

## ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅՈՒՆ

ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ, ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ, ՄՇԱԿՈՒՅԹԻ ԵՎ ՍՊՈՐՏԻ  
ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ  
ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

ՏԵՂԵԿԱՏՎԱԿԱՆ ԵՎ ՀԱՂՈՐԴԱԿՑԱԿԱՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԻ Լ  
ԷԼԵԿՏՐՈՆԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ ԻՆՏԵԳՐԱԼ ՍԽԵՄԱՆԵՐԻ ԵՎ  
ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՄՇԱԿՄԱՆ ԾՐԱԳՐԱՅԻՆ ՄԻՋՈՑՆԵՐԻ ԱՄԲԻՈՆ



# SYNOPSYS®

## ԿՈՒՐՍԱՅԻՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ

Առաջադրանքը տրվեց՝ 09.02.2023  
Կուրսային աշխատանքի պաշտպանությունը՝ 02.06.2023

Խումբ՝	SS019-Ս
Առարկա՝	Դիսկրետ մաթեմատիկա
Թեմա՝	Միակցման կետերի որոնման ալգորիթմի մշակում և ծրագրային իրացում
Դասախոս՝	Սարգսյան Գարեգին
Ուսանող՝	Բաբայան Ալվարդ

## Բովանդակություն

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ .....	3
ԽՆԴՐԻ ԴՐՎԱԾՔ.....	4
ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄ.....	5
ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ.....	8
ՕԳՏԱԳՈՐԾԿԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ.....	9

## Ներածություն

Դիցուք  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$  ցանկացած ոչ դատարկ վերջավոր բազմություն է, և դիցուք  $V^{(2)}$ -ը  $V$  բազմության տարրերի բոլոր ոչ կարգավոր զույգերի բազմությունն է: Ենթադրենք, որ  $E \subseteq V^{(2)}$ :

*(V, E) կարգավոր զույգին կանվանենք գրաֆ, և այն կնշանակենք G-ով:*

$G = (V, E)$  գրաֆի  $V$  բազմության տարրերին կանվանենք գրաֆի *գագաթներ*, իսկ  $E$  բազմության տարրերին՝ *կողեր*:

Դիցուք  $G = (V, E)$  գրաֆ է,  $u, v \in V$  և  $e, e' \in E$ :

*u և v գագաթներին կանվանենք հարևան, եթե  $u, v \in E$ :*

*u գագաթին և e կողին կանվանենք կից, եթե  $u \in e$ :*

*e և e' տարրեր կողերը կանվանենք հարևան, եթե գոյություն ունի  $v \in V$  այնպես, որ v կից է e-ին և e'-ին:*

Եթե  $G = (V, E)$  գրաֆում  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  և  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ , ապա այդ գրաֆին համապատասխանեցնենք  $n \times n$  կարգի  $A(G) = (\alpha_{ij})_{n \times n}$  մատրիցը հետևյալ կերպ

*1, եթե  $v_i$  և  $v_j$  հարևան են,*

$\alpha_{ij} =$

*0, հակառակ դեպքում:*

$A(G)$  մատրիցը կանվանենք  $G$  գրաֆի *հարևանության մատրից*: Նկատենք, որ ցանկացած  $i$ -ի համար ( $1 \leq i \leq n$ )  $a_{ii} = 0$ , և ցանկացած  $i, j$ -ի համար ( $1 \leq i, j \leq n$ )  $a_{ij} = a_{ji}$ :  $v$  գագաթին կից կողերի բազմությունը՝  $j_G(\{v\})$ -ն, կնշանակենք  $j_G(v)$ -ով:

*G գրաֆը կոչվում է լրիվ, եթե նրանում ցանկացած երկու գագաթ*

*հարևան են:*

*H գրաֆը կոչվում է G գրաֆի ենթագրաֆ և կգրենք  $H \subseteq G$ , եթե  $V(H) \subseteq V(G)$  և  $E(H) \subseteq E(G)$ : Հակառակ դեպքում, կգրենք  $H \not\subseteq G$ :*

Դիցուք  $G = (V, E)$  գրաֆ է:  $c(G)$ -ով նշանակենք  $G$  գրաֆի կապակցված բաղադրիչների քանակը:

*G գրաֆի  $(u_0, u_k)$ - շրջանցումը կանվանենք  $u_0$ -ից  $u_k$  ճանապարհ կամ  $(u_0, u_k)$ - ճանապարհ, եթե  $u_0, u_0, \dots, u_0, u_0$ -ն  $G$  գրաֆի զույգ առ զույգ տարրեր կողեր են: Եթե  $P$ -ն  $G$  գրաֆի ճանապարհ է, ապա  $|P|$ -ով կնշանակենք այդ ճանապարհի երկարությունը, այսինքն՝ այդ ճանապարհի մեջ առկա կողերի քանակը:*

*G գրաֆը կանվանենք կապակցված, եթե նրա ցանկացած երկու u և v գագաթների համար G գրաֆում գոյություն ունի  $(u, v)$  - ճանապարհ:*

***G գրաֆի v գագաթը կոչվում է միակցման կետ, եթե  $c(G-v) > c(G)$ :***

## **Խնդրի դրվածքը**

Տրված  $G(V, E)$  վերջավոր գրաֆի միակցման կետերի որոնման ալգորիթմի մշակում և ծրագրային իրացում:

## Խնդրի լուծում

Դիցուք  $G = (V, E)$  գրաֆ է.

Գազաթը կոչվում է գրաֆի հողակապման կետ, եթե գազաթի և հարակից եզրերի հեռացումը անջատում է գրաֆը:

$G$  գրաֆում միակցման կետերը գտնելու համար կատարենք հետևյալ քայլերը՝

- Ներմուծել ֆայլի միջոցով գրաֆի գազաթների քանակը և գրաֆի գազաթների միջև կապերը:
- Գտնում է գրաֆի միակցման կետերը օգտագործելով ծառի ավտորիթմը:
  - Ստուգելով գրաֆի ծառը, նրա ճյուղերը, ծնողները և երեխաները:
  - Գտնում է գրաֆի միակցման կետերը օգտագործելով ծառը:
  - Նկարում է գրաֆը գունավորելով միակցման կետերը և գրաֆի մյուս գազաթներ համապատասխանաբար կանաչ և կարմիր:

### Ավտորիթմի հիմնական իմաստը հետևյալն է՝

Մեկ առ մեկ հեռացնել բոլոր գազաթները և տեսնել, թե արդյոք գազաթի հեռացումը առաջացնում է անջատված գրաֆիկ:

Օգտագործել եմ DFS (խորուրթյամբ փնտրում)

DFS-ում հետևում ենք գազաթներին ծառի տեսքով, որը կոչվում է DFS ծառ: DFS ծառի մեջ  $u$  գազաթը մեկ այլ  $v$  գազաթի մայրն է, եթե  $v$ -ն հայտնաբերվել է  $u$ -ի կողմից:

DFS ծառի մեջ  $u$  գազաթը հողակապման կետ է, եթե հետևյալ երկու պայմաններից մեկը ճիշտ է:

- $u$ -ը DFS ծառի արմատն է, և այն ունի առնվազն երկու երեխա:
- $u$ -ը DFS ծառի արմատը չէ և այն ունի  $v$  երեխա այնպես, որ  $v$ -ով արմատավորված ենթածառի ոչ մի գազաթ չունի  $u$ -ի DFS ծառի նախնիներից մեկի հետևի եզրը:

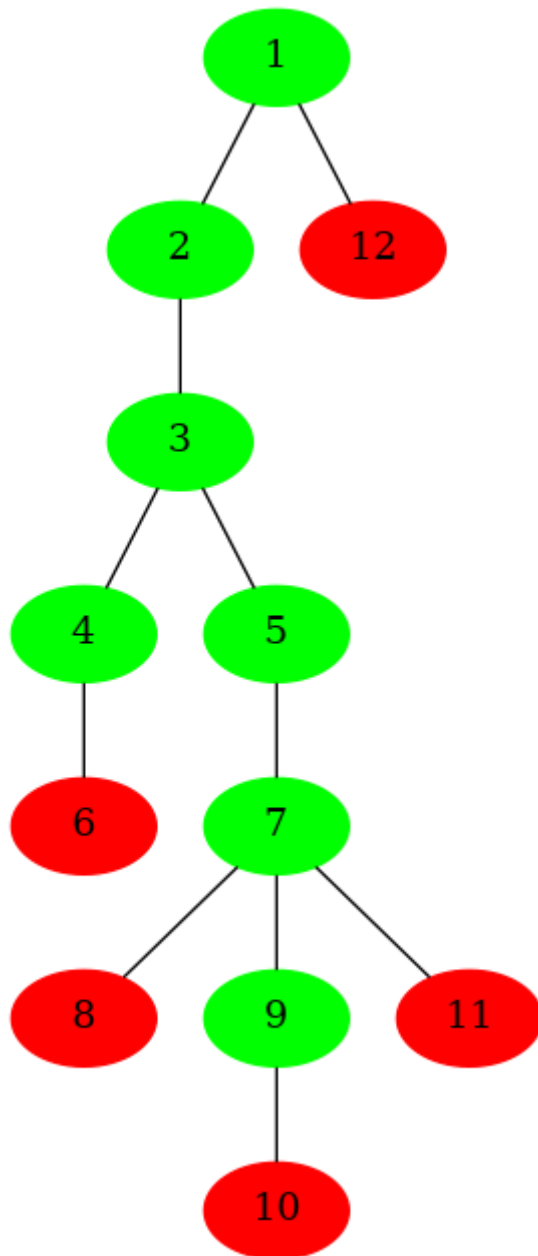
DFS ծառի տերևը երբեք չի կարող լինել միակցման կետ:

Ստուգելու համար, արդյոք  $u$ -ն DFS ծառի արմատն է և ունի առնվազն երկու երեխա: Յուրաքանչյուր գազաթի համար հաշվենք երեխաներին: Եթե ներկայումս այցելած  $u$  գազաթը արմատ է ( $\text{parent}[u]$ -ը NULL է) և ունի ավելի քան երկու երեխա, տպենք այն: Երկրորդ դեպքը

կարգավորելու համար, երբ  $u$ -ը DFS ծառի արմատը չէ, և այն ունի  $v$  երեխա, այնպես, որ  $v$ -ով արմատավորված ենթածառի ոչ մի գագաթ չունի ետևի եզր դեպի DFS ծառի նախնիներից որևէ մեկը, պահպանեք զանգվածում գագաթների հայտնաբերման ժամանակը պահելու համար: Յուրաքանչյուր  $u$  հանգույցի համար պարզենք ամենավաղ այցելած գագաթը (գագաթը նվազագույն հայտնաբերման ժամանակով), որին կարելի է հասնել  $u$ -ով արմատավորված ենթածառից: Այսպիսով, մենք պահպանում ենք լրացուցիչ զանգված  $low[]$  այնպես, որ.  $low[u] = \min(disc[u], disc[w])$ , Այստեղ  $w$ -ը  $u$ -ի նախահայրն է և կա հետևի եզր՝  $u$ -ի որոշ ժառանգներից մինչև  $w$ :

Խնդրի լուծման ծրագրային նկարագրությունը C++ ծրագրավորման լեզվով կարող եք տեսնել անցնելով հղումը՝ [https://github.com/babayanal/discrete\\_math](https://github.com/babayanal/discrete_math) :

## Խնդրի լուծում



ARTICULATION POINTS: 1 2 3 4 5 7 9

## Եզրակացություն

Օգտագործելով ծառի գաղափարը և DFS ալգորիթմը գտել եմ գրաֆի միակցման կետերը:

Ժամանակային բարդությունը DFS-ի համար  $O(V+E)$  է, որտեղ  $V$ -ն գրաֆի գագաթների թիվն է,  $E$ -ն՝ կողերի:



## **Օգտագործված գրականության ցանկ**

Պ.Ա. Պետրոսյան, Վ.Վ. Մկրտչյան, Ռ.Ռ. Քամայան - Գրաֆների  
տեսություն

Ռ.Ն. Տոնոյան - Դիսկրետ մաթեմատիկայի դասընթաց