Friedrich-Schiller-Universität Jena

Fakultät für Mathematik und Informatik
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Digitale Bildverarbeitung
Prof. Dr.-Ing. Joachim Denzler
http://www.inf-cv.uni-jena.de

Dipl.-Inf. Sven Sickert
Dr. Erik Rodner

Übung zur Vorlesung

Rechnersehen 2

SS 2015

Übungsblatt 3: Kamerakalibrierung++

Ausgabe: 20.05.2015 Abgabe: 03.06.2015

Aufgabe 1 Mono: Punkte projizieren (3 Punkte)

Wenn die Kameraparameter gegeben sind, lassen sich mit Gleichungen (1)-(4) des vorherigen Übungsblattes beliebige Punkte aus dem 3-D Raum in 2-D Bildkoordinaten überführen. Schreiben Sie ein Programm, das einige der Eckpunkte im Schachbrettmuster zurückprojiziert und im Ursprungsbild markiert. Es ist höchstwahrscheinlich eine gewisse Abweichung zu den Originalpunkten zu beobachten. Wie lässt sich diese Abweichung erklären?

Aufgabe 2 Stereo: Bestimmen der Fundamentalmatrix (7 Punkte)

Die Epipolargeometrie beschreibt die Geometrie zwischen zwei Aufnahmen der selben Szene. Das wichtigste Element hierbei, die Fundamentalmatrix, kann mit dem 8-Punkte-Algorithmus allein aus Punktkorrespondenzen berechnet werden ohne Vorwissen über die Szene oder die Kamera [1]. Mit der Fundamentalmatrix F lassen sich z.B. zu Punkten im einen Bild die Epipolarlinien im anderen Bild finden, also zu jedem Punkt im einen Bild eine Linie im zweiten Bild, auf der der korrespondierende Punkt liegt.

Die Fundamentalmatrix F erfüllt für solche korrespondierenden Punktepaare $\boldsymbol{x}$ und $\boldsymbol{x}'$ die Bedingung:

$$\boldsymbol{x}'^T F \boldsymbol{x} = 0 \tag{1}$$

wobei die Punkte jeweils als homogene 3-Vektoren gegeben sind und F somit eine 3×3 Matrix ist. Die Fundamentalmatrix ist wie üblich nur bis auf Skalierung bestimmt, da sie auf homogenen Koordinaten definiert ist. Somit bleiben 8 Freiheitsgrade für die 9 Einträge von F. Da weiter bekannt ist, dass die F-Matrix Rang 2 hat, also Determinante 0, ergibt sich eine weitere kubische Gleichung, und es genügen eigentlich 7 Punkte zu ihrer Berechnung. Um mit Methoden der linearen Algebra arbeiten zu können, betrachten wir jedoch das bekanntere 8-Punkte-Verfahren und schränken den Rang nachher explizit ein.

Für jedes korrespondierende Punktepaar ergibt sich eine Gleichung wie:

$$x'_1x_1F_{11} + x'_1x_2F_{12} + x'_1x_3F_{13} + x'_2x_1F_{21} + x'_2x_2F_{22} + x'_2x_3F_{23} + x'_3x_1F_{31} + x'_3x_2F_{32} + x'_3x_3F_{33} = 0$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich bei mindestens 8 gegebenen Punktkorrespondenzen z.B. durch eine Singulärwertzerlegung nach den Einträgen von F auflösen.

Das so bestimmte F hat durch verrauschte Punktkorrespondenzen üblicherweise Rang 3. Um die Rang-2 Anforderung an die Fundamentalmatrix zu erfüllen, kann erneut eine Singulärwertzerlegung verwendet werden. Das gefundene F wird zerlegt, der kleinste Singulärwert auf 0 gesetzt, und die einzelnen Matrizen anschließend zum endgültigen $\hat{F}$ zusammenmultipliziert.

Gegeben sei nun eine Menge korrespondierender Punktepaare. Bestimmen Sie mit diesen Punkten die Fundamentalmatrix F. Verwenden sie unbedingt eine Koordinatennormierung z.B. auf X- und Y-Koordinaten zwischen -1 und +1 anstatt zwischen 0 und 640 bzw. 480!

Aufgabe 3 Stereo: RANdom SAmpling Consensus (5 Punkte)

Da die Eingabedaten verrauscht sind und auch Ausreisser mit komplett falschen Punktkorrespondenzen enthalten können, ist ein robustes Schätzverfahren für F zu empfehlen. Eine sehr einfache Möglichkeit ist z.B. der RANSAC-Algorithmus. Dabei wird die F-Matrix nicht mittels aller Punkte gleichzeitig berechnet, sondern mit einer minimalen Menge von idealerweise 7, oder in unserem Fall 8 Punkten. Diese minimalen Punktemengen werden zufällig aus der Menge aller Punktkorrespondenzen ausgewählt und es wird die F-Matrix ausgesucht, die für die meisten bekannten Punktkorrespondenzen „gut passt“.

Es existieren dabei verschiedene Qualitätskriterien, z.B. der symmetrische Epipolarlinien-Abstand:

$$\epsilon = d(\boldsymbol{x}'_i, F\boldsymbol{x}_i)^2 + d(\boldsymbol{x}_i, F^T\boldsymbol{x}'_i)^2$$

Dabei wird jeweils der Abstand der Punkte von der zugehörigen Epipolarlinie berechnet und aufsummiert. Ist dieser Abstand klein (z.B. 2 Pixel), unterstützt die Punktkorrespondenz die untersuchte F-Matrix. Um den Abstand eines Punktes $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, p_3)^T$ zu einer (Epipolar-)Linie $\boldsymbol{l} = (l_1, l_2, l_3)^T$ zu berechnen, müssen zunächst beide normiert werden, anschließend das Skalarprodukt gebildet werden:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{l} =& F\boldsymbol{x} \\
\tilde{\boldsymbol{l}} =& \frac{1}{\sqrt{l_1^2 + l_2^2}}\boldsymbol{l} \\
\tilde{\boldsymbol{p}} =& \frac{1}{p_3}\boldsymbol{p} \\
d(\boldsymbol{p}_N, \tilde{\boldsymbol{l}}) =& \tilde{\boldsymbol{p}}^T\,\tilde{\boldsymbol{l}}
\end{aligned}$$

Ziehen Sie nun aus der Menge aller gegebenen Punktkorrespondenzen N Mengen von jeweils 8 Punkten. Bestimmen Sie mit diesen Punkten die Epipolargeometrie und die Anzahl an Punkten aus der Gesamtmenge, die nach obigem Kriterium das berechnete F unterstützen. Suchen Sie auf diese Weise die Fundamentalmatrix F^*, mit der größten Anzahl an unterstützenden Punkten.

Bitte beachten Sie, dass die Berechnung der Fundamentalmatrix auch mit RANSAC immer noch sehr instabil ist.

Aufgabe 4 Stereo: Epipolarlinien (5 Punkte)

Die Epipolarlinien, die mit der Fundamentalmatrix F bestimmt werden können, geben an, auf welcher Linie ein Punkt des ersten Bildes im zweiten Bild zu suchen ist. Die Epipolarlinien schneiden sich alle in einem Punkt, dem sog. Epipol.

Epipolarlinien $\boldsymbol{l}$ zu Punkten $\boldsymbol{x}$ können bei gegebener Matrix F bestimmt werden durch:

$$\boldsymbol{l} = F\boldsymbol{x} \tag{2}$$

Der homogene Vektor $\boldsymbol{l}$ repräsentiert die Linie dabei durch die Gleichung

$$l_1 x + l_2 y + l_3 = 0 \tag{3}$$

Schreiben Sie ein Programm, das zwei Bilder lädt, sowie eine Fundamentalmatrix F gegeben hat. Der Benutzer soll nun Punkte im einen Bild auswählen können. Dabei sollen jeweils die entsprechenden Epipolarlinien bestimmt und im zweiten Bild angezeigt werden.

Viel Spaß und Erfolg!

Literatur

[1] Richard I. Hartley. In defense of the eight-point algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6):580–593, June 1997.

Pfade:

Eingabebilder Kalibrierung	/home/sickert/uebung-rechnersehen2/03-calib/input0/
	/home/sickert/uebung-rechnersehen2/03-calib/input1/
Eingabebilder Epipolargeometrie und Punkte:	/home/sickert/uebung-rechnersehen2/03-epipolar/input/