

1. Fie sistemul de ecuații liniare: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_3 + 2x_4 - 2x_5 = -4 \end{cases}$. Care dintre următoarele afirmații de mai jos sunt adevărate?

Obs:

$$\begin{cases} m=2 \text{ (nr. de ecuații)} \\ n=5 \text{ (nr. de variabile)} \end{cases}$$

- i) Pentru a rezolva exercițiul trebuie să aplicați metoda lui Gauss, să determinați forma explicită și soluția de bază corespunzătoare acestuia considerând variabile principale pe x_2 și x_4 .
- ii) Se bifează numai variantele corecte. Pot fi adevărate oricâte variante: 0,1,2,..., toate.

- a) sistemul are cel mult C_4^2 forme explicite **(F)**; deoarece sistemul are 5 variabile \Rightarrow max C_5^2 F.E. și S.B.;
- b) matricea extinsă atașată sistemului este: $\bar{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & -4 & -3 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & -2 & -4 \end{array} \right)$ **(F)**; matricea extinsă are doar 4+1 coloane în loc de 5+1;
- c) făcând coloana lui x_4 coloana matricei unitate, obținem: $\bar{A} \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} \frac{7}{2} & 1 & 2 & 0 & -3 & -3 \\ \frac{1}{2} & 0 & 2 & 1 & -1 & -2 \end{array} \right)$ **(A)**; conform calculului din rezolvare
- d) considerând variabile secundare pe $x_1 = \alpha$, $x_3 = \beta$ și $x_5 = \gamma$ obținem forma explicită:
- $$X_{\text{EXPLICIT}} = (\alpha, -3 - \frac{7}{2}\alpha - 2\beta + 3\gamma, \beta, -2 - \frac{1}{2}\alpha - 2\beta + \gamma, \gamma)^T$$
- (A)**
- ; nimer, vezi rezolvarea de mai jos
- e) soluția de bază obținută pentru x_2 și x_4 variabile principale este: $\bar{X} = (0, -3, -2, 0, 0)^T$ **(F)**; v.p. sunt x_2 și x_4
- f) soluția de bază obținută pentru variabilele secundare x_1 , x_3 și x_5 este: $\bar{X} = (0, -3, 0, -2, 0)^T$ **(A)**; nu x_2 și x_4
- g) soluția de bază obținută pentru x_2 și x_4 variabile principale este nedegenerată **(A)**;
- h) soluția de bază obținută pentru variabilele secundare x_1 , x_3 și x_5 este neadmisibilă **(A)**; vezi explicațiile din rezolvare

Dem: Atașăm sistemului matricea extinsă \bar{A} și facem ca T.E. coloanele lui x_2 și x_4 coloanele lui I_2

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ 2 & 1 & -4 & -3 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & -2 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{+} \begin{pmatrix} 7/2 & 1 & 2 & 0 & -3 \\ 1/2 & 0 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 2} \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & 4 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

var. secundare var. prime.

$$\xrightarrow{x_1 = \alpha} X = (\alpha, -3 - \frac{7}{2}\alpha - 2\beta + 3\gamma, \beta, -2 - \frac{1}{2}\alpha - 2\beta + \gamma, \gamma)^T$$

forma explicită ($X \in \mathbb{R}^5$)

$\alpha = \beta = \gamma = 0 \Rightarrow \bar{X} = (0, -3, 0, -2, 0)^T \in \mathbb{R}^5$ - soluția de bază corespunzătoare

g.f.d.

este neadmisibilă (are componente negative)
este nedegenerată (comp. principale sunt nenule)

Obs:

Deoarece, coloana lui x_2 este prima coloană a matricei unitate I_2 , a trebuit să fie doar coloana lui x_4 ca de a doua coloană a lui I_2 !!!