**A\_1**

+) Chu trình euler: đầu tiên ta đi chứng minh định lý sau: một độ thị có chu trình euler thì bậc của tất cả các đỉnh đều là bậc chẵn!

Thật vật, giả sử có một đỉnh bậc chẵn trong đồ thị có chu trình euler, thì mỗi một cạnh đi đến đỉnh đó phải có một cạnh ra khỏi đỉnh đó để đảm bảo điều kiện mỗi cạnh chỉ được đi đến 1 lần, khi chạy qua đỉnh lẻ cuối cùng của đỉnh đó thì sẽ không đi đâu được nữa. vậy một đồ thị có chu trình euler thì tất cả các đỉnh.

Xét 4 đồ thị đã cho:

-) đồ thị 1:

Đỉnh 0: 3

Đỉnh 1: 3

Đỉnh 2: 3

Đỉnh 3: 3

Đỉnh 4: 3

Đỉnh 5: 3

Đỉnh 6: 3

Đỉnh 7: 3

Đỉnh 8: 2

Đỉnh 9: 3

Có 9 đỉnh có bậc lẻ => không có chu trình euler.

-) đồ thị 2:

Đỉnh 0: 3

Đỉnh 1: 2

Đỉnh 2: 2

Đỉnh 3: 4

Đỉnh 4: 2

Đỉnh 5: 4

Đỉnh 6: 4

Đỉnh 7: 2

Đỉnh 8: 4

Đỉnh 9: 2

Có 1 đỉnh có bậc lẻ => không có chu trình euler

-) đồ thị 3: 0-1 1-2 1-3 0-3 0-4 2-5 2-9 3-6 4-7 4-8 5-8 5-9 6-7 6-9 7-8

Đỉnh 0: 3

Đỉnh 1: 3

Đỉnh 2: 3

Đỉnh 3: 3

Đỉnh 4: 3

Đỉnh 5: 3

Đỉnh 6: 3

Đỉnh 7: 3

Đỉnh 8: 3

Đỉnh 9: 3

Có 9 đỉnh bậc lẻ => không có chu trình eluler

-) đồ thị 4: 4-1 7-9 6-2 7-3 5-0 0-2 0-8 1-6 3-9 6-3 2-8 1-5 9-8 4-5 4-7

Đỉnh 0: 3

Đỉnh 1: 3

Đỉnh 2: 3

Đỉnh 3: 3

Đỉnh 4: 3

Đỉnh 5: 3

Đỉnh 6: 3

Đỉnh 7: 3

Đỉnh 8: 3

Đỉnh 9: 3

Có 9 đỉnh bậc lẻ => không có chu trình euler

Vậy:

Đồ thị 1 có chu trình hamilton: 0 2 5 9 6 7 8 4 1 3 0;

Đồ thị 2 có chu trình hamilton: 0 1 3 4 8 7 6 9 5 2 0;

Đồ thị 3 có chu trình hamilton: 0 1 2 9 5 8 4 7 6 3 0;

Đồ thị 4 không có chu trình haminlton.

**A.2**

Do có V đỉnh nên ta có số cạnh không song song nối được giữa tất cả các định của đồ thị là: cạnh. Mà đồ thị đã cho có E cạnh nên ta có số đồ thị thoả mãn yêu cầu đề bài là: ( đồ thị).

**A-4**

Chứng minh một đồ thị là bipartile nếu và chỉ nếu nó không có chu trình lẻ.

+ Giả sử đồ thị G có chu trình lẻ. Ta tô màu cho đỉnh bắt đầu là đỏ; các đỉnh kề với nó là xanh;

các đỉnh kề với các đỉnh xanh là đỏ; các đỉnh kề với các đỉnh đỏ là xanh; và cứ tiếp tục như vậy.

Nếu chu trình là lẻ thì đỉnh kết thúc của chu trình là đỉnh bắt đầu phải có màu xanh, nhưng đỉnh

kết thúc của chu trình lại có màu đỏ. Vậy G không phải là đồ thị bipartile.

+ Giả sử G không chứa chu trình lẻ. Ta tô màu cho đỉnh bắt đầu là đỏ; các đỉnh kề với nó là xanh;

các đỉnh kề với các đỉnh xanh là đỏ; các đỉnh kề với các đỉnh đỏ là xanh; và cứ tiếp tục như vậy.

Nếu G không chứa chu trình lẻ thì đỉnh kết thúc của chu trình có màu khác với đỉnh bắt đầu. Vậy G

là đồ thị bipartile.

A – 5

Giả sử ta có một đồ thị G không có điểm articulation nào. Thì với hai đỉnh s và t bất kỳ thuộc đồ thị G thì do đồ thị liên thông nên tồn tại đường đi từ s tới t. Trên đường đi đó nếu ta xoá một đỉnh bất kỳ thì đồ thị vẫn còn tính liên thông ( do ko có điểm articulation nào). Từ đó suy ra luôn tồn tại một đường đi khác từ s tới t mà không cắt đường đi trên => G là độ thị Biconnected (ĐPCM).