

UFCD

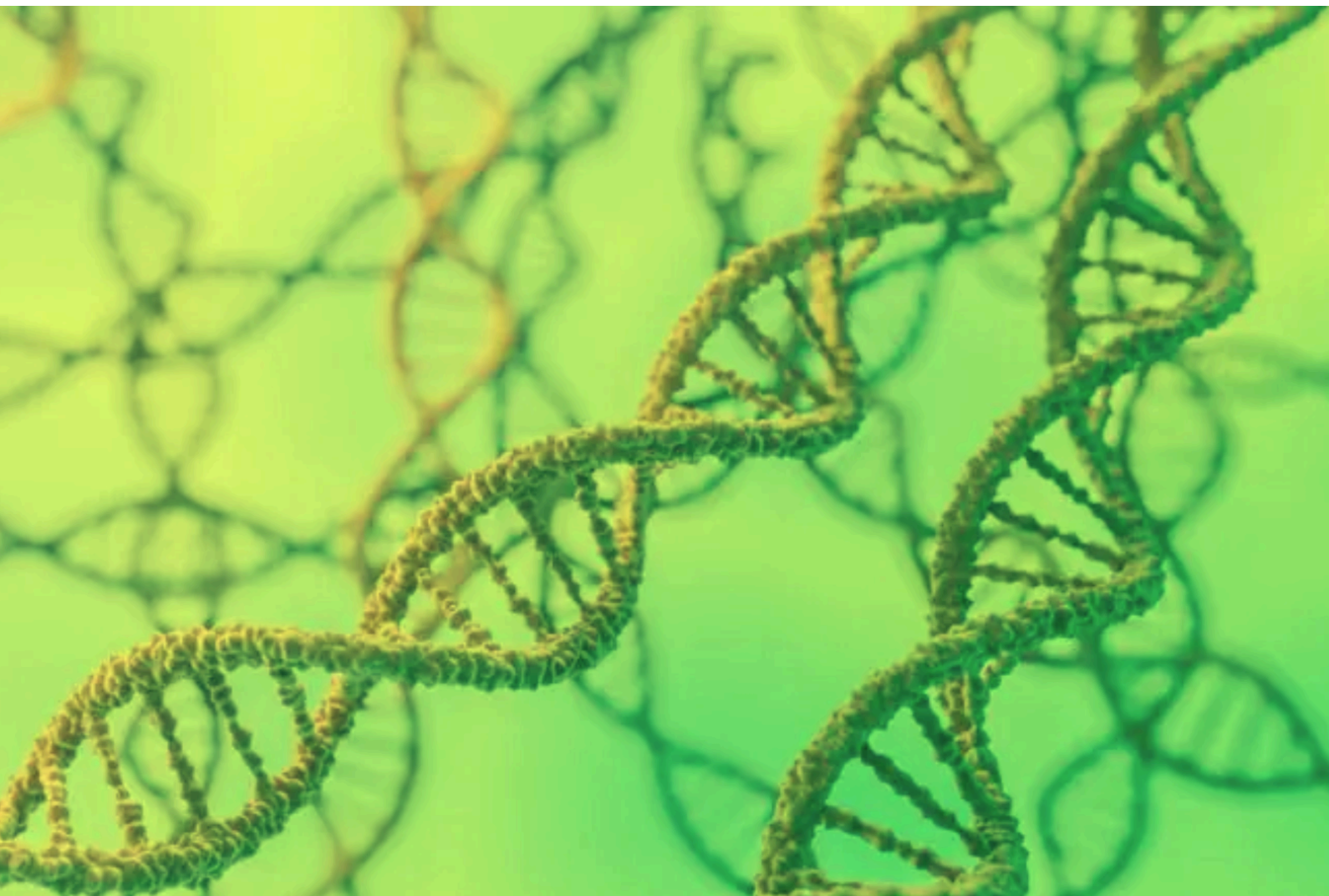
5064

Formador

Leandro Martins

Formandas

Ana Oliveira, Lenice Soares e Rebeca Santos



Curso

Tecnologias e Programação Sistemas de Informação

Data de Entrega

20/06/2025



Introdução

Neste trabalho, vamos resolver problemas sobre probabilidades usando dois conceitos importantes: o *Teorema de Bayes* e a *Probabilidade Total*. Estes conceitos nos ajudam a calcular chances quando temos várias situações possíveis.

Vamos estudar o caso: como as bactérias conseguem resistir a um vírus chamado bacteriófago. A resistência das bactérias depende dos genes que elas têm - especialmente os genes tipo W no seu 13º terno cromossômico.

O problema nos mostra que:

- Bactérias com mais genes W têm mais chance de sobreviver ao ataque do vírus;
- Bactérias com poucos ou nenhum gene W têm menos chance de sobreviver.

Usando as fórmulas da Probabilidade Total, vamos calcular qual é a chance de uma bactéria qualquer resistir ao vírus. Depois, usando o Teorema de Bayes, vamos descobrir como a população de bactérias mudaria depois que o vírus atacasse.

1. Análise do Problema

Esta terceira parte da recuperação é o seguimento direto da segunda parte da recuperação e está associada às bactérias definidas nessa parte.

Consideremos agora que existe um bacteriófago que ataca a espécie de bactéria apresentada na parte 2.

Sabemos que a resistência ao bacteriófago está associada à existência de genes do tipo W no seu 13º terno cromossômico.

A possibilidade de resistência da bactéria ao bacteriófago está retratada da seguinte forma, se for do subtipo W puro a bactéria tem 95%, se contiver dois genes W no 13º terno a sua possibilidade desce para 55%, mas se apenas contiver apenas um gene W no 13º terno sua possibilidade desce para 30% e se não contiver gene W no 13º terno apenas tem 7% de possibilidade de resistir ao bacteriófago.

Suponha os valores de distribuição dos diferentes subtipos com base nos valores após a primeira geração de reprodução cruzada, supondo uma equi-distribuição ao longo dos 13º ternos, para valores de probabilidade de encontrar cada uma das subespécies da bactéria.

Temos também um quadro resumo que relaciona o número de genes W no 13º terno, a possibilidade de resistência e os subtipos associados:

Número de genes W no 13º terno	Possibilidade de resistência	Subtipos associados
0	7%	RRR, RRK, KKK, KKR
1	30%	RRW, KKW, RKW
2	55%	RWW, KWW
3	95%	WWW

2. Resolução das questões

Questão 1: Calcule a Probabilidade de uma dada bactéria resistir ao bacteriófago.

Para resolver esta questão, utilizamos o Teorema da Probabilidade Total, considerando a distribuição dos diferentes subtipos de bactérias e suas respectivas probabilidades de resistência.

A gente definiu: - A: Bactéria resiste ao bacteriófago - B_0 : Bactéria tem 0 genes W no 13º turno - B_1 : Bactéria tem 1 gene W no 13º turno - B_2 : Bactéria tem 2 genes W no 13º turno - B_3 : Bactéria tem 3 genes W no 13º turno.

Probabilidades condicionais, dadas no enunciado: - $P(A|B_0) = 0,07$ (7% de resistência com 0 genes W) - $P(A|B_1) = 0,30$ (30% de resistência com 1 gene W) - $P(A|B_2) = 0,55$ (55% de resistência com 2 genes W) - $P(A|B_3) = 0,95$ (95% de resistência com 3 genes W).

Distribuição dos subtipos, baseada na equi-distribuição mencionada no enunciado: - $P(B_0) = 8/27 \approx 0,296$ (8 ternos com 0 genes W) - $P(B_1) = 12/27 \approx 0,444$ (12 ternos com 1 gene W) - $P(B_2) = 6/27 \approx 0,222$ (6 ternos com 2 genes W) - $P(B_3) = 1/27 \approx 0,037$ (1 terno com 3 genes W).

Aplicando o Teorema da Probabilidade Total: $P(A) = P(A|B_0) \times P(B_0) + P(A|B_1) \times P(B_1) + P(A|B_2) \times P(B_2) + P(A|B_3) \times P(B_3)$
 $P(A) = 0,07 \times 0,296 + 0,30 \times 0,444 + 0,55 \times 0,222 + 0,95 \times 0,037$
 $P(A) = 0,02072 + 0,1332 + 0,1221 + 0,03515$
 $P(A) = 0,31107$

Portanto, a probabilidade de uma bactéria resistir ao bacteriófago é aproximadamente **31,12%**.

Questão 2: Qual seria a distribuição prevista por subtipo da bactéria se o bacteriófago conseguisse afetar toda a colônia de bactérias?

Para resolver esta questão, usamos o Teorema de Bayes, que calcula a probabilidade condicional inversa: $P(B_i|A) = [P(A|B_i) \times P(B_i)] / P(A)$

Utilizando o valor de $P(A) = 0,31117$ calculado na Questão 1:

Subtipo	Cálculo	Resultado
0 genes W	$(0,07 \times 0,296) / 0,31117$	0,0666 (6,66%)
1 gene W	$(0,30 \times 0,444) / 0,31117$	0,4281 (42,81%)
2 genes W	$(0,55 \times 0,222) / 0,31117$	0,3924 (39,24%)
3 genes W	$(0,95 \times 0,037) / 0,31117$	0,1129 (11,29%)

Portanto, após a ação do bacteriófago, a distribuição das bactérias sobreviventes seria: - 6,66% com 0 genes W - 42,81% com 1 gene W - 39,24% com 2 genes W - 11,29% com 3 genes W.

Esta mudança na distribuição demonstra claramente o efeito da seleção natural, onde os organismos com características mais favoráveis (neste caso, maior resistência ao bacteriófago) têm maior probabilidade de sobreviver e, conseqüentemente, aumentam a sua proporção na população.



Desenvolvimento site

Para complementar a resolução matemática, desenvolvemos um site interativo que permite visualizar e explorar os conceitos e resultados de forma dinâmica. A seguir, apresentamos uma explicação sobre o desenvolvimento e as funcionalidades do site.

Visão Geral do Site

O site foi criado para apresentar as resoluções das fichas de recuperação de forma clara, organizada e interativa. Ele possui uma estrutura de navegação intuitiva, com páginas dedicadas a cada ficha, além de seções para teoria, equipa e relatório.

A página inicial apresenta uma visão geral do projeto, destacando as principais características das fichas de recuperação e fornecendo acesso rápido às resoluções. O design é moderno e responsivo, adaptando-se a diferentes tamanhos de tela, o que facilita a visualização tanto em computadores quanto em dispositivos móveis.

Recursos Interativos

Um dos principais diferenciais do site é a inclusão de recursos interativos que permitem uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos. Na página da Ficha 2, por exemplo, implementamos:

- **Gráficos dinâmicos:** Utilizamos a biblioteca Chart.js para criar visualizações gráficas que mostram a distribuição dos subtipos de bactérias e a contribuição de cada subtipo para a probabilidade total de resistência.
- **Calculadora interativa:** Desenvolvemos uma calculadora que permite ajustar os valores de distribuição dos subtipos e ver como isso afeta a probabilidade total de resistência. Esta ferramenta é especialmente útil para explorar diferentes cenários e entender melhor o impacto de cada variável.
- **Fórmulas matemáticas renderizadas:** Utilizamos a biblioteca MathJax para exibir fórmulas matemáticas de forma clara e profissional, facilitando a compreensão das equações utilizadas nas resoluções.

Página de Teoria

Criamos uma página dedicada aos conceitos teóricos utilizados nas resoluções, como Teoria de Conjuntos, Probabilidades, Teorema da Probabilidade Total e Teorema de Bayes. Esta página serve como um recurso de referência, explicando os fundamentos matemáticos de forma acessível e incluindo exemplos visuais para facilitar a compreensão.

Página da Equipa

A página da equipa apresenta as formandas responsáveis pelo desenvolvimento do projeto e das fichas, destacando suas áreas de especialização e contribuições. Esta secção também inclui informações sobre a metodologia utilizada, desde a análise inicial dos problemas até a validação final das soluções.

Tecnologias Utilizadas

Para o desenvolvimento do site, utilizamos diferentes tecnologias:

- **HTML5:** Para a estrutura básica das páginas
- **Bootstrap:** Para o design responsivo e componentes visuais
- **JavaScript:** Para a interatividade e funcionalidades dinâmicas
- **Chart.js:** Para a criação de gráficos interativos
- **MathJax:** Para a renderização de fórmulas matemáticas

O JavaScript foi fundamental para implementar as funcionalidades interativas, como a calculadora de probabilidades e os gráficos dinâmicos. Criamos funções para manipular os dados, atualizar as visualizações em tempo real e garantir uma experiência fluida para o utilizador.



Conclusão

Utilizando o Teorema da Probabilidade Total e o Teorema de Bayes, conseguimos determinar:

- A probabilidade de uma dada bactéria resistir ao bacteriófago é de aproximadamente **31,12%**.
- Após a ação do bacteriófago, a distribuição das bactérias sobreviventes seria:
 - **6,66%** com 0 genes W
 - **42,81%** com 1 gene W
 - **39,24%** com 2 genes W
 - **11,29%** com 3 genes W

Esta mudança na distribuição demonstra o efeito da seleção natural, onde os organismos com características mais favoráveis (neste caso, maior resistência ao bacteriófago) têm maior probabilidade de sobreviver e, conseqüentemente, aumentam a sua proporção na população.

O site desenvolvido complementa a resolução matemática, oferecendo uma forma interativa e visual de explorar os conceitos e resultados. Através de gráficos, calculadoras e explicações claras, conseguimos tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e envolventes.

Este projeto demonstra como a tecnologia pode ser utilizada para enriquecer o ensino da matemática, tornando conceitos abstratos mais concretos e facilitando a compreensão de problemas complexos.