

19. Распределение системы дискретных случайных величин (X, Y) задано таблицей

Y\X	-1	0	2
-2	0,1	0,2	0
-1	0,1	0,1	0,1
0	0,05	0,15	0,1
1	0,05	0,05	0

Найти условное математическое ожидание $E(X|Y)$ и $E(Y|X)$, найти математическое ожидание этих случайных величин, проверить формулу полного математического ожидания. Построить линейную регрессию X на Y и Y на X и вычислить значения этих функций в точках x_i и y_j .

Y\X	-1	0	2	
-2	0.1	0.2	0	0.3
-1	0.1	0.1	0.1	0.3
0	0.05	0.15	0.1	0.3
1	0.05	0.05	0	0.1
	0.3	0.5	0.2	

1) $E(x)$:

x_i	-1	0	2
p_i	0.3	0.5	0.2

$$E(x) = -0.3 + 0.4 = 0.1$$

2) $E(y)$:

y_i	-2	-1	0	1
p_i	0.3	0.3	0.3	0.1

$$E(y) = -0.6 - 0.3 + 0.1 = -0.8$$

3) $P(y)$:

Y	-2	-1	0	1
$P(y)x = -1$	2/6	2/6	1/6	1/6
$P(y)x = 0$	4/10	2/10	3/10	1/10
$P(y)x = 2$	0	1/2	1/2	0

4) Пусть $m_{y|x}(x)$ – регрессия X на Y

$$m_{y|x}(-1) = -\frac{4}{6} - \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{5}{6}$$

$$m_{y|x}(0) = -\frac{8}{10} - \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = -\frac{9}{10}$$

$$m_{y|x}(-2) = -\frac{1}{2} = 0$$

$E(y x)$	-5/6	-9/10	-1/2
p_i	0.3	0.5	0.2

$$E(E(y|x)) = -0.8 = EY$$

Значит формула верная.

5) $P(x)$:

X	-1	0	2
$P(x)y = -2$	$1/3$	$2/3$	0
$P(x)y = -1$	$1/3$	$1/3$	$1/3$
$P(x)y = 0$	$1/6$	$1/2$	$1/3$
$P(x)y = 1$	$1/2$	$1/2$	0

$$m_{x|y}(-2) = -\frac{1}{3}$$

$$m_{x|y}(-1) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$m_{x|y}(0) = -\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$m_{x|y}(1) = -\frac{1}{2}$$

$E(x y)$	-1/3	1/3	1/2	-1/2
p_i	0.3	0.3	0.3	0.1

$$EX = (E(y|x)) = 0.1$$

Значит формула верная.

6) Линейная регрессия: $y = g(x) = ax + b$

$$EX^2 = 1.1$$

$$DX = EX^2 - (EX)^2 = 1.09$$

$$EY^2 = 1.6$$

$$DY = EY^2 - (EY)^2 = 0.96$$

$$E(X, Y) = 0.05$$

$$k(X, Y) = E(X, Y) - E(X) * E(Y) = 0.05 + 0.08 = 0.13$$

$$a = \frac{k(X, Y)}{DX} = \frac{0.13}{1.09} = 0.1193$$