Uma formalização da interpretação modal do sistema intuicionista

Elian Babireski

2024

Axioma	Sentença	Condição
K	$\Box(\varphi \to \psi) \to \Box\varphi \to \Box\psi$	Distributividade
T	$\Box\varphi \to \varphi$	Reflexividade
B	$\varphi \to \Box\Diamond\varphi$	Simetria
D	$\Box\varphi \to \Diamond\varphi$	Serialidade
4	$\Box\varphi \to \Box\Box\varphi$	Transitividade
5	$\Diamond\varphi \to \Box\Diamond\varphi$	Euclidianidade

Table 1: Sample Table

Definição 1 (Tradução)**.** *Uma sentença φ de um sistema $\mathcal{L}_A = \langle A, \vdash_A, \models_A \rangle$ pode ser traduzida a uma sentença $\varphi^{\mathcal{T}}$ em um sistema $\mathcal{L}_B = \langle B, \vdash_B, \models_B \rangle$ caso exista uma função $\bullet^{\mathcal{T}}\colon A \to B$ de forma que $\mathcal{L}_B \vdash \varphi \Leftrightarrow \mathcal{L}_B \vdash \varphi^{\mathcal{T}}$.*

$\square$

Definição 2 ($\bullet^\circ$)**.** *Define-se a tradução $\bullet^\circ$ indutivamente da seguinte maneira:*

$$\begin{aligned}
p^\circ &\coloneqq p \\
\bot^\circ &\coloneqq \bot \\
(\varphi \land \psi)^\circ &\coloneqq \varphi^\circ \land \psi^\circ \\
(\varphi \lor \psi)^\circ &\coloneqq \Box\varphi^\circ \lor \Box\psi^\circ \\
(\varphi \to \psi)^\circ &\coloneqq \Box\varphi^\circ \to \psi^\circ \\
(\exists x.\varphi)^\circ &\coloneqq \exists x. \Box\varphi^\circ \\
(\forall x.\varphi)^\circ &\coloneqq \forall x.\varphi^\circ
\end{aligned}$$

$\square$

Definição 3 ($\bullet^\Box$)**.** *Define-se a tradução $\bullet^\Box$ indutivamente da seguinte maneira:*

$$\begin{aligned}
p^\Box &\coloneqq \Box p \\
\bot^\Box &\coloneqq \bot \\
(\varphi \land \psi)^\Box &\coloneqq \varphi^\Box \land \psi^\Box \\
(\varphi \lor \psi)^\Box &\coloneqq \varphi^\Box \lor \psi^\Box \\
(\varphi \to \psi)^\Box &\coloneqq \Box(\varphi^\Box \to \psi^\Box) \\
(\exists x.\varphi)^\Box &\coloneqq \exists x.\varphi^\Box \\
(\forall x.\varphi)^\Box &\coloneqq \Box\forall x.\varphi^\Box
\end{aligned}$$

$\square$