

Типовой расчет по Теории Вероятности

Зенкова Дарья, М3336

Вариант 2

1 Непосредственный подсчёт вероятностей в рамках классической схемы. Теоремы сложения и умножения.

Задача В коробке лежат карандаши: двенадцать красных и восемь зеленых. Наудачу извлекают три. Какова вероятность того, что среди извлечённых будет хотя бы один красный карандаш?

Решение

$$N_{\text{кр}} = 12$$

$$N_{\text{з}} = 8$$

$$\Omega = \{\text{Все возможные сочетания трех карандашей}\}$$

$$|\Omega| = C_{20}^3 = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{18 \cdot 19 \cdot 20}{6} = 3 \cdot 19 \cdot 20 = 1140$$

$$A = \{\text{Хотя бы один из трех карандашей - красный}\}$$

$$\overline{A} = \{\text{Среди трех карандашей нет ни одного красного}\}$$

$$|\overline{A}| = C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 56$$

$$p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 1 - \frac{|\overline{A}|}{|\Omega|} = 1 - \frac{56}{1140} = \frac{271}{285}$$

Ответ

$$\frac{271}{285}$$

2 Геометрические вероятности.

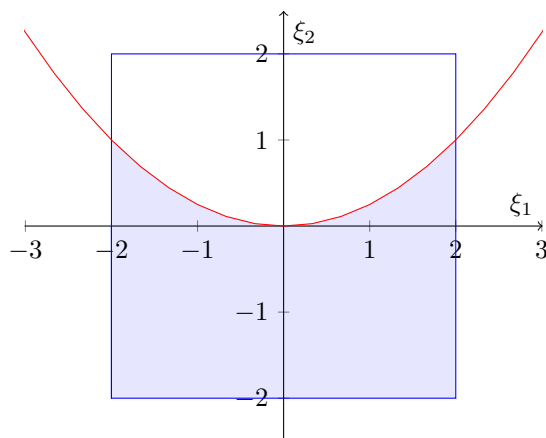
Задача Из промежутка $[-2, 2]$ наудачу выбраны два числа ξ_1 и ξ_2 . Найти вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + \xi_1 x + \xi_2 = 0$ будет иметь вещественные корни.

Решение

$$\Omega = \{-2 \leq \xi_1 \leq 2, -2 \leq \xi_2 \leq 2\}$$

Уравнение $x^2 + \xi_1 x + \xi_2 = 0$ имеет вещественные корни $\iff D = \xi_1^2 - 4\xi_2 \geq 0$.

Таким образом, $A = \{\xi_2 \leq \frac{\xi_1^2}{4}, -2 \leq \xi_1 \leq 2, -2 \leq \xi_2 \leq 2\}$.



$$\mu(\Omega) = (2 - (-2)) \cdot (2 - (-2)) = 16$$

$$\mu(A) = (2 - (-2)) \cdot 2 + \int_{-2}^2 \frac{\xi_1^2}{4} d\xi_1 = 8 + \frac{\xi_1^3}{12} \Big|_{-2}^2 = 8 + \frac{8}{12} - \left(-\frac{8}{12}\right) = \frac{28}{3}$$

$$p(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{28}{3 \cdot 16} = \frac{7}{12}$$

Ответ

$$\frac{7}{12}$$

3 Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Задача Два стрелка A и B поочередно стреляют в мишень до первого попадания, но не более двух раз каждый. Вероятность попадания при одном выстреле для A равна 0.8, для B – 0.6. Первый стрелок определяется по жребию. Для этого кидается игральный кубик. Если выпадает число, кратное трём, то начинает A , иначе первым стреляет B . В результате стрельбы выиграл стрелок B . Какова вероятность, что он стрелял первым?

Решение

4 Схема Бернулли.

Задача Производится четыре выстрела по мишени, вероятность попадания при каждом выстреле равна $\frac{2}{3}$. Найти вероятность того, что в мишень попадут не менее двух раз.

Решение