

TP3 - Exposição de Tecidos

Identificação

Nome: Bárbara Martins Ribeiro Duarte

Matrícula: 2021074077

Introdução

O problema descrito nos diz que ao início de cada dia, um vendedor recebe uma remessa de rolos de tecido. O vendedor só pode manipular os rolos na ordem de chegada e, para posicionar cada rolo, o vendedor pode (a) colocá-lo na prateleira pelo lado direito, (b) colocá-lo na prateleira pelo lado esquerdo ou (c) não colocá-lo na prateleira. Além disso, o vendedor precisa que os rolos estejam em ordem decrescente de preço na prateleira. Também é importante saber que nunca são encomendados produtos de valores iguais.

O objetivo da solução é definir se, dado uma remessa de rolos, em que se conhece a ordem de chegada e o preço dos produtos, qual é a maior quantidade de rolos que se consegue expor seguindo as restrições dadas.

Modelagem

Para a nossa solução, trataremos do problema como um conjunto de LIS (Longest Increasing Subsequence) e LDS (Longest Decreasing Subsequence). Ou seja, dado um vetor de inteiros, buscamos o comprimento da subsequência mais longa, uma delas organizada de forma crescente e a outra de forma decrescente, que termina com determinado elemento do vetor de entrada. Assim, conseguiremos obter qual a maior sequência possível em que o nosso número escolhido está posicionado no meio, com a maior subsequência crescente colocada à direita e a maior subsequência decrescente colocada à esquerda.

Para isso, faremos um método que recebe o vetor de entrada e o inverte, para que as subsequências comecem com ele ao invés de terminar nele. Depois disso, criamos dois vetores auxiliares, um lis e um lds. Preenchemos ambos os vetores de forma a começar de um índice do vetor de entrada e continuar até o final do vetor, contando quantos valores são maiores que ele (no caso do lis) e menores que ele (no caso do lds). Ao final, ambos os vetores estarão preenchidos com o maior tamanho possível de uma subsequência crescente/decrescente a partir daquele determinado número. Sendo assim, a maior subsequência total do valor de índice i do vetor de entrada será o $lis[i] + lds[i] - 1$, sendo esse 1 o próprio número que colocamos no meio da sequência, já que ele se repete em ambos os vetores auxiliares.

Os algoritmos utilizados terão as seguintes equações de recorrência:

$$LIS(i) = 1, \text{ para } i = 0, \text{ ou}$$

$$LIS(i) = 1 + \max(LIS(j)), \text{ tal que } 0 \leq j < i, \text{ para } v[j] < v[i]$$

$$LDS(i) = 1, \text{ para } i = 0, \text{ ou}$$

$$LDS(i) = 1 + \max(LDS(j)), \text{ tal que } 0 \leq j < i, \text{ para } v[j] > v[i]$$

Utilizamos dois loops acoplados para gerar os vetores auxiliares, gerando complexidade total de $O(n^2)$ e, como esse é o único método utilizado, a complexidade total do algoritmo também é de $O(n^2)$.