

Złożoność obliczeniowa to ilość zasobów komputerowych koniecznych do wykonania programu realizującego algorytm. Przedstawiamy ją jako funkcję pewnego parametru, określającego rozmiar rozwiązywanego zadania.

Ponieważ w przypadku szacowania złożoności obliczeniowej mówimy o czasie i pamięci, to wyróżniamy złożoność pamięciową i czasową.

Złożoność pamięciowa (zawsze jako funkcja rozmiaru danych!) to ilość pamięci wykorzystanej w celu realizacji algorytmu, wyrażana w liczbie bajtów lub liczbie zmiennych typów elementarnych.

Złożoność czasowa (zawsze jako funkcja rozmiaru danych!): jest to czas wykonania algorytmu wyrażany w standardowych jednostkach czasu, liczbie cykli procesora lub w liczbie wszystkich operacji. Możemy ją oznaczać jako $T(n)$

Gdy zużycie zasobów zależy od rozkładu danych, to można mówić o:

- złożoności optymistycznej - określa zużycie zasobów dla najkorzystniejszego zestawu danych.
- złożoności średniej - określa zużycie zasobów dla typowych (tzw. losowych) danych.
dokładnie to:
$$T_{sr} = \sum_{k=1}^n p_k (dane\ wejściowe\ _k) * T_k(n), \text{ oczywiście } \sum_{k=1}^n p_k = 1$$
- złożoności pesymistycznej - określa zużycie zasobów dla najbardziej niekorzystnego zestawu danych.

Pd – Sprawdzenie czy w zbiorze liczb istnieje co najmniej jedna liczba ujemna

Złożoności wielomianowe:

(n) - liniowa np. $T(n) = 230n$

(n^2) - kwadratowa np. $T(n) = 12n^2 + 135n - 23$

(n^3) - sześcienna np. $T(n) = n^3 + 20n^2 - 19n + 1$

Złożoności ograniczone przez wielomian:

$(\log n)$ - logarytmiczna np. $T(n) = 3\log(n+1) - 2$

$(n \log n)$ - quasiliniowa np. $T(n) = 3n \log(n+1) - 2$

Złożoności niewielomianowe:

(a^n) - wykładnicza np. $u(n) = e^n + n^{13} + n^2$

Zadania na liczenie $T(n)$ – metoda dokładna

- 1. Sumowanie liczb od 1 do n**
- 2. Wyszukiwanie liczby ujemnej w tablicy**
- 3. Sortowanie bąbelkowe**

ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA

Klasa złożoności obliczeniowej – określa rząd funkcji $T(n)$ przy $n \rightarrow \infty$ (tzw. asymptotyczna granica)

Notacje określania złożoności obliczeniowej

Notacja O(duże O, omikron)

Mówimy, że $T(n) = O(g(n))$ (funkcja złożoności obliczeniowej $T(n)$ jest rzędu funkcji $g(n)$) jeśli istnieje takie $n_0 \in \mathbb{N}$ oraz takie $c \in \mathbb{R}$, iż dla każdego $n \geq n_0$ prawdziwa jest nierówność:

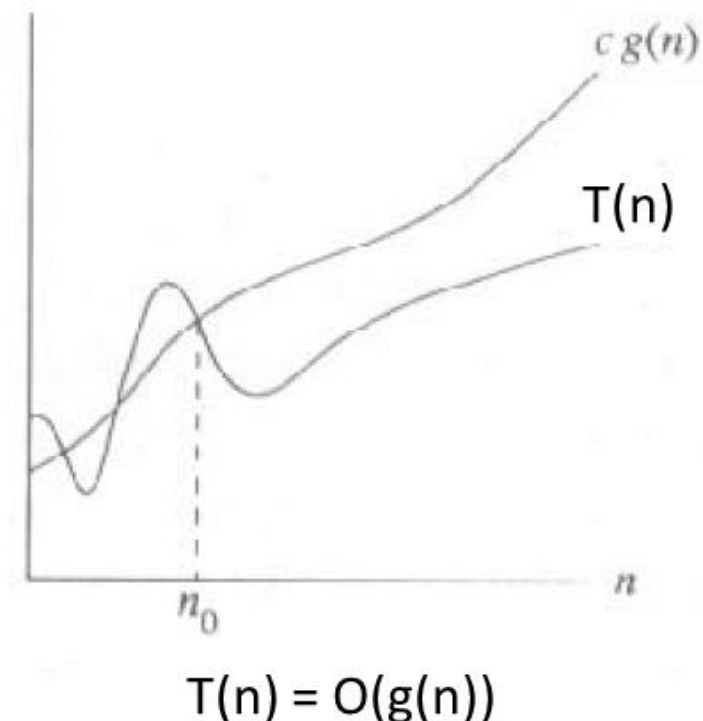
$$T(n) \leq c \cdot g(n)$$

Przykład: $2n^2 = O(n^3)$ ($c=1, n_0=2$)

$$2n^2 = O(n^2) \quad (c=3, n_0=1)$$

Którą zatem $g(n)$ wybrać? Jak wyliczyć c i n_0 ?

$O(1)$ – operacja jednostkowa (czas trwania nie zależy od n)



Notacja Θ (teta)

Mówimy, że $T(n) = \Theta(g(n))$ jeśli istnieją stałe dodatnie c_1 , c_2 i n_0 takie $n_0 \in \mathbb{N}$, iż dla każdego $n \geq n_0$ prawdziwa jest nierówność:

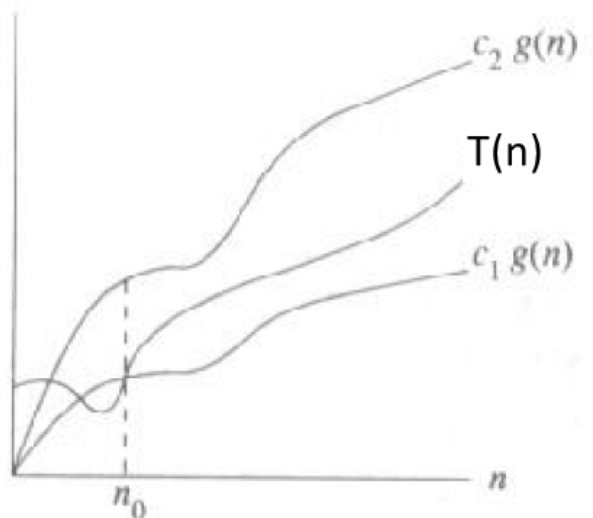
$$c_1 \cdot g(n) \leq T(n) \leq c_2 \cdot g(n)$$

$g(n)$ nazywa się asymptotycznie dokładnym oszacowaniem. Można zauważyć, że

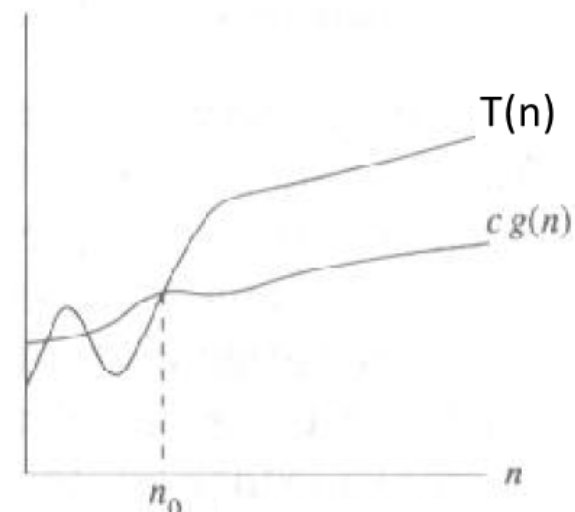
$$T(n) = \Theta(g(n)) \text{ implikuje } T(n) = O(g(n))$$

Notacja Ω (omega)

Mówimy, że $T(n) = \Omega(g(n))$ jeśli istnieją stałe dodatnie c i $n_0 \in \mathbb{N}$ takie, że dla każdego $n \geq n_0$ prawdziwa jest nierówność:



$$c_1 \cdot g(n) \leq T(n) \leq c_2 \cdot g(n)$$

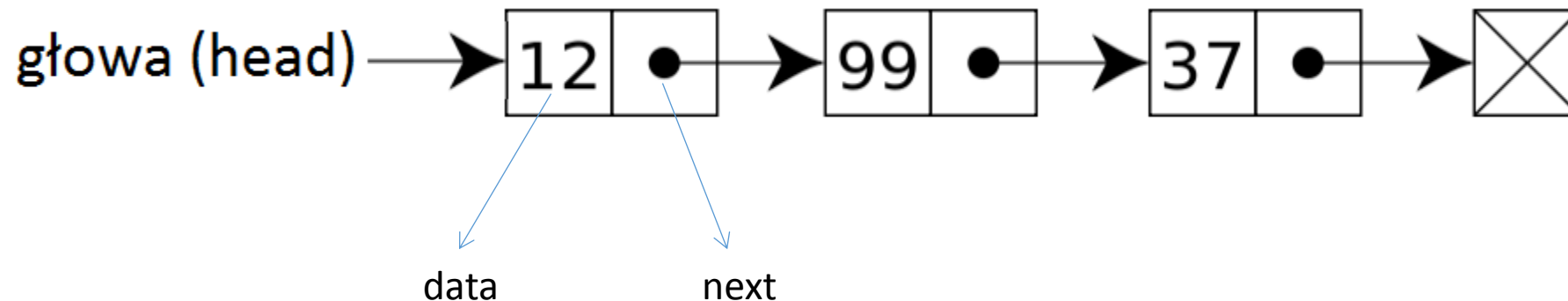


$$T(n) \geq c \cdot g(n)$$

LISTY

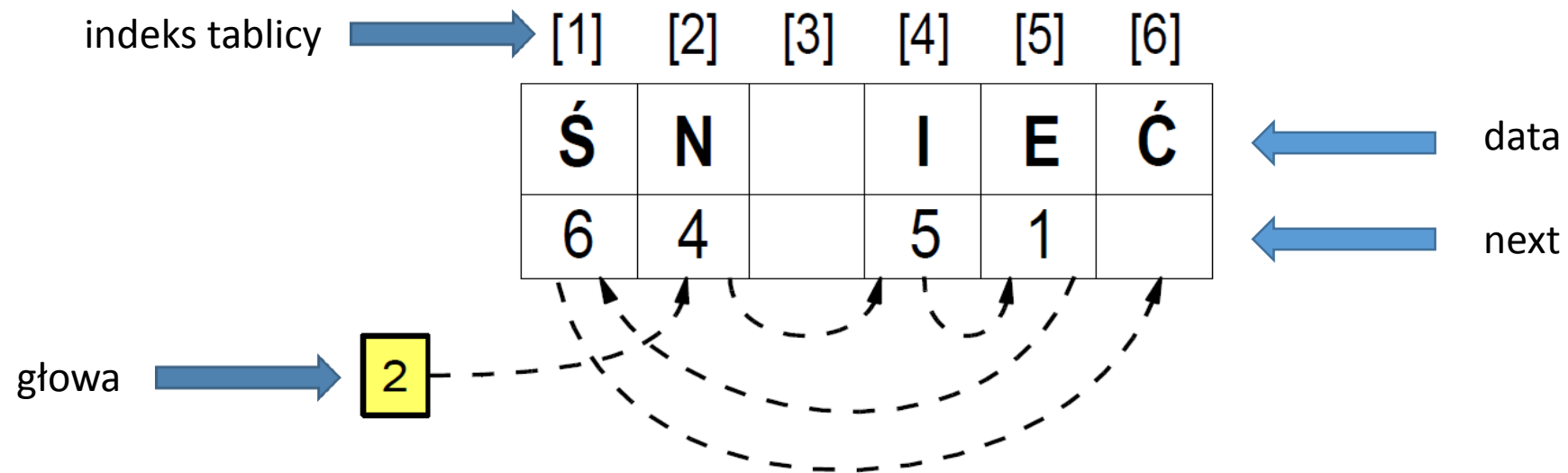
Lista - struktura wykorzystująca wskaźniki, gdzie każda komórka składa się z dwóch pól: pola danych mogącego być rozbudowana strukturą oraz wskaźnika na następny element. Ponadto lista musi mieć (co najmniej) jedna wyszczególniona komórkę zawierającą wyłącznie wskaźnik na pierwszy element, tzw. głowę. W przeciwieństwie do tablicy elementy listy nie muszą tworzyć zwartej pamięci.

Lista jednokierunkowa



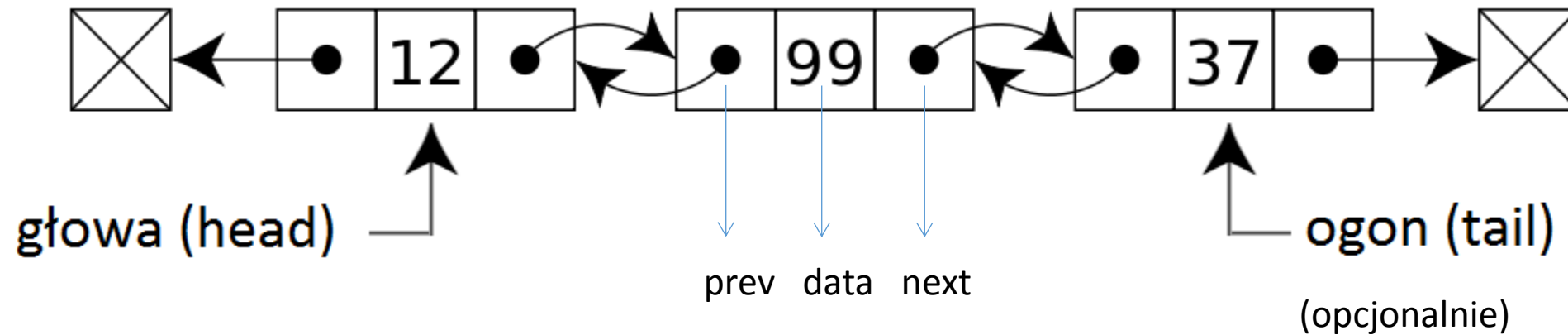
```
struct ElemList1
{
    int data; <- dowolny typ danych
    ElemList1 *next; <- wskaźnik na następny element
}
```

Implementacja lista jednokierunkowej jako tablicy



element pusty – np. w pole next wpisać 0

Lista dwukierunkowa



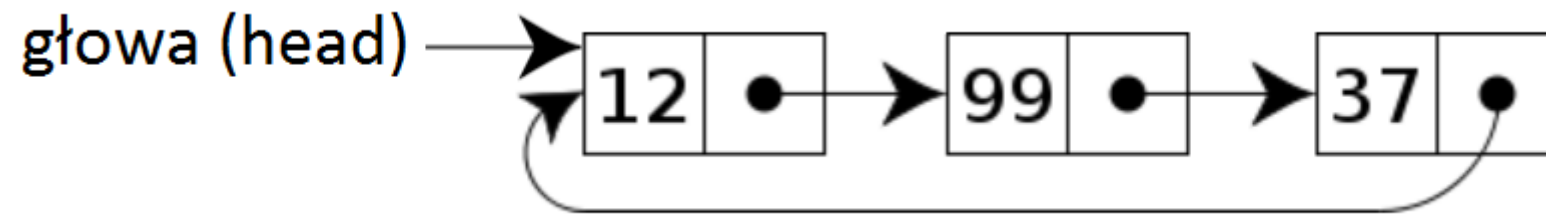
```

struct ElemList2
{
    int data; <- dowolny typ danych
    ElemList2 *next, *prev; <- wskaźnik na następny element i poprzedni element
}

```

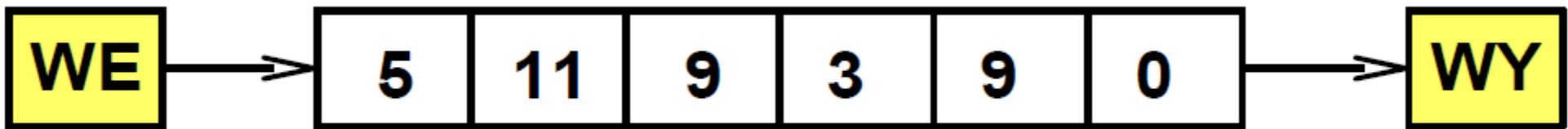
LISTY

Lista cykliczna (może być oparta na liście jedno lub dwukierunkowej)



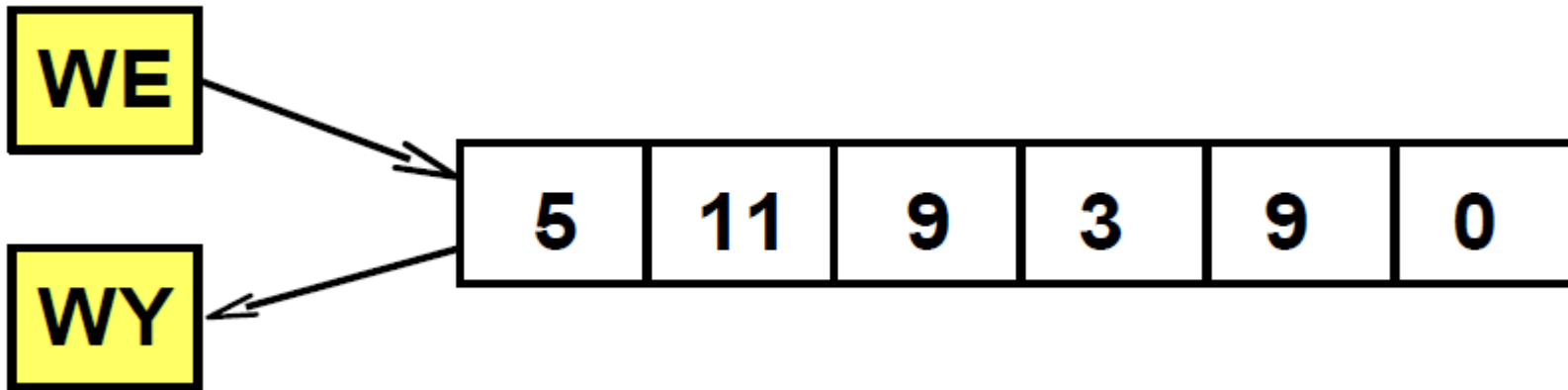
Kolejka (bufor)

Jest strukturą typu FIFO (ang. First In First Out), w której odczyt następuje tylko z pierwszej pozycji, a wstawienie nowego elementu może nastąpić tylko na koniec struktury (za ostatni element). Zatem dostęp (pobranie) oraz wstawienie nowego elementu zajmuje $O(1)$ czasu, natomiast wyszukanie i usunięcie konkretnego elementu $O(n)$.



Stos

Jest strukturą typu LIFO (ang. Last In First Out), czyli taką, w której dostęp (bezpośredni) jest tylko do pierwszego elementu, a dodanie nowego następuje przed pierwszym (na pierwszej pozycji). Zatem tak jak w przypadku kolejki złożoność operacji dostępu (pobrania) oraz dodania elementu wynosi $O(1)$, natomiast dla wyszukania i usunięcia konkretnego elementu to $O(n)$.



Operacje na liście:

- wyszukiwanie – $O(n)$
- dodawanie na początek – $O(1)$
- dodawanie na koniec – $O(n)$ lub $O(1)$ jeśli używamy ogona
- dodawanie w inne określone miejsce - $O(n)$
- usuwanie - analogicznie

Kontenery STL (wybrane):

queue: **template <class T, class Container = deque<T> > class queue;**

queue<int> intQueue – przykład definicji kolejki przechowującego l. całk.

push – wstawienie elementu do kolejki

pop – usunięcie najstarszego elementu z kolejki

front – zwraca referencje do najstarszego elementu w kolejce

back – zwraca referencje do najmłodszego elementu w kolejce

stack: **template <class T, class Container = deque<T> > class stack;**

stack<int> intStack – przykład definicji zmiennej typu stos przechowującego l. całk.

push – wstawienie elementu

pop – usunięcie elementu ze stosu

list: (implementacja listy dwukierunkowej)

list<int> intList – przykład definicji zmiennej typu lista przechowującej l. całk.

push_front (push_back) – wstawienie elementu na początek(koniec) listy

pop_front, pop_back) – usunięcie elementu z początku (końca) listy

Kontenery STL (wybrane):

deque: (double ended queue) – domyślny kontener dla stack i queue

push_front (push_back) – wstawienie elementu na początek(koniec) listy

pop_front (pop_back) – usunięcie elementu z początku (końca) listy

front (back) – referencja do pierwszego (ostatniego) elementu listy

[] – dostęp do elementu listy poprzez indeks

forward_list: lista jednokierunkowa (C11)

push_front (push_back) – wstawienie elementu na początek listy

pop_front (pop_back) – usunięcie elementu z końca listy

insert_after (erase_after) – wstawienie (usunięcie) elementu po podanym elemencie
(element podajemy jak wskaźnik – iterator)

Zadania:

- wyświetlanie listy
- dodawanie na początek
- usuwanie z początku

Zadanie domowe:

- dodawanie na koniec listy jednokierunkowej
- usuwanie ostatniego elementu listy jednokierunkowej