

## Задача о минимальном на отрезке RMQ (range minimum query)

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

$$RMQ(i, j) = \min_{i \leq k \leq j} \{a_i, \dots, a_j\}$$

Сложность  $\Theta(n)$

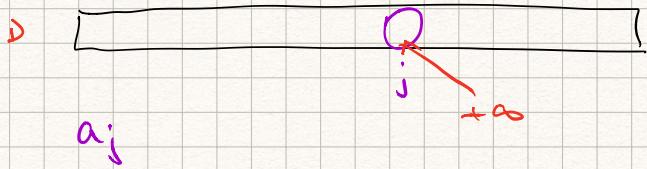
Динамическое программирование

$Change(i, x)$ :

$$a_i = x$$

$\underline{\Theta(n \log n)}$

Упр. Если сложность преобразования  $O(n)$ , то сложность RMQ и Change  $\Sigma(\log n)$



$\Theta(\log n)$

$$n \cdot \Theta(\log n) = \Theta(n \log n)$$

$\equiv$  Дерево отрезков

4

- дерево  $[1:n] = S(2)$

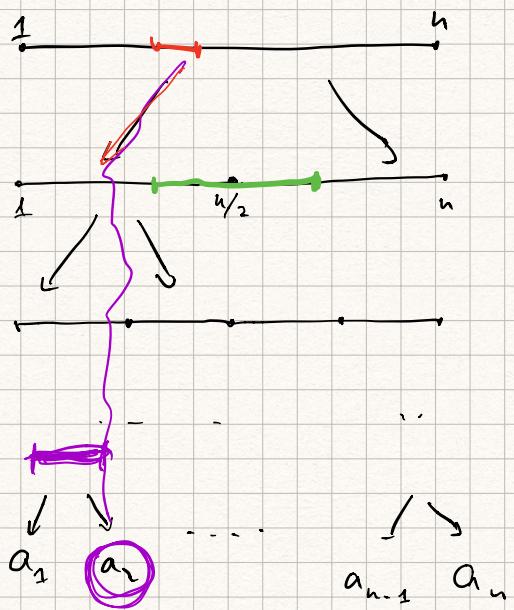
- If ветвление  $v \in S(v) = [i:j]$

- если  $i=j$ , то  $v$  - лист

- если  $i < j$ , то  $v$  в гла пустыня и  $v$

$$S(u) = [i, m]$$

$$S(w) = [m+1, j] \quad m = \lfloor (i+j)/2 \rfloor$$



В + Вершина  $v$   
вычислена мин на  $S(v)$ .

Построение за  $O(n)$

Глубина  $O(\log n)$

Change  $(i, x)$  за  
 $O(\log n)$

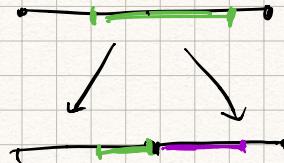
RMQ  $((l, r), v = \text{root})$ :

if  $r < l$ :

return None

if  $(l, r) == S(v)$ :

return min( $v$ )  $S(v)$



$s\_left = (l, r) \cap S(v.left)$

$s\_right = (l, r) \cap S(v.right)$

$left = \text{RMQ}(s\_left, v.left)$

$right = \text{RMQ}(s\_right, v.right)$

return min(left, right) # копирование обр.

None

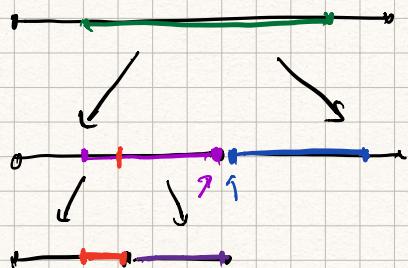
Чт: RMQ находит  $O(\log n)$  времени.

Мин. 1:



Мин. 2:

В дереве  
также можно определить симметрическое отражение в вершине



$\Rightarrow$  не более  $O(\log n)$   
однозначно

$\Rightarrow$  RMQ в  $O(\log n)$

Требование к операции: ассоциативность  
 $(O(n), O(\log n))$

Стандартная основа для них

RSQ - range sum query

$$S_i = \sum_{k=1}^i a_k$$

предопределение

$$\text{RSQ}(i, j) = S_j - S_{i-1}$$

запрос

$(O(n), O(1))$

Требование к этому решению! Для одн. операции

Не ногхогат гаме RMQ.

- Понное ирэвчилсение

$$(O(n^2), O(1))$$

- Менг разреженна таблича

Вчилсение RMQ гаме барх отрезков  
длиней  $3^k$  гаме  $k$  от 0 до  $\log n$

стандартний отрезок

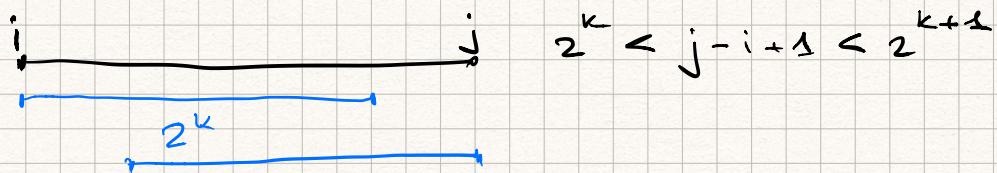
$$\text{Памел: } O(n \cdot \log n)$$

Время ирэвчилсения:  
 $O(n \log n)$

Чб:  $\exists (i, j)$  - не стандартний  $\Rightarrow$

$\exists$  2 стандартных; их обединение

равно  $(i, j)$



RMQ яа  $O(1)$

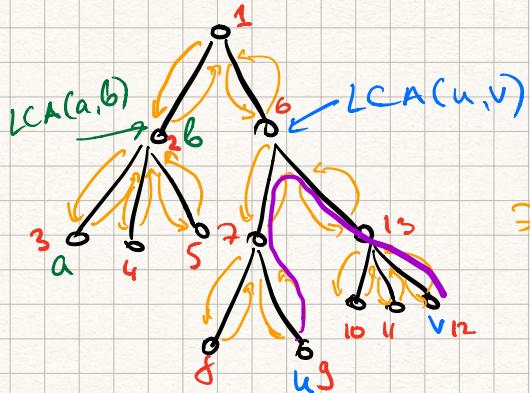
Требование: негипотензивно сиб  $\min(x, x) = x$

$$x \Delta x = x$$

В резултате  $(O(n \log n), O(1))$

Рашт  $\exists (O(n), O(\ell))$  решение сибир. RMQ

LCA (least / lowest common ancestor)



Связь LCA  $\rightarrow$  RMQ

Эквивалент

$$\text{LCA}(v, u) = \text{RMQ}(\text{FST}(v), \text{FST}(u))$$

Касн 1: LCA( $v, u$ ) определяется как FST( $v$ ) & FST( $u$ )

Касн 2: ET не может вычислить LCA( $v, u$ ) на основе FST( $v$ ) & FST( $u$ )