stabilirea unei *funcții obiectiv* (maximizarea profitului) și *trei tipuri de relații de recurență*: *relații ce exprimă egalitatea dintre intrări și ieșiri* (de exemplu: egalitatea dintre volumul materiilor prime și necesarul pentru producție de astfel de materiale, dintre volumul producției realizate și producția livrată etc.), *relații prin care se asigură construirea fiecărei secții la capacitatea stabilită* și *relații prin care se impune încadrarea, pentru fiecare an de execuție a obiectivului, în anumite restricții* (volumul de investiții disponibil, disponibilul de salariați, obținerea unui anumit volum de efecte etc.).

## 2.4. Metode de prognoză a investițiilor

Termenul de *prognoză* derivă din limba greacă (de la termenii *pro* = dinainte și *gnosis* = cunoaștere) și este sinonim cu cel de *previziune*, care provine din limba latină, ambii termeni semnificând posibilitatea anticipării evoluției viitoare a unui fenomen pe bază de calcule științifice.

*Prognoza (previziunea) economică* semnifică procesul de anticipare a desfășurării fenomenelor și proceselor economice în viitor, pe baza unor analize științifice axate pe experiențele anterioare. Prognoza economică permite o trasare probabilistică a viitorului cu un anumit grad de certitudine, pe baza unei evoluții trecute, și folosește metode și tehnici specifice. Cele mai importante metode folosite în prognoza economică sunt:

a) *Metoda comparației*, care constă în stabilirea evoluției viitoare a fenomenului pornind de la analiza tendințelor din țările care au o mai mare experiență și tradiție în ceea ce privește fenomenul cercetat;

b) *Metoda extrapolării*, care presupune proiectarea în viitor a fenomenului în funcție de evoluția sa anterioară. Pentru stabilirea viitoare a programelor de investiții, metoda folosește

---

<sup>7</sup> vezi Vasilescu, Ion, Românu, Ion, Cicea, Claudiu – *Investiții*, Editura Economică, București, 2000, p. 261-268.

două grupe de funcții, și anume, funcțiile de regresie și funcțiile de trend. Funcțiile de regresie urmăresc evoluția medie a legăturii dintre două variabile, în timp ce funcțiile de trend arată evoluția unei variabile în funcție de timp, devenit el însuși o variabilă de prognoză. Metoda extrapolării prezintă dezavantajul de a nu putea prevedea eventualele momente de schimbare a sensului evoluției fenomenului cercetat;

c) *Metoda reflexivă*, care este tot o metodă de extrapolare, ce utilizează însă niște coeficienți care asigură modificarea sensului evoluției fenomenului cercetat;

d) *Metoda normativă*, prin care se stabilesc diverse norme de consum (de materii prime sau capital), în raport cu scopul urmărit și cu stadiul de dezvoltare economică;

c) *Metoda explorativă a funcțiilor matematice*, în care se consideră o anumită variabilă dependentă și una sau mai multe variabile independente, ce influențează evoluția viitoare a variabilei dependente (ex: funcțiile de producție).

În ceea ce privește prognoza investițiilor la nivelul unei societăți comerciale, trebuie să se țină seama de faptul că realizarea acestora depinde de o serie de factori (cererea de mărfuri, posibilitățile de aprovizionare ș.a.) care, la rândul lor, influențează comportamentul altor factori și, în final, mărimea producției. Fiecare factor consumat în cadrul procesului de producție (capitalul în funcțiune, resursele de muncă, resursele naturale etc.) are o influență cantitativă și calitativă asupra volumului producției, ca funcție scop:

- capitalul în funcțiune influențează producția obținută atât din punct de vedere cantitativ (numărul de utilaje, numărul secțiilor sau atelierelor de producție etc.), cât și calitativ (randamentul utilajelor);

- resursele de muncă influențează producția obținută din punct de vedere cantitativ (numărul de angajați) și sub aspect calitativ (productivitatea muncii pe angajat);

- materiile prime influențează producția obținută din punct de vedere cantitativ (volumul și structura acestora) și din punct de vedere calitativ (consumul specific) etc.

Din această cauză, în cazul prognozării investițiilor, este necesar să se stabilească mai întâi legătura dintre rezultatele procesului de producție și factorii care concură la realizarea acesteia. Această legătură se exprimă prin funcțiile de producție.

Modelele matematice cele mai utilizate în vederea determinării necesarului de fonduri de investiții sunt funcțiile de producție, în special cele de tip Cobb-Douglas și modelul lui Domar.

- funcțiile de producție exprimă legătura dintre rezultatele procesului de producție și îmbinarea factorilor acesteia. Ele permit evaluarea eficienței relative a factorilor de producție implicați în calcul și crearea unor posibilități de substituire între aceștia. Funcțiile de tip Cobb-Douglas iau în considerare doi factori de producție, munca și capitalul în funcțiune. Se folosește relația:

$$Q = g \times L^{\lambda} \times K^{\mu}$$

în care:

Q = producția, exprimată sub formă bănească;

g = factorul de proporționalitate ;

L = munca utilizată (numărul de salariați) ;

K = capitalul în funcțiune (volumul capitalului fix) ;

$\lambda$  = coeficientul de elasticitate a producției față de munca utilizată;

$\mu$  = coeficientul de elasticitate a producției față de capitalul în funcțiune.



După determinarea volumului producției (Q) și stabilirea numărului de salariați (L), ținând seama de informațiile privind productivitatea muncii și promovarea progresului tehnic, se determină necesarul de capital fix. Apoi, în funcție de capitalul fix existent și de casările de fonduri fixe ce urmează a se efectua în perioada analizată, se determină investițiile ce vor fi realizate în aceeași perioadă. Volumul acestora se determină după relația:

$$I_t = CF_h - (CF_o - C)$$

în care:

$I_t$  = investiția de realizat;

$CF_h$  = necesarul de capital fix în anul  $h$ , de referință;

$CF_o$  = capitalul fix din anul de bază;

$C$  = casările de capital fix ce se fac în perioada de timp cuprinsă între anul de bază și anul  $h$ .

- în ceea ce privește folosirea modelului lui Domar, se pornește de la relația:

$$W_i = \frac{\Delta Q}{I}$$

unde:

$W_i$  = productivitatea investițiilor;

$\Delta Q$  = sporul de producție ce urmează a fi realizat;

$I$  = volumul investițiilor ce determină sporul de producție.

Știind că  $\Delta Q = Q_{h+1} - Q_h$ , volumul investițiilor se va determina după relația:

$$I = \frac{\Delta Q}{W_i}$$

Aceasta înseamnă că volumul de investiții este direct proporțional cu producția suplimentară ce urmează a fi realizată și invers proporțional cu productivitatea investițiilor, adică cu eficiența economică a acestora.

## TESTE GRILĂ

1. Multiplicatorul investițiilor (format de Keynes) este cu atât mai mare cu cât:
  - a) ☐ consumul este mai mare;
  - b) ☐ consumul este mai mic;
  - c) ☐ sporul de venit este mai mare.
  
2. Coeficientul capitalului ( $c$ ) exprimă raportul constant care există pe termen scurt între :
  - a) ☐ capitalurile în funcțiune ( $K$ ) și veniturile perioadei ( $Y$ );
  - b) ☐ capitalurile în funcțiune ( $K$ ) și cheltuielile perioadei ( $C$ );
  - c) ☐ capitalurile în funcțiune ( $K$ ) și volumul amortizării recuperate în cadrul perioadei ( $A$ ).
  
3. Multiplicatorul investițiilor ( $m$ ) formulat de Keynes se determină după relația:
  - a) ☐ sporul de venit ( $\Delta Y$ )/sporul de investiții ( $\Delta I$ );
  - b) ☐ sporul de investiții ( $\Delta I$ )/sporul de venit ( $\Delta Y$ );
  - c) ☐ sporul de consum ( $\Delta C$ )/sporul de investiții ( $\Delta I$ );
  - d) ☐ sporul de investiții ( $\Delta I$ )/ sporul de consum ( $\Delta C$ ).
  
4. Productivitatea investițiilor ( $W_i$ ) se determină după relația:
  - a) ☐ sporul de capacitate de producție ( $\Delta Q$ )/volumul investițiilor ( $I$ );
  - b) ☐ sporul de capacitate de producție ( $\Delta Q$ )/ sporul de investiții ( $\Delta I$ );
  - c) ☐ volumul investițiilor ( $I$ )/sporul de capacitate de producție ( $\Delta Q$ ).
  
5. Programarea statică este folosită în calculele de optimizare a alocării resurselor de investiții la nivel microeconomic :
  - a) ☐ în situația în care timpul nu influențează rezultatele activității de investiții;
  - b) ☐ în situația în care timpul influențează rezultatele activității de investiții;
  - c) ☐ indiferent dacă timpul influențează sau nu rezultatele activității de investiții.
  
6. Programarea dinamică este folosită în calculele de optimizare a alocării resurselor de investiții la nivel microeconomic și se bazează pe una din următoarele metode:
  - a) ☐ metoda grafică (geometrică), folosită în cazul în care numărul direcțiilor de repartizare este 2 (doi);
  - b) ☐ metoda analitică, folosită în cazul în care numărul direcțiilor de repartizare este mai mare de 2 (doi).