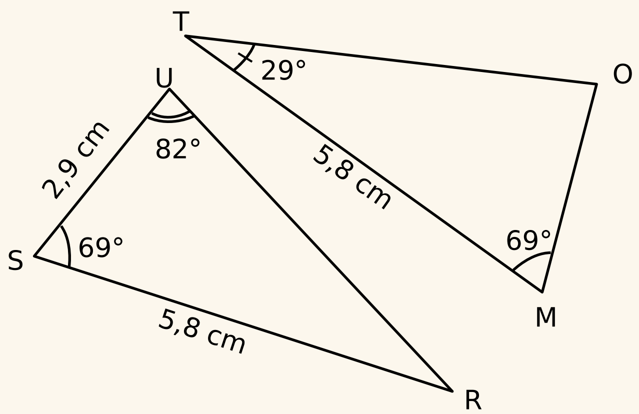
Série 3 Triangles égaux

Exercice corrigé

On considère les deux triangles SUR et MOT ci - dessous.



a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{SRU}$?

b. Démontre que les triangles SUR et MOT sont égaux.

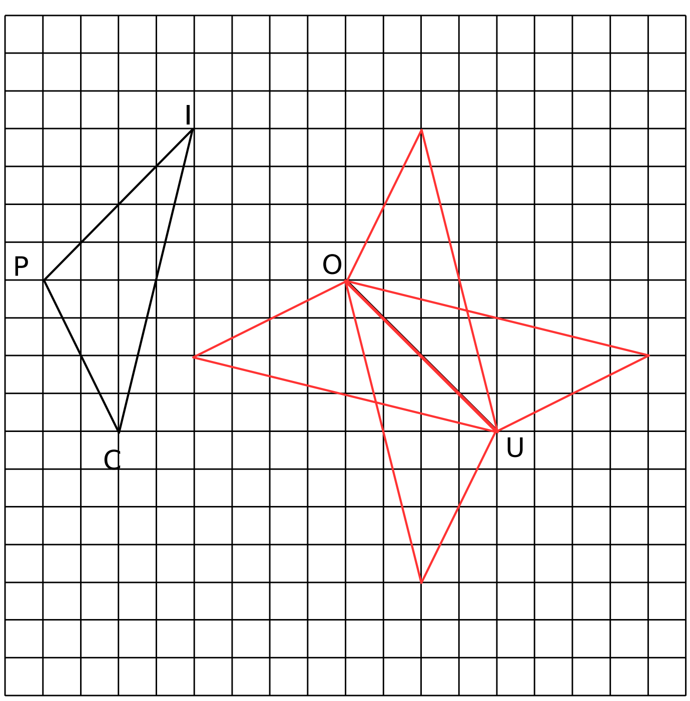
Correction

a. Dans le triangle SUR la somme des mesures des angles vaut 180°. On en déduit que :

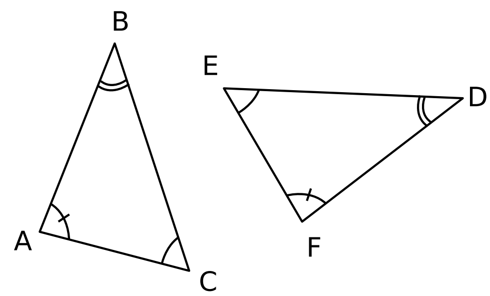
$\widehat{SRU} = 180° - 82° - 69° = 29°$.

b. Les triangles SUR et MOT ont chacun un côté de 5,8 cm compris entre deux angles de mêmes mesures 69° et 29 ° donc ils sont égaux.

1 Construis quatre triangles égaux à PIC ayant pour côté [OU].



2 Les triangles ABC et DEF sont égaux.



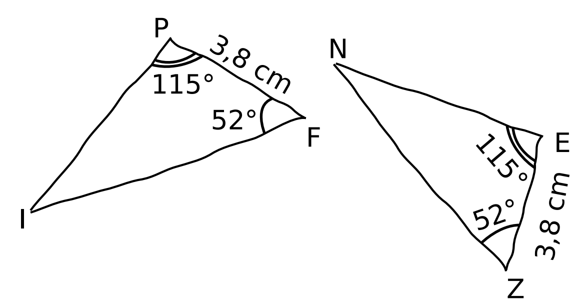
Complète la figure sachant que :
AB = DF et $\widehat{ABC} = \widehat{EDF}$

3 Tous égaux ?

Ces triangles tracés à main levée sont-ils égaux ?

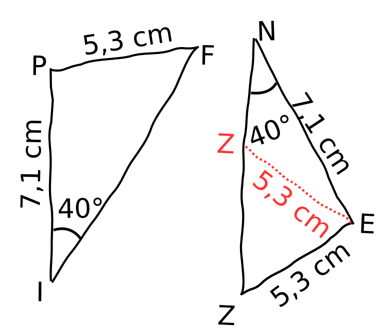
Justifie tes réponses.

a.



Oui, car ils ont chacun un côté de même longueur compris entre deux angles dont les mesures respectives sont égales.

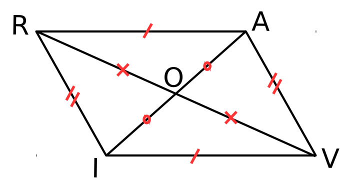
b.



Non, car ils ont deux côtés respectivement de même longueur et un angle de même mesure mais qui n'est pas formé par ces deux côtés. On pourrait avoir deux triangles différents. (voir figure)

Série 3 Triangles égaux

4 RAVI est un parallélogramme de centre O.



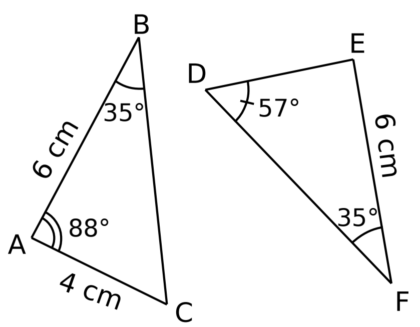
a. Code la figure.

b. Quels sont les triangles égaux ? Justifie ta réponse.

Dans un parallélogramme les côtés opposés ont même longueur et les diagonales se coupent en leur milieu.

Deux triangles qui ont des côtés respectivement de même longueur deux à deux sont égaux donc ROI et AOV sont égaux ainsi que ROA et OIV.

5 Démontre que les triangles ABC et DEF sont égaux.

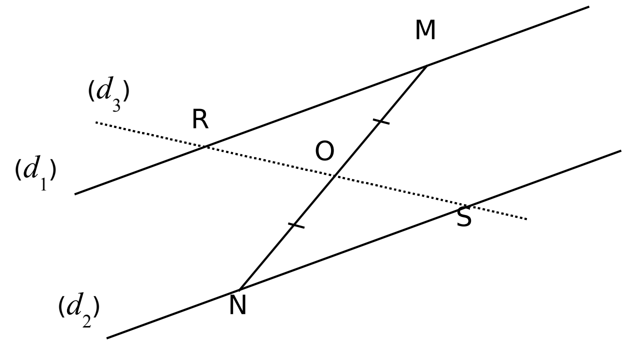


Dans un triangle la somme des mesures des angles vaut 180°.

Donc dans DEF on a : $\widehat{DEF}$ = 180°– 57°– 35°= 88°.

Les triangles ABC et DEF ont chacun un côté de 6 cm compris entre deux angles de mêmes mesures 88° et 35 ° donc ils sont égaux.

6 On considère deux droites parallèles (d_1) et (d_2). M est un point de (d_1) et N est un point de (d_2). Une droite (d_3) passe par le milieu O de [RS] et coupe (d_1) en R et (d_2) en S.



a. Prouve que les triangles ROM et NOS sont égaux.

On a déjà OM = ON.

Les angles $\widehat{RMO}$ et $\widehat{MNS}$ sont alternes-internes entre deux parallèles donc ils ont la même mesure.

Les angles $\widehat{ROM}$ et $\widehat{NOS}$ sont opposés par le sommet donc ils ont la même mesure.

On en déduit que les triangles ROM et NOS ont respectivement un côté de même longueur compris entre deux angles respectivement de mêmes mesures donc ils sont égaux .

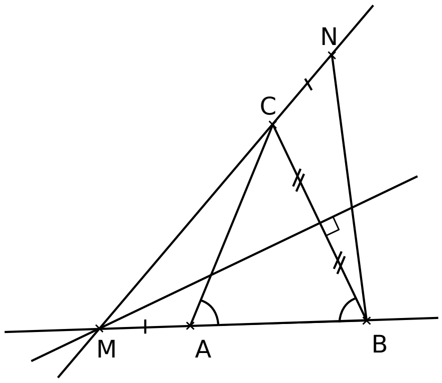
b. Déduis-en que O est le milieu de [RS].

Les triangles ROM et NOS sont égaux donc OR = OS et de plus O, R et S sont alignés donc O est le milieu de [RS].

7 ABC est un triangle isocèle en C.

La médiatrice de [BC] coupe la droite (AB) en M.

Sur la droite (MC) on a placé le point N de telle sorte que : CN = AM.



a. Démontre que les angles $\widehat{MBC}$ et $\widehat{MCB}$ ont la même mesure.

M est situé sur la médiatrice de [BC] donc le triangle MBC est isocèle.

Par suite les angles à la base $\widehat{MBC}$ et $\widehat{MCB}$ ont la même mesure.

b. Démontre que les angles $\widehat{MAC}$ et $\widehat{NCB}$ ont la même mesure.

$\widehat{MAC}$ est supplémentaire avec $\widehat{BAC}$.

Or dans le triangle isocèle ABC les angles à la base $\widehat{BAC}$ et $\widehat{MBC}$ ont la même mesure donc :

$\widehat{MAC}$ est aussi supplémentaire avec $\widehat{MBC}$.

$\widehat{NCB}$ est supplémentaire avec $\widehat{MCB}$.

Comme les angles $\widehat{MBC}$ et $\widehat{MCB}$ ont la même mesure on en déduit que les angles $\widehat{MAC}$ et $\widehat{NCB}$ ont également la même mesure.

c. En déduire que les triangles AMC et CNB sont égaux.

Dans les triangles AMC et CNB ona :

AM = CN ; AC = AB et $\widehat{MAC} = \widehat{NCB}$

donc ces deux triangles sont égaux.

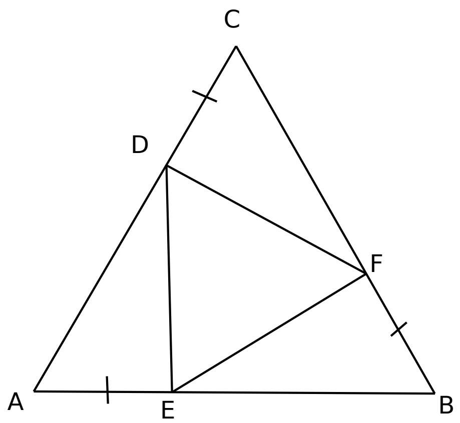
d. Démontre que le triangle MBN est isocèle.

Les triangles AMC et CNB sont égaux donc les angles $\widehat{CMA}$ et $\widehat{CNB}$ ont la même mesure.

On en déduit que le triangle MBN qui a deux angles de même mesure est isocèle en B.

8 ABC est un triangle équilatéral.

On a placé trois points D, E et F sur ce triangle de telle sorte que : AE = BF = CD.



a. Démontre que les triangles AED, BFE et DCF sont égaux.

Le triangle ABC est équilatéral donc chacun de ses angles mesure 60°.

Ses côtés ont tous la même longueur, on en déduit par soustraction que : DA = CF = EB.

Les triangles AED, BFE et DCF ont donc deux côtés respectivement de même longueur qui forment tous un angle de 60°.

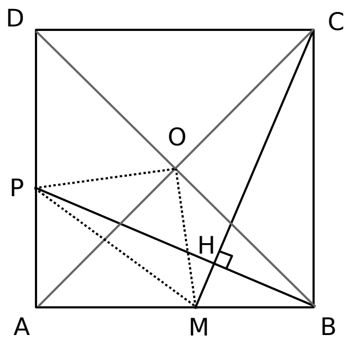
On en déduit donc que ces triangles sont tous égaux.

b. Que peut-on en déduire pour le triangle DEF ?

Puisque les triangles AED, BFE et DCF sont égaux on a l’égalité : DE = EF = FD .

Le triangle DEF est donc un triangle équilatéral.

9 ABCD est un carré de centre O et M un point du segment [AB]. La droite perpendiculaire à la droite (CM) passant par B coupe [CM] en H et la droite (AD) en P.



a. Démontre que $\widehat{BCM} = \widehat{ABP}$.

Les triangles rectangles BCM et MHB ont l'angle $\widehat{CMB}$ en commun il est complémentaire avec l'autre angle aigu de chaque triangle donc :

$\widehat{BCM} = \widehat{ABP}$.

b. Démontre que MB=AP.

Dans les triangles APB et CMB on a :

BC = AB ; $\widehat{BCM} = \widehat{ABP}$ et $\widehat{PAB} = \widehat{MBC} = 90°$.

Donc les triangles APB et CMB sont égaux.

Par suite on a aussi : MB=AP.

c. Démontre que les triangles OMB et OPA sont égaux.

Dans les triangles OMB et OPA on a :

MB=AP ; OB=OA (demi-diagonales du carré) et

$\widehat{PAO} = \widehat{MBO} = 45°$

Donc les triangles OMB et OPA sont égaux.

d. Quelle est la nature du triangle POM ?

D'après c. les triangles OMB et OPA sont égaux

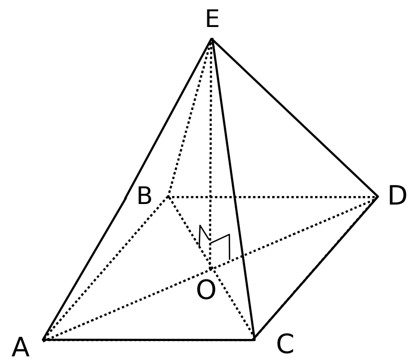
donc : OM = OP et $\widehat{POA} = \widehat{MOB}$.

On a : $\widehat{POM} = \widehat{POA} + \widehat{AOM}$ donc

$\widehat{POM} = \widehat{MOB} + \widehat{AOM} = 90°$ car les diagonales du carré sont perpendiculaires.

On en déduit que POM est un triangle rectangle isocèle.

10 ABCDE est une pyramide à base rectangulaire de centre O. Le segment [EO] est perpendiculaire aux diagonales du rectangle ABCD.



a. Démontre que les triangles EOA, EOB, EOC et EOD sont égaux.

Les triangles EOA, EOB, EOC et EOD ont tous le côté [EO] en commun et un angle droit.

Les diagonales du rectangle ont même longueur et se coupent en leur milieu donc : OA=OB=OC=OD

Donc les triangles EOA, EOB, EOC et EOD sont égaux.

b. En déduire que les triangles EAB, EAC, ECD et EBD sont tous isocèles.

Les triangles EOA, EOB, EOC et EOD sont égaux donc : EA = EB = EC = ED.

Les triangles EAB, EAC, ECD et EBD sont donc isocèles.

c. Sont-ils tous égaux ?

Non, car les côtés du rectangle ABCD n'ont pas tous la même longueur.