Mini-Workshop Panel Data Analysis

Marko Bachl (mit Material von Michael Scharkow)

Sommersemester 2020 | IJK Hannover

Contents

Chapter 1

Überblick

1.1 Inhalt des virtuellen Mini-Workshops

- Der Mini-Workshop bietet eine *pragmatische* Einführung in die Analyse von Panel-Daten aus Erhebungen mit mindestens drei Wellen. Konkret liegt der Fokus auf so genannten *micro panels*, also Datensätzen mit relativ vielen Fällen und relativ wenigen Messzeitpunkten (das klassische Befragungspanel).

- In der Analyse beschränken uns hier auf Varianten der *linearen* Regressionsmodelle. Wir beginnen mit den grundlegenden *fixed effects* und *random effects* Modellen. Dann betrachten wir das *within-between* Modell, das als eine Integration des *fixed effects* Modell in das *random effects* Modell verstanden werden kann. Dies ist auch eine gute Grundlage für den Einstieg in verschiedene Erweiterungen, zum Beispiel zu verallgemeinerten linearen Modellen oder zu Wachstumskurvenmodellen. Diese sind aber nicht Teil dieses Mini-Workshops.

- Wir schätzen die Modelle mit etablierten *least-squares* und *maximum likelihood* Methoden. Gerade bei den *within-between* Modellen sind bayesianische Schätzmethoden, z.B. *MCMC sampling* (implementiert in Stan), unabhängig von statistisch-philosophischen Überlegungen sehr interessant. Bei Interesse kann ich nur empfehlen, hier einen Einstieg zu finden.

- Zur Aufbereitung der Daten, Visualisierung und Modell-Schätzung verwenden wir `R` mit dem `tidyverse` und eine kleine Zahl spezialisierter Pakete für die Modellschätzung. Der Fokus des Workshops liegt aber auf der substantiellen Arbeit mit den Modellen, nicht auf der Umsetzung in `R`.

1.2 Welche Inhalte wir nicht behandeln

- Der Workshop ist kein Statistik- oder Ökonometrie-Kurs. Ich bin — wie auch ihr — ausgebildeter Sozialwissenschaftler. Die statistischen Grundlagen, auf denen der Workshop aufbaut, gehen aus den Grundlagentexten (Bell and Jones, 2015; Vaisey and Miles, 2017) hervor.
- Grundkenntnisse in `R` setze ich voraus, insbesondere Datentransformationen innerhalb des `tidyverse`. Wir werden aber keine komplizierten Dinge in `R` tun. Auch ohne weiterführende `R`-Kenntnisse sollten die Inhalte des Workshops in Bezug auf die datenanalytischen Verfahren klar werden.
- Wir werden nicht viel Zeit auf die verschiedenen Schätzer, deren Effizienz und Bias, die verschiedenen Algorithmen und Datentransformationen verwenden.
- Wir werden keine Beweise oder Ableitungen besprechen. Wir setzen keine Kenntnisse in Matrixalgebra voraus — weder meiner- noch eurerseits.
- Wir behandeln einen sehr kleinen Ausschnitt möglicher Modelle für Panel-Daten. Wir konzentrieren uns auf regressionsbasierte Modelle zur Schätzung kausaler Effekte. Damit behandeln wir insbesondere nicht die vielfältigen Verfahren, die in einem SEM-Framework verortet sind: längsschnittliche Messmodelle, Prozessmodelle, (random intercept) cross-lagged panel Modelle, Latent State-Trait Modelle, etc. Auch Modelle, in denen die Zeit-Variable als kontinuierlich (z.B. Tag der Erhebung im Gegensatz zu Indikator für Panelwelle) verwendet wird (z.B. Continuous Time Structural Equation Modeling), behandeln wir nicht.
- Fehlende Daten (Panelmortalität, Ausfall von Einheiten in einzelnen Wellen) sind ein großes Thema in der Längsschnittanalyse. Wir werden es hier ignorieren, bis auf den Hinweis, dass alle Fälle, die in mindestens zwei bzw. drei Wellen Daten haben, grundsätzlich Informationen zur Schätzung beitragen.

1.3 Aufbau des Workshops

- Inhaltlicher Aufbau: Siehe Kapitel-Gliederung

Material

- Dieses Dokument + R Skripte: (Hoffentlich) mehr oder weniger selbsterklärendes Material
  - Kuratierte Form ist dieses HTML-Dokument
  - Es gibt auch ein PDF, das ich aber nicht formatiert habe
- Screencast: Ich gehe über das Material und erkläre es auf der Audio-Spur. Mal sehen, wie hilfreich das ist. Die Screencasts stelle ich über das LMS

zur Verfügung.

- Übungen: Zu einigen Analysen gibt es Übungsaufgaben.
  - Bei der *Wiederholung* geht es darum, die Modelle leicht zu verändern (durch Anpassen der R-Skripte aus dem Material) und die Ergebnisse der angepassten Modelle zu interpretieren.
  - Bei der *Anwendung* geht es darum, in Anlehnung an die Beispiele eigene Modelle zu spezifizieren und diese zu interpretieren.

Pakete

Wir verwenden die folgenden Pakete

```
if (!require("pacman")) install.packages("pacman")
pacman::p_load(tidyverse, ggstance, broom, broom.mixed, haven, plm, lmtest, lme4,
    lmerTest, performance)
theme_set(theme_bw())  # ggplot theme

tibble(package = c("R", sort(pacman::p_loaded()))) %>% mutate(version = map_chr(package,
    ~as.character(pacman::p_version(package = .x)))) %>% knitr::kable()
```

package	version
R	3.6.2
broom	0.5.4
broom.mixed	0.2.4
dplyr	0.8.4
forcats	0.4.0
ggplot2	3.3.1
ggstance	0.3.3
haven	2.2.0
lme4	1.1.21
lmerTest	3.1.2
lmtest	0.9.37
Matrix	1.2.18
pacman	0.5.1
performance	0.4.6
plm	2.2.3
purrr	0.3.3
readr	1.3.1
stringr	1.4.0
tibble	2.1.3
tidyr	1.0.2
tidyverse	1.3.0
zoo	1.8.7

Chapter 2

Einführung

2.1 Längsschnittdaten

Begriffe

- Wiederholte Querschnittserhebungen (time series cross sectional, TSCS): n unabhängige Fälle (repräsentativ für dieselbe Grundgesamtheit) zu mehreren Messzeitpunkten t.
- Zeitreihe: Eine Einheit mit vielen Messzeitpunkten ($n = 1$, $t > 30$).
- Paneldaten: Dieselben Einheiten mit wiederholten Messungen ($n > 30$, $t \geq 2$)
  - Macro panel: n klein, t groß (z.B. jährliche Untersuchung von Staaten, 1950–2015)
  - Micro panel: n groß, t klein (typisches Befragungspanel)
- In diesem Workshop geht es um *micro panels* mit $t > 2$

Vorteile von Paneldaten

- Paneldaten erlauben die Identifikation von kausalen Effekten unter schwächeren Annahmen (im Vergleich zu Querschnittsdaten).
  - Wir haben einige (aber nicht perfekte!) Informationen über die zeitliche Abfolge von Veränderungen.
  - Wir können untersuchen, ob, und wenn ja, wie ein Ereignis (eine Veränderung eines Prädiktors) das Kriterium verändert.
- Paneldaten erlauben die Untersuchung von individuellen Verläufen

Kausale Effekte mit Paneldaten schätzen

Bedingungen

1. Kovariation zwischen X und Y (bivariate Korrelation r_{XY})

2. X muss logisch vor Y liegen
3. Keine (nicht beobachteten) Störvariablen (kein Z mit kausalem Effekt auf X und Y)

Herausforderungen (auch bzw. gerade mit Paneldaten)

- Entsprechung der zeitlichen Entfaltung des Effekts und des Designs (Abstände, Verläufe)
- Reliabilität und Konstruktstabilität
  - Reliabilität: Bei geringer Reliabilität beobachten wir Veränderungen, die aber auf Rauschen in der Messung zurückgehen.
  - Konstruktstabilität: Wenn die Messungen über die Zeit ihre Bedeutung verändern, modellieren wir keine Veränderung des latenten Konstrukts von Interesse.
- Panelmortalität und Paneleffekte
  - Panelmortalität: Einheiten (Befragte) fallen aus, möglicherweise systematisch mit Bezug auf die Konstrukte oder Effekte, die uns interessieren.
  - Paneleffekte: Einheiten (Befragte) verändern sich durch die Messung (z.B. Lernen von Wissensfragen, Anregung durch Fragen zu Medienangeboten)

Format von Datensätzen mit Paneldaten

Long Format

i	t	y
1	1	6.55
1	2	6.68
1	3	6.77
2	1	5.55
2	2	6.01
...		

Wide Format

i	y_{t1}	y_{t2}	y_{t3}	y_{t4}
1	6.55	6.68	6.77	7.04
2	5.55	6.01	6.32	6.40
3	4.65	5.33	6.45	6.45
...				

Figure 2.1: i indiziert Einheiten, t indiziert Messzeitpunkte, y ist eine Variable

- Die Modelle in diesem Workshop nutzen das *long format*
- Datensätze können von einem ins andere Format transformiert werden, z.B. im `tidyverse`:
  - `tidyr::gather()` und `tidyr::spread()` (verwende ich in `R/data.R`) oder
  - `tidyr::pivot_longer()` und `tidyr::pivot_wider()`

2.2 Beispiel-Daten

- Titel: Soziale Normen im alltäglichen Umgang mit den Konsequenzen der Corona-Krise
- sponsored by Jule Scheper und Sophie Bruns
- Thema der Erhebung: Die Corona-Pandemie hat Regierungen auf der ganzen Welt dazu veranlasst, Reglungen zur Reduzierung der raschen Ausbreitung des Virus einzuführen. Die deutsche Bundesregierung hat am 22. März 2020 mehrere Maßnahmen zur Einschränkung sozialer Kontakte beschlossen. Diese Einschränkungen im sozialen Leben sind vollkommen neu und jede*r Einzelne muss sich auf diese Regelungen und die neue Lebenssituation einstellen. Diese Studie beschäftigt sich mit der Frage, wie Menschen sich im Alltag mit der Corona-Pandemie beschäftigen und wie sie mit den Regelungen zur Beschränkung sozialer Kontakte umgehen. Im Mittelpunkt der Untersuchung steht die Entstehung und Veränderung von sozialen Normen und persönlichen Einstellungen zur Beschränkung sozialer Kontakte über die Zeit.
- Im Rahmen des Workshops steht der Einfluss der sozialen Normen und der eigenen Einstellung zum Verhalten auf das tatsächliche Social Distancing-Verhalten im Mittelpunkt.
- Zeitraum der Erhebung: 1.4.-28.4.2020
- Datum der Messzeitpunkte: Die Befragung besteht aus vier Wellen. Jede Welle war für eine Woche im Feld und bezog sich immer auf die vorherige Kalenderwoche.
  - Welle 1: Erhebungszeitraum vom 1.4.-7.4., Bezugszeitraum vom 23.3. bis 29.4.
  - Welle 2: Erhebungszeitraum vom 8.4.-14.4., Bezugszeitraum vom 30.3. bis 5.4.
  - Welle 3: Erhebungszeitraum vom 15.4.-21.4., Bezugszeitraum vom 6.4. bis 12.4.
  - Welle 4: Erhebungszeitraum vom 22.4.-28.4., Bezugszeitraum vom 13.4. bis 19.4.
- Nachvollziehen der Aufbereitung in `R/data.R`
- Direkt laden (z.B. für Übungen) aus `R/data/data.rds`
- Der Datensatz ist bereits im *long format*. `IDsosci` ist der Indikator für die Person, `wave` ist der Indikator für die Erhebungswelle.

Inhaltliche Variablen im Datensatz

- Alter, Geschlecht (Dummy für weiblich), Bildung und Kollektivismus sind konstante Personenmerkmale.

- Alle übrigen Variablen wurden in den vier Wellen wiederholt gemessen (mit Ausnahme von `desnorm4`, `injnorm4`, `verh4-6`, `verhint4-6`, die erst ab Welle 2 erfasst wurden).

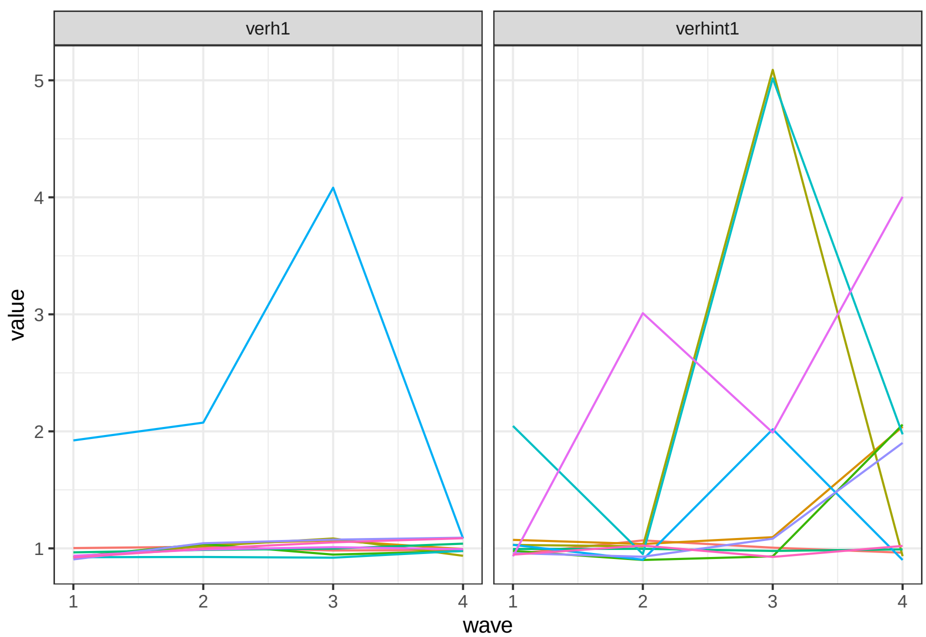
Variablenname	Label
alter	Alter
besorg1	Ich bin besorgt, wenn ich an Corona denke.
bildung	Bildungsabschluss
desnormp1	...sind in der letzten Woche rausgegangen, auch wenn es sich nicht um einen Arztbesuch, Arbeits
desnormp2	...haben sich in der letzten Woche in ihrer Freizeit mit mehr als einer anderen Person getroffen, d
desnormp3	...haben in der letzten Woche weniger als 1,5 Meter Abstand zu Personen gehalten, die nicht im g
desnormp4	…haben sich in der letzten Woche strikt an die Maßnahmen zur Beschränkung sozialer Kontakte
ein1	Ich finde es in Ordnung, wenn man rausgeht, auch wenn es sich nicht um einen Arztbesuch, Arbe
ein2	Ich finde es in Ordnung, wenn man sich in seiner Freizeit mit mehr als einer anderen Person trifft
ein3	Ich finde es in Ordnung, wenn man weniger als 1,5 Meter Abstand zu Personen hält, die nicht im
ein4	Ich finde es wichtig, dass die Empfehlung zur Beschränkung sozialer Kontakte strikt eingehalten
ein5	Ich finde es richtig, dass generell Abstand gehalten werden soll.
injnormp1	...finden es in Ordnung, wenn man rausgeht, auch wenn es sich nicht um einen Arztbesuch, Arbei
injnormp2	... finden es in Ordnung, wenn man sich in seiner Freizeit mit mehr als einer anderen Person trifft
injnormp3	...finden es in Ordnung, wenn man weniger als 1,5 Meter Abstand zu Personen hält, die nicht im
injnormp4	…finden es in Ordnung, wenn man sich strikt an die Maßnahmen zur Beschränkung sozialer Kon
kollek	Ich würde tun, was für die Gemeinschaft am besten ist.
kompeer_s1	Freunde
kompeer_s2	Familie und Partner oder Partnerin
kompeer_s3	Bekannte (z.B. Arbeitskollegen und -kolleginnen, Vereinsmitglieder)
kompeer_s4	Prominente und/oder Influencer
med1	Zeitungen & Zeitschriften (z.B. Die ZEIT, Bild, Focus, der Spiegel)
med2	Öffentlich-rechtliche Fernsehsender (z.B. ARD, ZDF, h1)
med3	Private Fernsehsender (z.B. RTL, ProSieben)
med4	Öffentlich-Rechtliche Radiosender (z.B. DLF, n-joy, NDR)
med5	Private Radiosender (z.B. 89.0 RTL, ffn)
sex	Geschlecht W4 dummy
stress	Ich fühle mich durch die Corona-Pandemie gestresst.
verh1	Ich bin rausgegangen, auch wenn es sich nicht um einen Arztbesuch, Arbeitsweg, Einkauf, Spazie
verh2	Ich habe mich mit mehr als einer Person getroffen, die nicht in meinem Haushalt lebt.
verh3	Ich habe weniger 1,5 Meter Abstand zu Personen gehalten, die nicht in meinem Haushalt leben.
verh4	Ich habe mich strikt an die Maßnahmen zur Beschränkung sozialer Kontakte gehalten.
verh5	Ich habe mich im Privaten mit Freunden oder Familienmitgliedern getroffen, die nicht in meinem
verh6	Ich war länger draußen als für einen üblichen Spaziergang (z.B. saß auf der Wiese oder am See).
verhint1	Rausgehen, auch wenn es sich nicht um einen Arztbesuch, Arbeitsweg, Einkauf, Spaziergang/Spo
verhint2	Mich mit mehr als einer Person treffen, die nicht in meinem Haushalt lebt.
verhint3	Weniger als 1,5 Meter Abstand zu Personen halten, die nicht in meinem Haushalt leben.
verhint4	Mich strikt an die Maßnahmen zur Beschränkung sozialer Kontakte halten.
verhint5	Mich im Privaten mit Freunden oder Familienmitgliedern treffen, die nicht in meinem Haushalt l
verhint6	Mich länger draußen aufhalten als für einen üblichen Spaziergang (z.B. auf der Wiese oder am Se
veruns	Ich bin verunsichert durch die Corona-Krise.

2.3 Pooled OLS (WRONG!)

- Als erstes Beispiel wollen wir uns einer klassischen Frage aus der Theory of Planned Behavior zuwenden. Wir interessieren uns für den Effekt der Verhaltensintention auf das (berichtete) Verhalten (schließlich würden wir zum Start des Workshops ja gerne etwas finden ;)). Konkret betrachten wir den Effekt des Vorhabens, entgegen der Empfehlungen ohne relevanten Grund die Wohnung zu verlassen, auf den Selbstbericht, dies auch zu tun. Die beiden relevanten Variablen sind `verh1` und `verhint1`. Höhere Werte bedeuten eine häufigere Ausübung des Verhaltens bzw. eine höhere Wahrscheinlichkeit, das Verhalten auszuüben (gemessen auf Skala von 1 bis 5).
- Die Abbildung zeigt die Entwicklung der beiden Variablen über die vier Wellen für 10 zufällig ausgewählte Personen.

```
id_smple = sample(unique(d$IDsosci), 10)

d %>% filter(IDsosci %in% id_smple) %>% select(IDsosci, wave, verh1, verhint1) %>%
    gather(variable, value, -IDsosci, -wave) %>% ggplot(aes(wave, value, group = IDsosc
    color = IDsosci)) + geom_line(position = position_jitter(height = 0.1, width = 0),
    show.legend = FALSE) + facet_wrap("variable")
```



- Das einfachste Modell, diesen Effekt zu schätzen, ist eine einfache OLS Regression der Verhaltensintention auf das Verhalten.

```r
lm(verh1 ~ verhint1, data = d) %>% tidy() %>% mutate_if(is.numeric, round, 2)
```

```
## # A tibble: 2 x 5
##   term        estimate std.error statistic p.value
##   <chr>          <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
## 1 (Intercept)     0.46      0.02      19.2       0
## 2 verhint1        0.59      0.01      53.8       0
```

- Das Modell besagt, dass die Häufigkeit, ohne triftigen Grund raus zu gehen, mit jedem Punkt auf der Intentionsskala um ca. $b_{verhint1} = 0.6$ Punkte steigt.

Warum ist Pooled OLS immer falsch? Statistische Theorie

- Wir nennen dieses Modell *pooled* OLS, da alle Beobachtungen einfach zusammengeworfen werden, ohne zu beachten, dass einige von ihnen zusammen gehören, da sie von denselben Personen stammen.

1) Exogenitätsannahme ist verletzt, $E(u_i|x_i) \neq 0$
    - Korrelationen zwischen den Variablen x gehen auf nicht gemessene Eigenschaften der Einheiten zurück, z.B. Eigenschaften der Person z_i, die sowohl x_i als auch y_i beeinflussen.
    - Auch bekannt als *omitted variable bias*
    - Könnte behoben werden, wenn alle z_i im Modell wären; diese Idee wird später wichtig
2) Annahmen Homoskedastizität und unkorrelierte Residuen sind (wahrscheinlich) verletzt
    - Systematische Variation der Residuen zwischen Einheiten
    - Wahrscheinlich serielle Korrelationen durch die zeitliche Abhängigkeit der Messungen
3) Annahme der Unabhängigkeit der Beobachtungen verletzt
    - Überschätzung der Information von abhängigen Fällen (dieselbe Information ist mehrmals im Datensatz)
        - Zu kleine Standardfehler, zu große Zahl der Freiheitsgrade in Signifikanz-Tests
    - Die wahre Fallzahl (effective sample size) ist kleiner als Zahl der Zeilen im Datensatz (*long format*)

Warum ist pooled OLS immer falsch? Inhaltliche Überlegungen

- Unser Ziel ist es, den wahren kausalen Effekt von X auf Y zu schätzen.
- Pooled OLS vermischt aber zwei Quellen von Unterschieden in den Daten: Den (kausalen) Effekt innerhalb der Personen (within) und die Unterschiede zwischen Personen (between).

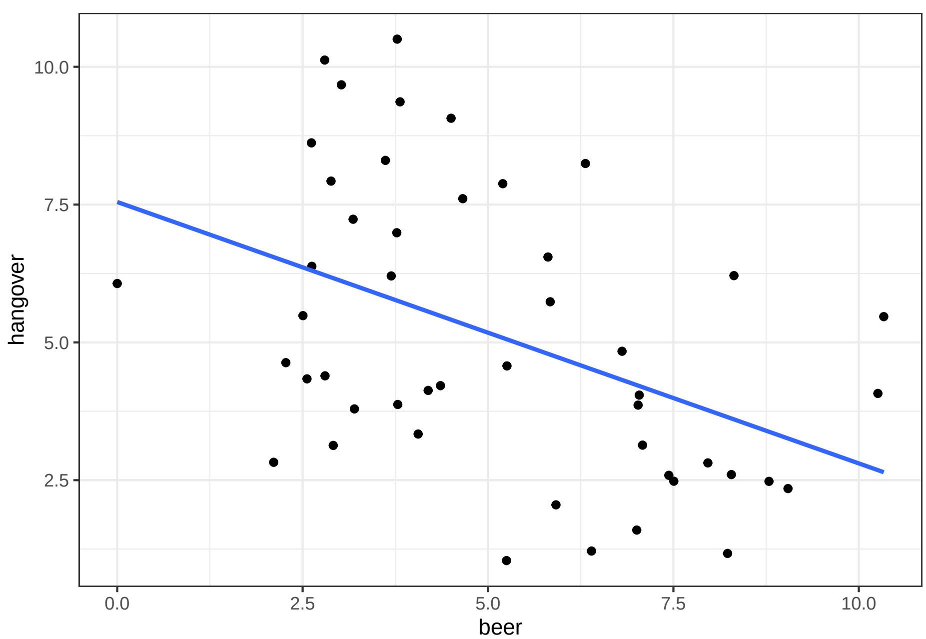
- Within und between Effekte können sich in Größe und sogar in der Richtung unterscheiden!
- Die Schätzung aus einem pooled OLS Modell vermischt den kausalen Effekt und die interindividuellen Unterschiede.
- In der Sprache von Interventionsstudien ist das ein Selbstselektions-Problem: Was passiert, wenn Personen, die vor dem Treatment x schon höhere Werte in y haben, das Treatment häufiger auswählen als Personen, die niedrig in x sind?
- Außerdem fällt auf, dass im einfachen OLS Modell nichts darauf hindeutet, dass es sich um Paneldaten handelt. Selbst wenn wir die genannten Probleme nicht hätten, hätten wir auch nichts durch die Paneldaten gewonnen.

Pooled OLS, within und between - eine Illustration

- Zum Abschluss noch ein imaginäres Beispiel, um den Unterschied von intraindividuellen (within) Effekten und interindividuellen Unterschieden zu verdeutlichen. Wir führen eine Panel-Studie mit acht Personen und sechs Messzeitpunkten zum Zusammenhang von Bier-Konsum und Hangover durch. Wir interessieren uns für die kausale Frage, ob mehr Bier zu einem schlimmeren Kater führt.

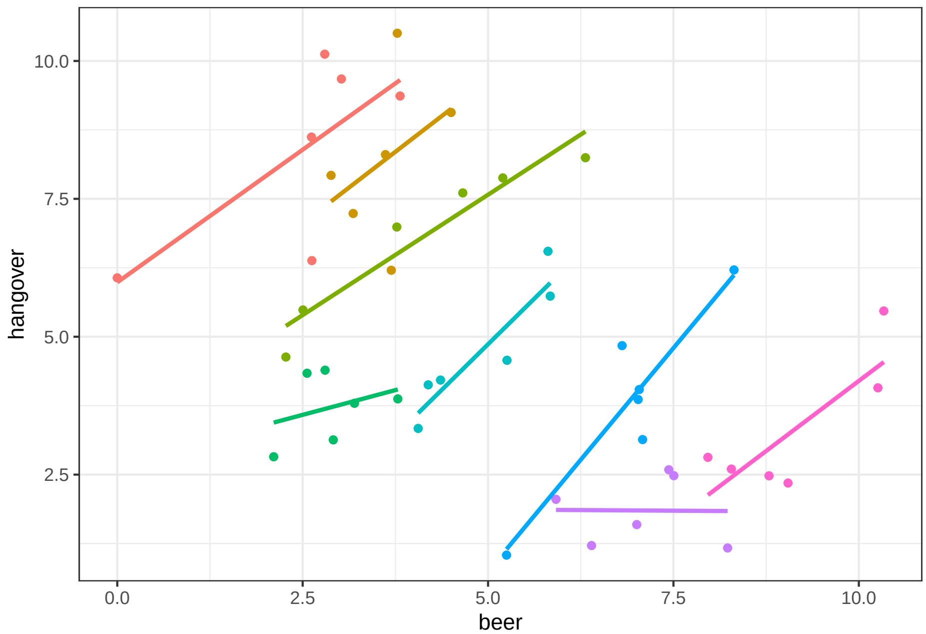
- In der pooled OLS Analyse wird einfach die Regressionsgerade durch alle Beobachtung gelegt. Es zeigt sich ein negativer Zusammenhang. Je mehr Bier konsumiert wurde, desto schwächer fällt der Hangover aus.

```
## `geom_smooth()` using formula 'y ~ x'
```



- Wenn wir aber für alle acht Personen separat den Zusammenhang zwischen Bierkonsum und Kater berechnen (so genanntes no pooling Modell), ergibt sich ein anderes Bild. Für alle Personen gilt mehr oder weniger deutlich: Je mehr Bier konsumiert wurde, desto stärker fällt der Hangover aus (within).

```
## `geom_smooth()` using formula 'y ~ x'
```

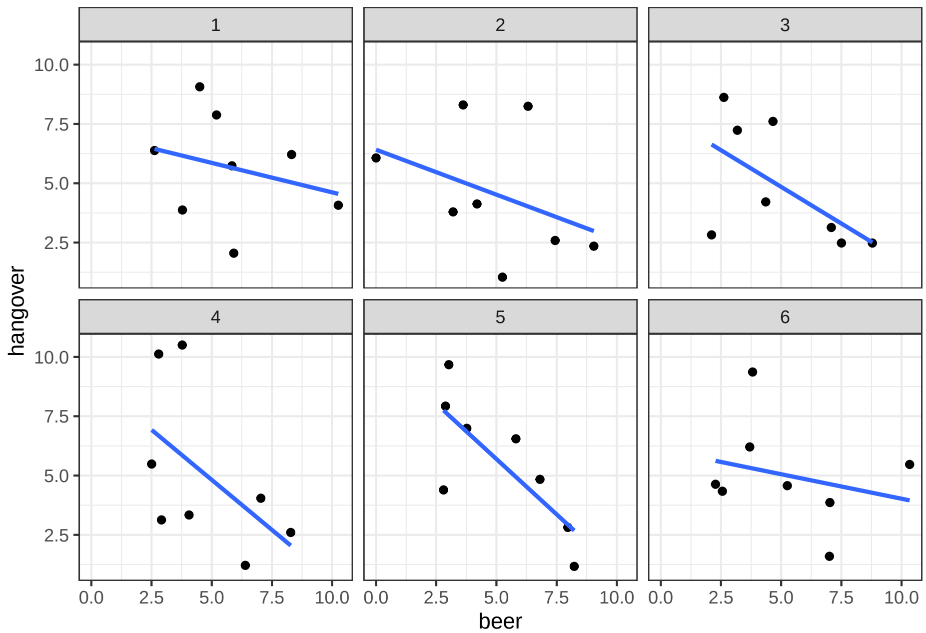


- Dazu kommt ein systematischer Unterschied zwischen den Personen (between): Personen, die im Durchschnitt mehr Bier trinken, haben im Durchschnitt einen schwächeren Hangover. Dies könnte auf eine nicht beobachte Drittvariable auf Ebene der Personen zurück gehen:
  - Vielleicht trinken Personen, die wissen, dass sie nicht so anfällig für einen Hangover sind, mehr, während Personen, die immer einen starken Kater haben, schon aus Angst vor dem nächsten Tag weniger trinken.
  - Oder es ist ein Gewöhnungseffekt: Personen, die häufig viel trinken, gewöhnen sich an den Kater und nehmen ihn als weniger schlimm wahr. Oder mit Lemmy: "A kid once said to me "Do you get hangovers?" I said, "To get hangovers you have to stop drinking.""
- Mit den vorliegenden Daten können wir die Frage nach dem Prozess nicht beantworten, da wir die Drittvariable nicht gemessen haben. Wir können aber *alle* Variablen kontrollieren, die auf Personenebene liegen, z.B., indem wir wie in der Abbildung für jede Person ein separates Modell schätzen. Dann können Unterschiede zwischen den Einheiten per Modelldefinition keinen Einfluss auf die Schätzung haben. Etwas ähnliches passiert im *fixed*

effects Modell, das wir im nächsten Abschnitt besprechen.

- An diesem Beispiel lässt sich übrigens auch schön sehen, warum uns Querschnittsdaten nicht bei der Identifikation kausaler Effekte helfen, wenn wir nicht für Z kontrollieren können. Wenn wir jede Panel-Welle für sich analysieren (die Daten also als unabhängige Querschnittserhebungen behandeln), finden wir jeweils einen negativen Zusammenhang zwischen Bierkonsum und Hangover.

```
## `geom_smooth()` using formula 'y ~ x'
```



Chapter 3

Fixed effects Modelle

3.1 Konzeptionelle Einführung

- Im ersten Teil des Abschnitts zu *fixed effects* Modellen beschäftigen wir uns mit den Grundlagen der Modellierung. Dazu nutzen wir `stats::lm()` (übliche OLS-Schätzung linearer Modelle in `R`).

Wie können wir den kausalen (within-person) Effekt mit Paneldaten schätzen?

1) Separate OLS Modelle für jede Person schätzen und Koeffizienten mitteln (no pooling).
2) Alle X und Y Variablen um die Mittelwerte der Person zentrieren (within transformation).
3) Dummy-Variablen für jede Person in das Regressionsmodell aufnehmen (least squares dummy variables [LSDV] estimation).

- Alle drei Varianten entfernen die (beobachteten und nicht beobachten,) über die Zeit konstanten Unterschiede zwischen den Personen.
- Varianten 2 und 3 entsprechen dem klassischen *fixed effects* Modell. Die Unterschiede zwischen den Personen werden kontrolliert, indem die personenspezifischen Mittelwerte vor der Schätzung entfernt werden (2) oder für jede Person im Modell geschätzt werden (3).
  - $y_{it} - \bar{y_i} = (x_{it} - \bar{x_i})'\beta + (u_{it} - \bar{u_i})$ oder $y_{it} = \beta' x'_{it} + \alpha_i + u_{it}$
- In Variante 1 dürfen die kausalen within-person Effekte zwischen den Personen variieren. Unter der Annahme homogener Treatment-Effekte (entspricht der typischen Annahme im randomisierten Between-Subject-Experiment) entspricht das Ergebnis asymptotisch den Varianten 2 und 3.
  - Der Schätzer ist aber weniger effizient, da zufällige Unterschiede in

den Effekten zwischen den Personen aufgegriffen werden.
  - Im letzten Teil des Abschnitts zum within-between-Modell kommen wir auf diesen Punkt zurück, wenn wir die Annahme homogener Treatment-Effekte lockern.

No pooling

```
d %>% group_by(IDsosci) %>% nest() %>% mutate(mdls = map(data, ~tidy(lm(verh1 ~ verhin
    data = .x)))) %>% unnest(mdls) %>% ungroup() %>% select(-data) %>% na.omit() %>%
    filter(statistic != Inf) %>% filter(term == "verhint1") %>% mutate_if(is.numeric,
    round, 2) %>% print %>% summarise(estimate = mean(estimate), std.error = sqrt(mean
```

```
## # A tibble: 232 x 6
##    IDsosci term     estimate std.error statistic p.value
##    <chr>   <chr>       <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
##  1 050IPY  verhint1     1.25      0.56  2.24e+ 0    0.15
##  2 05J4R8  verhint1     0.45      0.18  2.50e+ 0    0.13
##  3 08BDZJ  verhint1     0.33      0.53  6.30e- 1    0.59
##  4 0EO9L2  verhint1     1.67      0.67  2.50e+ 0    0.13
##  5 0F5L9Z  verhint1     0         0.71  0.           1
##  6 0KYYAJ  verhint1     0.45      0.18  2.50e+ 0    0.13
##  7 0ONV4O  verhint1     1         0     9.01e+15    0
##  8 0ZCKB5  verhint1    -0.35      0.5  -6.90e- 1    0.56
##  9 114OWA  verhint1     0.33      0.33  1.00e+ 0    0.42
## 10 16YGN0  verhint1     0.5       0.25  2.00e+ 0    0.18
## # ... with 222 more rows
```

```
## # A tibble: 1 x 2
##   estimate std.error
##      <dbl>     <dbl>
## 1    0.502     0.521
```

- Wir erhalten für jede Person einen Schätzer mit Standardfehler. Wir können diese mitteln, um einen Schätzer des durchschnittlichen kausalen Effekts zu erhalten.
- Wir müssen die Schätzer entfernen, bei denen es wegen eines perfekten Zusammenhangs oder wegen fehlender intraindividueller Varianz keine OLS Lösung gibt.

Within Transformation

- Wir ziehen von jedem Messwert den Personenmittelwert ab. In das Modell gehen dann die um den Personenmittelwert bereinigten Variablen ein.

```
d_wi = d %>% select(IDsosci, verh1, verhint1) %>% group_by(IDsosci) %>% mutate(verh1_wi
    mean(verh1), verhint1_wi = verhint1 - mean(verhint1)) %>% ungroup()
```

```
d_wi %>% select(-IDsosci) %>% summary
```

```
##      verh1         verhint1       verh1_wi      verhint1_wi
##  Min.   :1.0   Min.   :1.0   Min.   :-3.00   Min.   :-3.00
##  1st Qu.:1.0   1st Qu.:1.0   1st Qu.:-0.25   1st Qu.:-0.25
##  Median :1.0   Median :1.0   Median : 0.00   Median : 0.00
##  Mean   :1.5   Mean   :1.8   Mean   : 0.00   Mean   : 0.00
##  3rd Qu.:2.0   3rd Qu.:2.0   3rd Qu.: 0.00   3rd Qu.: 0.00
##  Max.   :5.0   Max.   :5.0   Max.   : 3.00   Max.   : 3.00
```

```
d_wi %>% lm(verh1_wi ~ verhint1_wi, data = .) %>% tidy() %>% mutate_if(is.numeric,
    round, 2)
```

```
## # A tibble: 2 x 5
##   term        estimate std.error statistic p.value
##   <chr>          <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
## 1 (Intercept)     0         0.01       0         1
## 2 verhint1_wi     0.35      0.01      24.9       0
```

- Intuitive Interpretation: Eine Abweichung vom Personen-Durchschnitt in X um einen Punkt führt zu einer Abweichung vom Personen-Durchschnitt in Y um b_X Punkte.
- Hier: Wenn eine Person um einen Punkt wahrscheinlicher raus gehen möchte als üblich, dann wird sie 0.34 Punkte häufiger raus gehen (beides auf 5er Skalen).
- Das ist durchaus ein bedeutsamer Effekt. Aber zur Erinnerung: Der naiven pooled OLS Schätzung zufolge war der Effekt fast doppelt so groß. Es scheint also auch einen Unterschied zwischen Personen zugeben. Personen, die im Durchschnitt wahrscheinlicher raus gehen wollen, gehen im Durchschnitt auf häufiger raus.

Least Squares mit Dummy Variablen (LSDV)

- Es wird ein Dummy-Indikator für jede $n-1$te Person in das Modell aufgenommen.

```
d %>% lm(verh1 ~ verhint1 + factor(IDsosci), data = .) %>% tidy() %>% mutate_if(is.numeric,
    round, 2) %>% print(n = 17)
```

```
## # A tibble: 577 x 5
##    term                  estimate std.error statistic p.value
##    <chr>                    <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
##  1 (Intercept)               0.65      0.28      2.31    0.02
##  2 verhint1                  0.35      0.02     21.5     0
##  3 factor(IDsosci)02E6C8    -0.35      0.4      -0.86    0.39
##  4 factor(IDsosci)050IPY     1.21      0.4       3.01    0
##  5 factor(IDsosci)05J4R8     0.32      0.4       0.79    0.43
```

```
##  6 factor(IDsosci)08BDZJ    0.96       0.4       2.39    0.02
##  7 factor(IDsosci)0BHGLF    0.570      0.4       1.42    0.16
##  8 factor(IDsosci)0EB6C1    0          0.4       0       1
##  9 factor(IDsosci)0EO9L2    1.95       0.4       4.82    0
## 10 factor(IDsosci)0F5L9Z    1.64       0.4       4.06    0
## 11 factor(IDsosci)0KAKHF    2.2        0.4       5.44    0
## 12 factor(IDsosci)0KYYAJ   -0.01       0.4      -0.02    0.98
## 13 factor(IDsosci)0ONV4O    0.33       0.4       0.82    0.41
## 14 factor(IDsosci)0PKFWT   -0.09       0.4      -0.22    0.83
## 15 factor(IDsosci)0ZCKB5    0.32       0.4       0.79    0.43
## 16 factor(IDsosci)114OWA    0.33       0.4       0.82    0.41
## 17 factor(IDsosci)11KVRK   -0.17       0.4      -0.43    0.67
## # ... with 560 more rows
```

- Der Punktschätzer b_X entspricht genau dem Punktschätzer nach der within-person Transformation.
- Zusätzlich gibt die Regressionskonstante den Mittelwert für Person 1 an und die $n-1$ Koeffizienten der Dummy-Variablen die Abweichung der übrigen Personen von diesem Mittelwert. Es gelten die üblichen Regeln für die Interpretation solcher Koeffizienten.

Welche Modellspezifikation soll ich nutzen?

1) Der Schätzer des durchschnittlichen kausalen Effekts in der no pooling Spezifikation ist im Vergleich zu den beiden anderen Varianten weniger effizient. Außerdem ist er praktisch schwieriger zu ermitteln, da er erst aus den Schätzern der Einzel-Modelle berechnet werden muss. Wenn wir die Annahme eines homogenen kausalen Effekts treffen (und das tun wir üblicherweise), dann gibt es keinen Grund, das no pooling Modell in der Praxis zu verwenden.

2) Die Spezifikationen mit within-person Transformation und LSDV ergeben dieselben Punktschätzer für den kausalen Effekt und sind insofern austauschbar.

3) Die Standardfehler des Modells mit einer naiven within-person Transformation (wie oben dargestellt) sind zu klein, da wir die Stichprobenmittelwerte und nicht die (mit Unsicherheit behafteten) Schätzer der Populationsmittelwerte zur Zentrierung verwenden. Die Standardfehler müssen daher angepasst werden (passiert in spezialisierten Software-Paketen automatisch).

4) Die LSDV Spezifikation ist in fast jedem Softwarepaket einfach umzusetzen. Mit großen Datensätzen wird aber die Schätzung langsam und der Output unübersichtlich.

- Unabhängig von der Spezifikation gelten weiterhin alle Annahmen der (OLS) Regression. Besonders gern vergessen wird der *omitted variable* *bias* durch nicht gemessene, über die Zeit variierende Z. *Fixed effects* Modelle kontrollieren nur die Z, die auf konstante Merkmale der als *fixed effects* spezifizierten Einheiten zurückgehen.

- Insgesamt sind viele quantitative Sozialforscher*innen (v.a. die mit einer Ökonometrie-Ausbildung) der Ansicht, dass *fixed effects* Modelle die beste Methode sind, um kausale Effekte aus nicht-experimentellen Daten zu schätzen.

Mehre fixed effects in einem Modell – Perioden-Effekte

- Grundsätzlich können in einem Modell beliebig viele *fixed effects* spezifiziert werden.
- In Paneldaten ist der Erhebungszeitpunkt bzw. die Erhebungsperiode (Panelwelle) eine typische Variable, über die verschiedene, für alle Personen konstante Effekte kontrolliert werden können.
- Einige Lehrbücher empfehlen, dies *immer* zu tun, da kausale Effekte von Ereignissen, die für alle Einheiten konstant sind, statistisch nicht identifiziert sind.
- Eine typische Spezifikation ist die Aufnahme eines *fixed effects* für den Indikator der Panelwelle.
- In der LSDV-Spezifikation kann einfach ein weiterer Dummy-Faktor hinzugefügt werden. Die within-person Transformation ist mathematisch komplizierter, wird aber in spezialisierten Software-Pakten im Hintergrund erledigt. Es können auch beide Spezifikationen kombiniert werden, wenn z.B. die Periodeneffekte von inhaltlichem Interesse sind und im Output angezeigt werden sollen (siehe nächsten Teilabschnitt).

Ein Beispiel mit *fixed effects* für Personen und Perioden

```
d %>% lm(verh1 ~ verhint1 + factor(wave) + factor(IDsosci), data = .) %>% tidy() %>%
  mutate_if(is.numeric, round, 2) %>% print(n = 17)
```

```
## # A tibble: 580 x 5
##    term                   estimate std.error statistic p.value
##    <chr>                     <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
##  1 (Intercept)                0.6       0.28      2.13    0.03
##  2 verhint1                   0.33      0.02     19.8     0
##  3 factor(wave)2              0.02      0.03      0.6     0.55
##  4 factor(wave)3              0.14      0.03      4.15    0
##  5 factor(wave)4              0.12      0.03      3.41    0
##  6 factor(IDsosci)02E6C8     -0.33      0.4      -0.83    0.41
##  7 factor(IDsosci)050IPY      1.26      0.4       3.15    0
##  8 factor(IDsosci)05J4R8      0.34      0.4       0.85    0.39
##  9 factor(IDsosci)08BDZJ      1.01      0.4       2.53    0.01
## 10 factor(IDsosci)0BHGLF      0.59      0.4       1.48    0.14
```

```
## 11 factor(IDsosci)0EB6C1     0          0.4       0        1
## 12 factor(IDsosci)0EO9L2     2.02       0.4       5.01     0
## 13 factor(IDsosci)0F5L9Z     1.68       0.4       4.2      0
## 14 factor(IDsosci)0KAKHF     2.27       0.4       5.63     0
## 15 factor(IDsosci)0KYYAJ     0          0.4       0.01     0.99
## 16 factor(IDsosci)0ONV4O     0.34       0.4       0.84     0.4
## 17 factor(IDsosci)0PKFWT    -0.08       0.4      -0.21     0.84
## # ... with 563 more rows
```

- $b_{verhint1}$ quantifiziert weiterhin den kausalen Effekt von Interesse. Er ist robust gegen die Kontrolle des Periodeneffekts.
- Die b_{wave_t} zeigen den Kontrast zur ersten Welle. In diesem Fall sind liegen in der dritten und vierten Welle die Häufigkeiten des Rausgehens höher als noch in den ersten beiden Wellen.
- Die b_{id_i} zeigen weiterhin den Kontrast zu Person 1 (substantiell nicht sonderlich interessant).

3.2 Übungsaufgaben 1

1) Schätze den kausalen Effekt der Einstellung zum Verhalten, weniger als 1.5m Abstand zu Personen zu halten, die nicht im gleichen Haushalt leben `ein3`, auf die diesbezügliche Verhaltensintention (`verhint3`).
   - Schätze zuerst das *falsche* pooled OLS Modell.
   - Schätze dann das einfache *fixed effects* Modell mit einer Spezifikation deiner Wahl.
   - Vergleiche schließlich die Modelle mit und ohne Periodeneffekt.
2) Spezifiziere, schätze und interpretiere ein eigenes bivariates *fixed effects* Modell mit Daten aus dem Beispieldatensatz.

3.3 *Fixed effects* Modelle in der praktischen Anwendung

- Auch wenn wir das *fixed effects* Modell nur mit `stats::lm()` und der LSDV-Spezifikation schätzen können, ist die weitere Arbeit mit diesen Modellen nicht ideal - besonders, wenn wir tiefer in Detail-Anpassungen einsteigen.
- Zudem wird das Schätzen mit `stats::lm()` und LSDV bei großen Datensätzen und mit vielen *fixed effects* langsam.
- `plm` (Croissant et al., 2020) ist das etablierte Paket für das Schätzen von ökonometrischen Panel-Modellen in `R`. Es bietet ein einfaches Interface zu allen Standardmodellen (und zu den übrigen Klassikern der Ökonometrie, instrumental variables, differences in differences).
- Das Schätzen der Modelle basiert auf OLS mit Datentransformationen im Hintergrund. Dadurch ist das Schätzen wesentlich schneller als mit einer

LSDV-Spezifikation. Die notwendigen Anpassungen der Standardfehler werden ebenfalls vorgenommen.

Spezifikation eines einfachen *fixed effects* Modells mit `plm`

- Das *fixed effects* Modell wird über `model = "within"` angefordert. Mit `index = "IDsosci"` wird der Indikator für die Einheiten angegeben.

```
d %>% plm(verh1 ~ verhint1, data = ., index = "IDsosci", model = "within") %>% summary()
```

```
## Oneway (individual) effect Within Model
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1, data = ., model = "within", index = "IDsosci")
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -3.0000 -0.1635  0.0000  0.0959  3.0000
##
## Coefficients:
##          Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
## verhint1   0.3459     0.0161    21.5   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    702
## Residual Sum of Squares: 554
## R-Squared:      0.212
## Adj. R-Squared: -0.0512
## F-statistic: 463.924 on 1 and 1727 DF, p-value: <2e-16
```

- Der Output von `summary()` liefert eine korrekte Beschreibung der Fallzahlen im Datensatz.
- Beachte: Das angepasste R^2 ist hier (wie in vielen *fixed effects* Modellen) negativ. Das ist kein Grund zur Beunruhigung. Die Logik dahinter kann gut nachvollzogen werden, wenn wir uns die LSDV-Spezifikation in Erinnerung rufen. Zusätzlich zu den inhaltlich relevanten Prädiktoren enthält das Modell $n-1$ Prädiktoren für die Einheiten.

Mehre *fixed effects* in einem Modell – Perioden-Effekte mit `plm`

- `plm` bietet zwei Möglichkeiten, die Perioden-Effekte zu spezifizieren (identische Ergebnisse, anderer Output):

1) Zwei Indices `index=c("IDsosci", "wave")` und `effect = "twoways"` für die within-Transformation.
   - Es wird "still" für Personen und Perioden kontrolliert, beide werden nicht im Output angezeigt.
   - Das R^2 bezieht sich nur auf die Varianzaufklärung durch die Prädiktoren.
2) Perioden-Effekt als Dummies hinzufügen.
   - Praktisch, wenn es nur wenige Perioden gibt und wir die Ergebnisse dazu direkt im Output sehen wollen.
   - Das R^2 bezieht sich auf die Varianzaufklärung durch die Prädiktoren und den Perioden-Effekt.

```
d %>% plm(verh1 ~ verhint1, data = ., index = c("IDsosci", "wave"), model = "within",
    effect = "twoways") %>% summary()
```

```
## Twoways effects Within Model
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1, data = ., effect = "twoways",
##     model = "within", index = c("IDsosci", "wave"))
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -3.0705 -0.1806  0.0117  0.1316  3.0494
##
## Coefficients:
##          Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
## verhint1   0.3288     0.0166    19.8   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    670
## Residual Sum of Squares: 546
## R-Squared:      0.185
## Adj. R-Squared: -0.0886
## F-statistic: 391.609 on 1 and 1724 DF, p-value: <2e-16
```

```
mdl_pfe_pdv = d %>% plm(verh1 ~ verhint1 + factor(wave), data = ., index = "IDsosci",
    model = "within")
mdl_pfe_pdv %>% summary()
```

```
## Oneway (individual) effect Within Model
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1 + factor(wave), data = ., model = "within",
```

```
##     index = "IDsosci")
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -3.0705 -0.1806  0.0117  0.1316  3.0494
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
## verhint1        0.3288     0.0166   19.79  < 2e-16 ***
## factor(wave)2   0.0200     0.0336    0.60  0.55169
## factor(wave)3   0.1400     0.0337    4.15 0.000034 ***
## factor(wave)4   0.1178     0.0345    3.41  0.00065 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    702
## Residual Sum of Squares: 546
## R-Squared:      0.223
## Adj. R-Squared: -0.0377
## F-statistic: 123.824 on 4 and 1724 DF, p-value: <2e-16
```

Robuste Standardfehler

- In der ökonometrischen Diskussion ist die Wahl der korrekten (robusten) Standardfehler sehr prominent. Diese sind robust gegen Verletzung verschiedener Annahmen, z.B. durch serielle Korrelationen der Residuen oder Heteroskedastizität.
- Das `lmtest` Paket (Hothorn et al., 2019) ist kompatibel mit Modellen aus `plm`. Es implementiert zahlreiche robuste Schätzer bzw. Korrekturen.
- Hier die "normalen" Standardfehler und bei Heteroskedastizität robuste Standardfehler sowie die darauf basierenden Konfidenzintervalle im Vergleich.
- Weiter wollen wir dieses Thema hier nicht vertiefen. Ich empfehle für die Details der Umsetzung in `plm` Millo (2017) und zu einer kritischen Auseinandersetzung King and Roberts (2015).

```r
# Normale SE und CI
mdl_pfe_pdv %>% coeftest() %>% round(3)
```

```
##
## t test of coefficients:
##
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
```

```
## verhint1         0.329      0.017   19.79   <2e-16 ***
## factor(wave)2    0.020      0.034    0.60    0.552
## factor(wave)3    0.140      0.034    4.15   <2e-16 ***
## factor(wave)4    0.118      0.034    3.42    0.001 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
mdl_pfe_pdv %>% coefci() %>% round(3)
```

```
##                2.5 % 97.5 %
## verhint1       0.296  0.361
## factor(wave)2 -0.046  0.086
## factor(wave)3  0.074  0.206
## factor(wave)4  0.050  0.185
```

```
# Heteroskedasticity-robust SE and CI
mdl_pfe_pdv %>% coeftest(vcov. = vcovHC) %>% round(3)
```

```
##
## t test of coefficients:
##
##                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## verhint1          0.329      0.028   11.87   <2e-16 ***
## factor(wave)2     0.020      0.029    0.69     0.49
## factor(wave)3     0.140      0.036    3.85   <2e-16 ***
## factor(wave)4     0.118      0.032    3.70   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
mdl_pfe_pdv %>% coefci(vcov. = vcovHC) %>% round(3)
```

```
##                2.5 % 97.5 %
## verhint1       0.274  0.383
## factor(wave)2 -0.037  0.077
## factor(wave)3  0.069  0.211
## factor(wave)4  0.055  0.180
```

Aufnahme weiterer über die Zeit variierender Prädiktoren

- Die Aufnahme weiterer Prädiktoren, die über die Zeit variieren, erfolgt prinzipiell wie im bekannten OLS Modell.
- Wichtig ist, dass es bei *fixed effects* Modellen explizit um das Schätzen von kausalen Effekten geht. Entsprechend bedacht sollte die Auswahl von weiteren Prädiktoren sein. Ein "kitchen sink" Ansatz, den man vor allem in OLS mit Querschnittsdaten sieht, ist hier nicht angebracht. Es muss (wie eigentlich immer) darauf geachtet werden, welche Koeffizienten eines Regressionsmodells kausal interpretiert werden dürfen (Keele et al., 2019).

Im *fixed effects* Modell müssen wir uns das ganz explizit vergegenwärtigen und in der Ergebnisdarstellung berücksichtigen, da die Modellklasse kausale Effekte impliziert.

- Nach der TPB dürfen wir dieses Modell annehmen, da die drei Prädiktoren auf derselben kausalen Stufe stehen: Verhaltensintention ~ Einstellung + Deskriptive Norm + Injunktive Norm. Hier schätzen wir das Modell für die Verhaltensintention *Rausgehen ohne triftigen Grund*.

```
d %>% plm(verhint1 ~ ein1 + desnormp1 + injnormp1 + factor(wave), data = ., index = "IDsosci",
    model = "within") %>% tidy() %>% mutate_if(is.numeric, round, 2)
```

```
## # A tibble: 6 x 5
##   term          estimate std.error statistic p.value
##   <chr>            <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
## 1 ein1              0.31      0.02     12.4     0
## 2 desnormp1         0.05      0.03      1.56    0.12
## 3 injnormp1         0.1       0.03      3.31    0
## 4 factor(wave)2     0.21      0.05      4.69    0
## 5 factor(wave)3     0.24      0.05      5.3     0
## 6 factor(wave)4     0.39      0.05      8.32    0
```

- Vor allem die Einstellung zum Verhalten und die wahrgenommenen normativen Erwartungen haben stärkere kausale Effekte auf die Verhaltensintention.

Aufnahme eines Personenmerkmals (funktioniert nicht, ohne Warnung!)

- In einer typischen Regresssionanalyse würden wir uns z.B. auch dafür interessieren, ob sich das Verhalten nach dem Geschlecht unterscheidet. Wir nehmen also `C_sex` in die Formel auf, mit der wir das Modell in `plm` spezifizieren.

```
d %>% plm(verh1 ~ verhint1 + C_sex + factor(wave), data = ., index = "IDsosci", model = "within")
    summary
```

```
## Oneway (individual) effect Within Model
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1 + C_sex + factor(wave), data = .,
##     model = "within", index = "IDsosci")
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -3.0705 -0.1806  0.0117  0.1316  3.0494
```

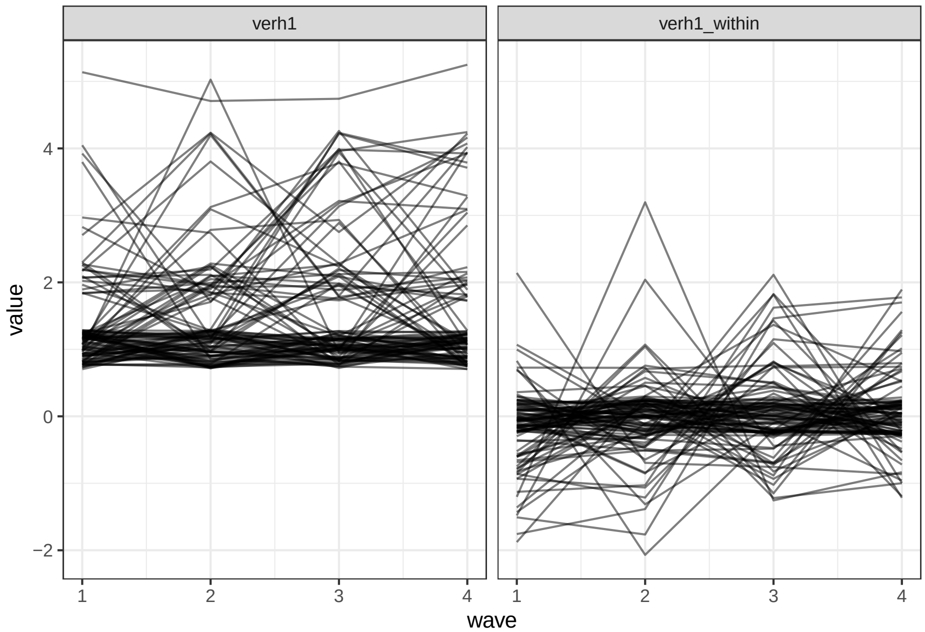
```
##
## Coefficients:
##                Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
## verhint1         0.3288     0.0166   19.79  < 2e-16 ***
## factor(wave)2    0.0200     0.0336    0.60  0.55169
## factor(wave)3    0.1400     0.0337    4.15 0.000034 ***
## factor(wave)4    0.1178     0.0345    3.41  0.00065 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    702
## Residual Sum of Squares: 546
## R-Squared:      0.223
## Adj. R-Squared: -0.0377
## F-statistic: 123.824 on 4 and 1724 DF, p-value: <2e-16
```

- Geschlecht wird nicht in das Modell aufgenommen. Vorsicht: Es taucht einfach nicht im Ergebnis auf, obwohl es in der Formel steht (siehe `Call` in der Summary)

Warum wird das Personenmerkmal nicht ins Modell aufgenomen?

- Within-person Transformation entfernt die gesamte between-person Varianz aus den Daten: $\bar{y}_i = 0$.
- Daher können innerhalb der Personen invariante Merkmale keine Unterschiede erklären.

```
id_smple = sample(unique(d$IDsosci), 100)
d %>% filter(IDsosci %in% id_smple) %>% select(IDsosci, wave, verh1) %>% group_by(IDsos
    mutate(verh1_within = verh1 - mean(verh1)) %>% ungroup() %>% gather(transformation
    value, -IDsosci, -wave) %>% ggplot(aes(wave, value, group = IDsosci)) + geom_line(p
    height = 0.3), show.legend = FALSE, alpha = 0.5) + facet_wrap("transformation")
```



- Die Abbildung verdeutlicht dies anhand von 100 zufällig ausgewählten Personen aus dem Datensatz. Vor der Transformation gibt es (etwas) Varianz im Level des berichteten Verhaltens zwischen den Personen. Durch die Transformation verschwinden diese Unterschiede, es bleibt nur die Variation innerhalb der Personen über die Zeit.

- Das gleiche gilt für Prädiktoren, die als Merkmale anderer Einheiten, die wir als *fixed effects* spezifiziert haben, konstant sind. In diesem Beispiel wären dies Eigenschaften der Perioden, also z.B. neue Schutzmaßnahmen bzw. deren Lockerung, soweit sie alle Personen gleichermaßen im gleichen Zeitraum betreffen.

Interaktionen mit Personenmerkmalen

- Wir können jedoch Interaktionen zwischen über die Zeit variierenden Prädiktoren und Personenmerkmalen (oder Merkmalen anderer *fixed effects* Einheiten) ins Modell aufnehmen.
- Bei kategoriellen Moderator-Variablen erhalten wir Schätzer der Unterschiede zwischen gruppenspezifischen Effekten, z.B. den Unterschied zwischen den Effekten der Verhaltensintention auf das Verhalten für Frauen und Männer.
- Bei kontinuierlichen Moderator-Variablen gelten die üblichen Fallstricke: Der Koeffizient des Prädiktors ist nun der einfache Effekt für den Fall, dass der Moderator gleich 0 ist. Der Koeffizient des Interaktionsterms quantifiziert den Unterschied des Effekts zwischen zwei Personen, die sich auf dem Moderator um eine Einheit unterscheiden.

```
d %>% plm(verh1 ~ verhint1 * C_sex + factor(wave), data = ., index = "IDsosci", model =
    tidy() %>% mutate_if(is.numeric, round, 2)
```

```
## # A tibble: 5 x 5
##   term             estimate std.error statistic p.value
##   <chr>               <dbl>     <dbl>     <dbl>   <dbl>
## 1 verhint1             0.34      0.03     13.2     0
## 2 factor(wave)2        0.02      0.03      0.59    0.55
## 3 factor(wave)3        0.14      0.03      4.14    0
## 4 factor(wave)4        0.12      0.03      3.42    0
## 5 verhint1:C_sex      -0.01      0.03     -0.39    0.7
```

- Der Effekt ist in der Stichprobe für Frauen minimal schwächer als für Männer. Der Unterschied ist jedoch weder substantiell noch statistisch bedeutsam.

3.4 Zusammenfassung: Vor- und Nachteile des *fixed effects* Modells

> In many applications the whole point of using panel data is to allow for a_i to be arbitrarily correlated with the x_{it}. A fixed effects analysis achieves this purpose explicitly. — Wooldridge (2010), S. 300

> By controlling out context, FE models effectively cut out much of what is going on — goings-on that are usually of interest to the researcher, the reader and the policy maker. We contend that models that control out, rather than explicitly model, context and heterogeneity offer overly simplistic and impoverished results that can lead to misleading interpretations. — Bell and Jones (2015), S. 134

- Das *fixed effects* Modell ist nützlich, wenn wir einen kausalen Effekt, der sich innerhalb von Einheiten (Personen) abspielt, schätzen wollen.

- Das *fixed effects* Modell kann keine Merkmale der Einheiten (Personen) als Prädiktoren berücksichtigen, da die gesamten einheiten(personen)spezifischen Unterschiede bereits durch die *fixed effects* erklärt werden.

- Wir interessieren uns aber häufig (auch) für die Unterschiede zwischen Einheiten (Personen). Das *fixed effects* Modell macht Antworten auf solche Fragen unmöglich.

- Ein weiterer, damit unverbundener Nachteil des *fixed effects* Modells ist die starke Anfälligkeit für Messfehler. Die Transformation verringert die wahre Varianz deutlich, während große Teile der Messfehlervarianz erhalten bleiben (sie sind nicht personenspezifisch).

3.5 Übungsaufgaben 2

1) Schätze den kausalen Effekt der Einstellung zum Verhalten, weniger als 1.5m Abstand zu Personen zu halten, die nicht im gleichen Haushalt leben `ein3`, auf die diesbezügliche Verhaltensintention (`verhint3`). Berücksichtige dabei die Periodeneffekte der Panelwellen. Siehe dazu auch Übung 1.
    - Verwende jetzt `plm` für die Schätzung.
    - Nimm zusätzlich die wahrgenommene deskriptive Norm `desnormp3` in das Modell auf.
    - Prüfe, ob sich die Effekte nach Geschlecht (`C_sex`) unterscheiden.
2) Spezifiziere, schätze und interpretiere ein eigenes *fixed effects* Modell mit Daten aus dem Beispieldatensatz. Nutze dabei alle Techniken (unterschiedliche Spezifikation, Standardfehler, Moderation, mehrere Prädiktoren), die du ausprobieren und zu denen du ggf. Fragen stellen willst.

Chapter 4

Random effects Modelle

- In diesem Abschnitt beschäftigen wir uns mit *random effects* Modellen. Zuerst führen wir die Modellklasse ein. Dann betrachten wir kurz, wie die Modelle in der Tradition der Ökonometrie mit `plm` spezifiziert werden können, bevor wir zur allgemeineren Umsetzung mit dem Paket für Mehrebenen- bzw. *mixed effects* Modelle `lme4` kommen.

4.1 Einführung: Random effects Modelle für Paneldaten

Modellspezifikation

- Anstatt wie im *fixed effects* Modell für jede Einheit (Person) eine separate Konstante α_i zu schätzen, können wir einen "soft constraint" (Gelman and Hill, 2006, S. 257) setzen, dass die personenspezifischen Konstanten bzw. Residuen einer Verteilung folgen:
  - $\alpha_i \sim \mathcal{N}(\mu_\alpha, \sigma^2_\alpha)$ mit $i = 1, ..., n$
- Das *random effects* Panel-Modell wird geschätzt als
  - $y_{it} = x'_{it}\beta + z'_i\gamma + v_{it}$
  - $v_{it} = \alpha_i + u_{it}$
  - mit y_{it} über Personen (i) und Zeit (t) variierendes Kriterium, x'_{it} über Personen und Zeit variierende Prädiktoren, β Koeffizienten der über Personen und Zeit variierenden Prädiktoren, z'_i über Personen variierende Prädiktoren, γ Koeffizienten der über Personen variierenden Prädiktoren, v_{it} gesamter Fehlerterm, α_i personenspezifische Konstanten, u_{it} Residuen.

- Damit die Schätzer für β' unverzerrt sind, müssen zwei Annahmen erfüllt sein:
    1. Keine über die Zeit konstante Heterogenität, deren Ursache nicht im Modell ist
    - $\mathrm{E}(\alpha_i|x_{it}) = \mathrm{E}(\alpha_i) = 0$
    2. Keine über die Zeit variierende Heterogenität, deren Ursache nicht im Modell ist
    - $\mathrm{E}(u_{it}|x_{it}, \alpha_i) = 0, \quad t = 1, ..., T.$

Vorteile der *random effects* Modelle für Panel-Daten

- Schätzer für über die Zeit konstante Prädiktoren und gleichzeitig Konstante für jede Person.
- Schätzer von über die Zeit variierenden und über die Zeit konstanten Prädiktoren können verglichen werden.
- Vorhersagen für neue Personen außerhalb der Stichprobe können unter Einbeziehung aller Informationen und unter Berücksichtigung der gesamten Unsicherheit gemacht werden.
- Die Annahme homogener Treatment-Effekte kann gelockert werden.

Sind die Annahmen des *random effects* Modell für Paneldaten jemals erfüllt?

> The only difference between RE and FE lies in the assumption they make about the relationship between   and the observed predictors: RE models assume that the observed predictors in the model are not correlated with v while FE models allow them to be correlated.
>
> A moment's reflection on what v represents—-all unmeasured time-constant factors about the respondent—-should lead anyone to realize that the RE assumption is heroic in social research, to say the least.
>
> The idea that the characteristics we don't (or can't) measure (like personality or genetic influences) are uncorrelated with the things we usually do measure (like income or church attendance) is implausible.
> — Vaisey and Miles (2017), S. 47

Hausman-Test

- Der Hausman-Test prüft, ob das *random effects* Modell konsistent ist.
- Nach der traditionellen Sichtweise der Ökonometrie spricht das Verwerfen der H_0 im Hausman-Test gegen das Schätzen eines *random effects* Modells.
- Da das *random effects* Modell in der Lage ist, Forschungsfragen zu beantworten, an denen das *fixed effects* Modell per Definition scheitert, lässt

sich die Wahl des *random effects* Modells auch inhaltlich begründen — ohne einen Hausman-Test durchzuführen.

- Der Hausman-Test kann mit der Funktion `plm::phtest()` durchgeführt werden.

```
phtest(verh1 ~ verhint1, data = d, index = "IDsosci")
```

```
##
##  Hausman Test
##
## data:  verh1 ~ verhint1
## chisq = 301, df = 1, p-value <2e-16
## alternative hypothesis: one model is inconsistent
```

- In diesem Beispiel spricht der Hausman-Test dagegen, ein *random effects* Modell zu schätzen.

4.2 Random effects Modelle mit `plm`

- *Random effects* Modelle für Paneldaten in der ökonometrischen Tradition lassen sich mit `plm` schätzen. Die Schätzung erfolgt auf Basis von Transformationen im Least-squares-Framework (ich habe keine Ahnung, wie das funktioniert). Ich selbst nutze diese Funktionalität in der Praxis nicht. Die Modellspezifikationen sind im Folgenden der Vollständigkeit halber kurz aufgeführt.

```
# Einfaches RE Modell
d %>% plm(verh1 ~ verhint1, data = ., index = "IDsosci", model = "random") %>% summary()
```

```
## Oneway (individual) effect Random Effect Model
##    (Swamy-Arora's transformation)
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1, data = ., model = "random", index = "IDsosci")
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Effects:
##                  var std.dev share
## idiosyncratic 0.3206  0.5663  0.81
## individual    0.0744  0.2728  0.19
## theta: 0.28
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -2.4448 -0.1055 -0.0727  0.0389  3.6473
##
```

```
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error z-value Pr(>|z|)
## (Intercept)   0.5690     0.0276    20.6   <2e-16 ***
## verhint1      0.5320     0.0120    44.5   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    1530
## Residual Sum of Squares: 823
## R-Squared:      0.463
## Adj. R-Squared: 0.462
## Chisq: 1981.77 on 1 DF, p-value: <2e-16
```

```
# Mit zusätzlichem Faktor Welle
d %>% plm(verh1 ~ verhint1, data = ., index = c("IDsosci", "wave"), model = "random",
    effect = "twoways") %>% summary()
```

```
## Twoways effects Random Effect Model
##    (Swamy-Arora's transformation)
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1, data = ., effect = "twoways",
##     model = "random", index = c("IDsosci", "wave"))
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Effects:
##                   var std.dev share
## idiosyncratic 0.31654 0.56262  0.80
## individual    0.07546 0.27470  0.19
## time          0.00263 0.05133  0.01
## theta: 0.285 (id) 0.585 (time) 0.254 (total)
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -2.4799 -0.1144 -0.0697  0.0418  3.6722
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error z-value Pr(>|z|)
## (Intercept)   0.5724     0.0390    14.7   <2e-16 ***
## verhint1      0.5301     0.0121    43.7   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    1490
## Residual Sum of Squares: 817
```

```
## R-Squared:      0.453
## Adj. R-Squared: 0.453
## Chisq: 1906.68 on 1 DF, p-value: <2e-16
```

```
# Mit FE für Welle
d %>% plm(verh1 ~ verhint1 + factor(wave), data = ., index = "IDsosci", model = "random") %>%
    summary()
```

```
## Oneway (individual) effect Random Effect Model
##    (Swamy-Arora's transformation)
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1 + factor(wave), data = ., model = "random",
##     index = "IDsosci")
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Effects:
##                  var std.dev share
## idiosyncratic 0.3165  0.5626  0.81
## individual    0.0755  0.2747  0.19
## theta: 0.285
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -2.5049 -0.1345 -0.0672  0.0510  3.6936
##
## Coefficients:
##                Estimate Std. Error z-value Pr(>|z|)
## (Intercept)     0.56642    0.03306   17.13   <2e-16 ***
## verhint1        0.53001    0.01219   43.49   <2e-16 ***
## factor(wave)2 -0.04533    0.03534   -1.28    0.200
## factor(wave)3  0.06729    0.03539    1.90    0.057 .
## factor(wave)4  0.00283    0.03580    0.08    0.937
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    1520
## Residual Sum of Squares: 817
## R-Squared:      0.463
## Adj. R-Squared: 0.462
## Chisq: 1983.94 on 4 DF, p-value: <2e-16
```

```
# Mit Prädiktor auf Personenebene (funktioniert nicht in FE, siehe oben)
d %>% plm(verh1 ~ verhint1 + C_sex, data = ., index = c("IDsosci", "wave"), model = "random",
    effect = "twoways") %>% summary()
```

```
## Twoways effects Random Effect Model
##    (Swamy-Arora's transformation)
##
## Call:
## plm(formula = verh1 ~ verhint1 + C_sex, data = ., effect = "twoways",
##     model = "random", index = c("IDsosci", "wave"))
##
## Balanced Panel: n = 576, T = 4, N = 2304
##
## Effects:
##                   var std.dev share
## idiosyncratic 0.31654 0.56262  0.80
## individual    0.07478 0.27347  0.19
## time          0.00263 0.05133  0.01
## theta: 0.283 (id) 0.585 (time) 0.253 (total)
##
## Residuals:
##    Min. 1st Qu.  Median 3rd Qu.    Max.
## -2.4432 -0.1535 -0.0481  0.0479  3.7019
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error z-value Pr(>|z|)
## (Intercept)   0.6420     0.0455    14.1   <2e-16 ***
## verhint1      0.5276     0.0122    43.4   <2e-16 ***
## C_sex        -0.1066     0.0356    -3.0   0.0027 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    1500
## Residual Sum of Squares: 815
## R-Squared:      0.456
## Adj. R-Squared: 0.455
## Chisq: 1927.32 on 2 DF, p-value: <2e-16
```

4.3 Kurze Einführung zu mixed effects Modellen

- Auch bekannt als *random effects*, *multilevel/Mehrebenen*- oder *hierarchical/hierarchische* Modelle; das Begriffswirrwarr ist ein großes Problem (Gelman and Hill, 2006), das Denglisch macht es nicht besser.
    - siehe auch: https://twitter.com/chelseaparlett/status/1262390299785072647
- Wer mit diesen Modellen bereits vertraut ist, kann diesen Absatz überspringen.

- Ganz allgemein gesprochen sind *mixed effects* Modelle Regressionsmodelle für Beobachtungen von Einheiten, die in irgendeiner Art miteinander zu tun haben, also nicht unabhängig voneinander sind.
- Typische Beispiele sind Schüler*innen in Klassen in Schulen, Patient*innen in Krankenhäusern, Wähler*innen in Wahlkreisen, … .
- Paneldaten haben immer eine hierarchische Struktur: Beobachtungen (Level 1) sind innerhalb der Personen (Level 2) gruppiert.
- Die Bezeichnung *mixed effects* geht darauf zurück, dass in den Modellen sowohl *random effects* (Koeffizienten, die zwischen den Fällen innerhalb einer Gruppierung auf einer höheren Ebene variieren) als auch *fixed effects* (Koeffizienten, die für alle Fälle gleich sind) spezifiziert werden.

Warum wir in den Sozialwissenschaften nicht nur die traditionellen ökonometrischen Modelle verwenden

> Econometrics deal mostly with non-experimental data. Great emphasis is put on specification procedures and misspecification testing. Model specifications tend therefore to be very simple, while great attention is put on the issues of endogeneity of the regressors, dependence structures in the errors and robustness of the estimators under deviations from normality. — Croissant and Millo (2008)

- Historische Gründe und disziplinäre Entwicklungen: z.B. Ökonometriker bevorzugen fast immer Least Squares, andere Disziplinen Maximum Likelihood oder Bayesianische Methoden.
- Viele Sozialwissenschaften haben kompliziertere Datenstrukturen als das typische ökonometrische Panel, z.B. mehr als zwei Ebenen, nicht-hierarchische Datenstrukturen, heterogene Treatment-Effekte, … . Die flexible Modellierung solcher Strukturen gilt oft als wichtiger als die enger gefassten Schätz- und Identifikationsfragen, die Ökonometriker umtreiben.
- Die Ökonometrie betrachtet Abhängigkeitsstrukturen als eine Störgröße, deren Einfluss in den Modellen beschränkt werden soll. Andere sozialwissenschaftliche Disziplinen interessieren sich (auch, gerade) für diese Strukturen und ihre Konsequenzen.

4.3.1 Vorteile der *mixed effects* Modelle

- *Mixed effects* Modelle bieten einen einheitlichen Rahmen für die Modellierung von Datensätzen mit jeder Art von Abhängigkeitsstrukturen, seien sie hierarchisch, längsschnittlich oder eine Kombination aus beidem.
- Die Schätzung basiert auf (Restricted) Maximum Likelihood, der Umstieg auf bayesianische Schätzmethoden ist relativ einfach. Im Vergleich dazu

erfordern die Optionen, Tests und transformationsbasierten Least-Squares-Schätzer in der ökonometrischen Tradition erheblich mehr Einarbeitung, wenn man nicht auf eine entsprechende Ausbildung aufbauen kann.

- Wer die Logik von *mixed effects* Modellen einmal verstanden hat, kann die Modelle für verschiedenste Forschungsfragen und -desings einsetzen, u.a. Ländervergleiche in der komparativen Forschung, experimentelle within-subject Desings, verschiedene Längsschnittsdesigns wie experience sampling, Tagebücher, digitale Kommunikations- und Verhaltensspuren (z.B. Kommentare zu Posts auf Social Media Plattformen), … Mehrebenenstrukturen sind überall.
- Das Denken in Varianzkomponenten (siehe nächster Absatz) hilft uns, konzeptionell über die Bedeutung von Prädiktoren auf verschiedenen Ebenen nachzudenken.
- Einfache praktische Umsetzung: Das Paket `lme4` ist einfach zu verwenden, wenn man bereits etwas Erfahrung mit `stats::lm()` hat, und auch ein guter Einstieg in ähnlich aufgebaute Pakte zur bayesianischen Schätzung solcher Modelle (z.B. `rstanarm`, `brms`).

Varianzdekomposition und Intraklassen-Korrelation

- Wir interessieren uns dafür, welcher Anteil in der Varianz in Y auf stabile Unterschiede zwischen den Personen zurück geht und welcher auf Veränderungen innerhalb von Personen (potentielle kausale Effekte).
- In *mixed effects* Modellen können wir die Varianz-Anteile in einem so genannten Null-Modell, das nur die Struktur der Daten abbildet, aber keine Prädiktoren enthält, bestimmen:
  - $y_{it} = \alpha + v_{it}$ und $v_{it} = \alpha_i + u_{it}$
- Ohne die Konstante α erhalten wir
  - $y_{it} = \alpha_i + u_{it}$
- Da die Varianzen von α_i und u_{it} im Modell geschätzt werden, können wir den Anteil der personenspezifischen (Level 2) Varianz und den Anteil der idiosynkratischen Varianz in Y berechnen. Der Anteil der Level 2 Varianz an der gesamten Varianz wird auch als Intraklassen-Korrelation (intra-class correlation, ICC, ρ) bezeichnet.
- In unserem Beispiel möchten wir wissen, welcher Anteil der Varianz im Verlassen der Wohnung ohne triftigen Grund auf konstante Unterschiede zwischen den Personen zurückgeht (manche Personen wollen oder müssen, aus welchen Gründen auch immer, die Wohnung häufiger verlassen als andere).
- Dazu spezifizieren wir das Null-Modell mit `lme4::lmer()`. Das genaue Vorgehen beim Spezifizieren der Modelle folgt im nächsten Abschnitt.

Wichtig ist an dieser Stelle, dass mit `(1 | IDsosci)` jede Person eine eigene Konstante erhält (α_i in der Gleichung oben), die als Abweichung vom Gesamtmittel (α) geschätzt wird.

```r
# Null-Modell
m0 = lmer(verh1 ~ 1 + (1 | IDsosci), data = d)

m0 %>% summary()
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ 1 + (1 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 5576
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -4.139 -0.227 -0.121 -0.121  4.813
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  IDsosci  (Intercept) 0.594    0.771
##  Residual             0.407    0.638
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##             Estimate Std. Error       df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   1.5286     0.0347 575.0000      44   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# ICC 'von Hand'
0.5938/(0.5938 + 0.4065)
```

```
## [1] 0.59
```

```r
# Mit performance::icc()
icc(m0)
```

```
## # Intraclass Correlation Coefficient
##
##      Adjusted ICC: 0.594
##   Conditional ICC: 0.594
```

- Die Informationen zu den Varianzkomponenten findet sich im Output von `summary()` unter `Random effects`. Aus diesen Angaben können wir die ICC berechnen. Oder wir nutzen die Funktion `performance::icc()`.

- Fast 60% der Varianz im Verlassen der Wohnung geht auf Unterschiede zwischen Personen zurück.

- Im *fixed effects* Modell wird diese Varianz einfach aus den Daten entfernt. Über mehr als die Hälfte der Unterschiede können wir mit *fixed effects* Modellen also per Spezifikationslogik nichts aussagen.

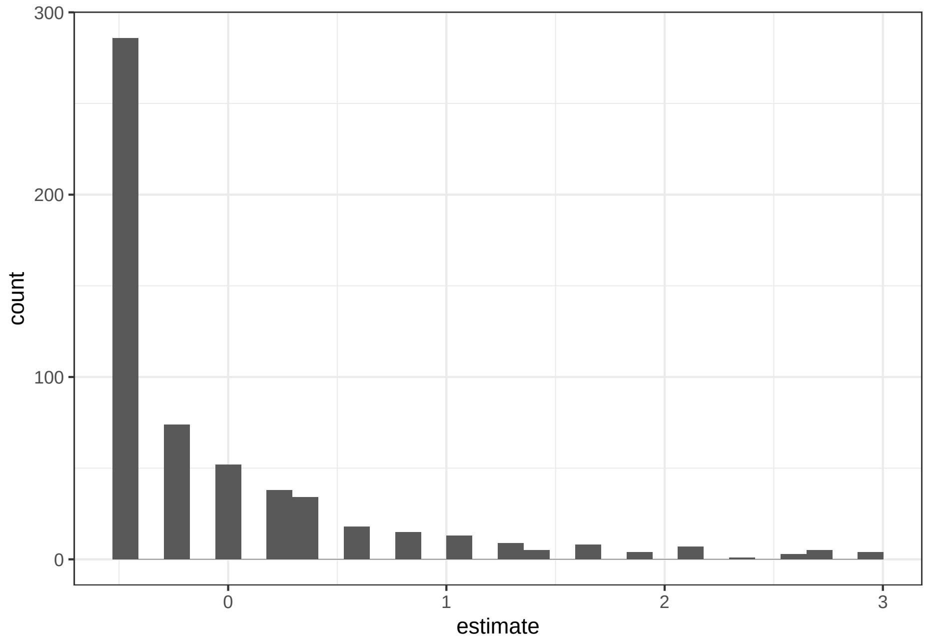
- Kausale Effekte innerhalb der Personen können damit *maximal* für 40% der Varianz verantwortlich sein.

- Allerdings müssen wir dabei beachten, dass auch der gesamte Messfehler (zumindest die zufällige Messfehlervarianz nach der CTT) ebenfalls in diesem Varianzanteil steckt.

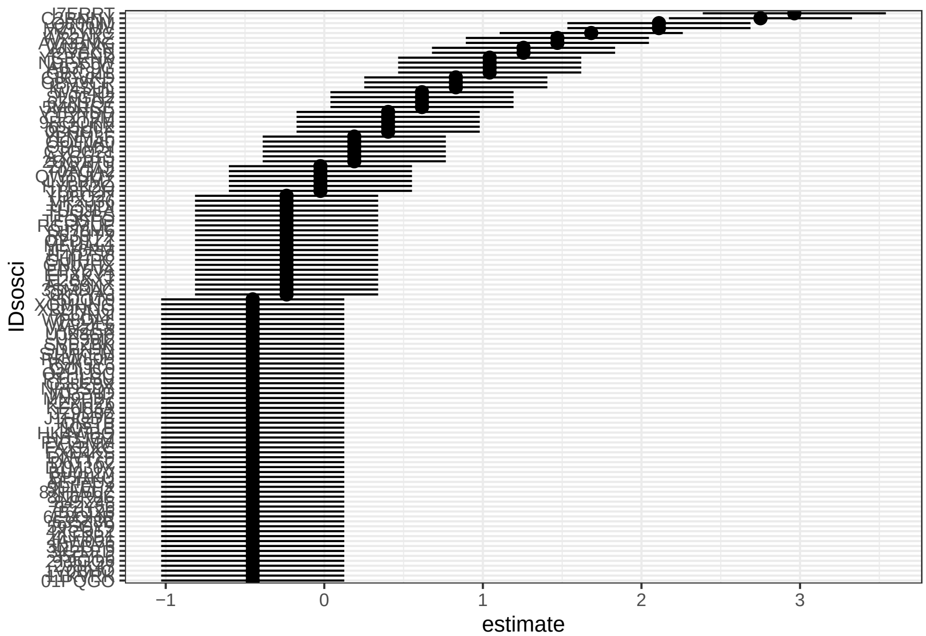
- Wir können die Schätzer der *random intercepts* für die Personen im Null-Modell auch dazu nutzen, uns einen Überblick zu verschaffen über die Verteilung der personenspezifischen Tendenz, die Wohnung ohne triftigen Grund zu verlassen. Die Schätzer können wir mit `ranef()` extrahieren, mit `broom.mixed::augment()` erhalten wir zusätzlich Standardfehler und Konfidenzintervalle in einem tidy data.frame.

```
# tibble der RE und ihre Verteilung als Histogramm
m0 %>% ranef() %>% augment(ci.level = 0.95) %>% as_tibble() %>% print(n = 12) %>%
    ggplot(aes(estimate)) + geom_histogram()
```

```
## # A tibble: 576 x 8
##    grp     variable    level  estimate       qq std.error     lb    ub
##    <fct>   <fct>       <fct>     <dbl>    <dbl>     <dbl>  <dbl> <dbl>
##  1 IDsosci (Intercept) 01PQG0  -0.451  -3.13        0.295 -1.03  0.126
##  2 IDsosci (Intercept) 02E6C8  -0.451  -2.79        0.295 -1.03  0.126
##  3 IDsosci (Intercept) 050IPY   1.47    1.53        0.295  0.892 2.05
##  4 IDsosci (Intercept) 05J4R8   0.189   0.571       0.295 -0.388 0.766
##  5 IDsosci (Intercept) 08BDZJ   1.26    1.41        0.295  0.679 1.83
##  6 IDsosci (Intercept) 0BHGLF   0.402   0.779       0.295 -0.175 0.980
##  7 IDsosci (Intercept) 0EB6C1  -0.451  -2.62        0.295 -1.03  0.126
##  8 IDsosci (Intercept) 0E09L2   2.32    2.02        0.295  1.75  2.90
##  9 IDsosci (Intercept) 0F5L9Z   1.68    1.63        0.295  1.11  2.26
## 10 IDsosci (Intercept) 0KAKHF   2.54    2.05        0.295  1.96  3.11
## 11 IDsosci (Intercept) 0KYYAJ  -0.238  -0.00653     0.295 -0.815 0.339
## 12 IDsosci (Intercept) 00NV40  -0.0245  0.321       0.295 -0.602 0.553
## # ... with 564 more rows
```




```r
# RE mit 95%-CIs (aus Darstellungsgründen nur jede fünfte Person)
m0 %>% ranef() %>% augment(ci.level = 0.95) %>% slice(seq(1, nrow(.), by = 5)) %>%
    ggplot(aes(estimate, level, xmin = lb, xmax = ub)) + geom_pointrangeh() + labs(y = "IDsosci")
```



- Die *random intercepts* Schätzer quantifizieren die Abweichung vom

Schätzer der Konstanten in der Gesamtpopulation, hier die Abweichung von 1.5. Die diskreten Werte kommen zustande, da es (wie bei einer Index-Bildung) mit 5 Ausprägungen und 4 Wellen nur eine begrenzte Anzahl an möglichen Personen-Mittelwerten gibt.
- Die Mehrheit der Personen tendiert dazu, eher selten ihre Wohnung ohne triftigen Grund zu verlassen.

Mehr als ein Gruppierungsfaktor

- Mit `lme4` können prinzipiell beliebig viele und arbiträr angeordnete (sie müssen nicht hierarchisch sein) *random effects* in ein Modell aufgenommen werden.
- Zu viele Faktoren oder Faktoren mit zu wenigen Ausprägungen können aber zu Problemen bei der (restricted) maximum likelihood Schätzung führen (Bayesianische Schätzverfahren können hier helfen).
- Wir könnten z.B. die geographische Region, in der die Personen leben, als einen weiteren, hierarchisch oberhalb der Person angesiedelten Faktor aufnehmen. Hätten wir eine sehr große Stichprobe mit ausreichend geographischer Variation, wäre dies spannend, da wir uns durchaus regionale Unterschiede vorstellen könnten.
- In Panel-Modellen liegt die Idee nahe, *random effects* für die Panel-Wellen aufzunehmen. Dieser Faktor ist nicht hierarchisch zu den Personen. Stattdessen gehört jede Messung zu genau einer Person und genau einer Welle. Diese Spezifikation wird auch *kreuzklassifiziert* / *cross-classified* / *crossed* genannt.
  - Wir nehmen den Faktor Welle auf, indem wir `+ (1 | wave)` in der Modell-Formel ergänzen.
  - Da wir nur Daten aus vier Wellen haben und die Varianz zwischen den Wellen sehr klein ist, kommt die *restricted maximum likelihood* Schätzung hier an ihre Grenzen. Eine Warnung wird ausgegeben. Wir könnten das Problem durch Herumfrickeln an den Einstellungen des Optimizer beheben, würden aber inhaltlich zu keiner anderen Schlussfolgerungen kommen. Um den Einstieg in die technischen Details zu vermeiden, verwenden wir hier aber das Modell mit der Warnmeldung.
  - Im Weiteren lösen wir das Problem, indem wir *fixed effects* für die Wellen aufnehmen.

```
# Null-Modell mit zwei Gruppierungsfaktoren
lmer(verh1 ~ 1 + (1 | IDsosci) + (1 | wave), data = d) %>% icc(by_group = TRUE)
```

```
## Warning in checkConv(attr(opt, "derivs"), opt$par, ctrl = control$checkConv, :
## Model failed to converge with max|grad| = 0.00262857 (tol = 0.002, component 1)
```

```
## # ICC by Group
##
## Group   |   ICC
```

```
## ---------------
## IDsosci | 0.595
## wave    | 0.018
```

- Nur ein sehr geringer Teil der gesamten Varianz geht auf über alle Personen homogene Veränderungen zwischen den Wellen zurück.

4.4 Übungsaufgaben 3

1) Analysiere die Varianzkomponenten in der Intention, weniger als 1.5m Abstand zu einer Person zu halten, die nicht im eigenen Haushalt lebt (`verhint3`).
   - Spezifiziere zuerst ein Modell mit *random effects* für die Personen.
   - Nimm dann die Welle als zweiten Gruppierungsfaktor auf.
2) Analysiere die Varianzkomponenten in weiteren Variablen, die dich interessieren.

4.5 Random effects panel Modelle mit `lme4`

Wiederholung der wichtigsten Begriffe

- Ganz allgemein gesprochen ist ein *mixed effects* Modell ein Modell, das *fixed* und *random* Koeffizienten enthält.
- Gelman and Hill (2006) verwenden die (imo) besser verständlichen Begriffe *varying intercepts* (für zwischen Einheiten auf höherer Ebene variierende Regressionskonstanten) und *varying slopes* (für zwischen Einheiten auf höherer Ebene variierende Regressionskoeffizienten).
- Im *random effects* Panelmodell sind die Einheiten auf höherer Ebene die Personen. Die Konstanten bzw. Koeffizienten variieren zwischen Personen.
- In der Sprache von *mixed effects* Modellen wird das einfachste Modell als *fixed slope, random* (oder *varying*) *intercept* Modell bezeichnet.
  - Die Regressionskonstante variiert zwischen den Personen (jede Person erhält eine eigene Konstante, die aus einer Normalverteilung mit der Populationskonstante als Mittelwert und der personenspezifischen Varianz als Streuung stammt). Die übrigen Regressionskoeffizienten sind für alle Personen gleich (*fixed*).

Einfaches random effects panel Modell

- Wir modellieren wieder die Häufigkeit, ohne triftigen Grund die Wohnung zu verlassen, in Abhängigkeit der Intention, dies zu tun.

- Die Spezifikation in `lme4::lmer()` folgt der in `R` üblichen Logik. Das Modell enthält `verhint1` als Prädiktor mit einem für alle Personen gleichen Koeffizienten (homogener Treatment-Effekt) und `(1 | IDsosci)` als *varying intercept* für jede Person.

- Hinweis: `lme4` selbst weist keine Freiheitsgrade und entsprechend auch keine *p*-Werte für die Koeffizienten aus. Wenn – wie hier – zusätzlich das Paket `lmerTest` geladen wurde, werden diese automatisch ergänzt.

```
m1 = lmer(verh1 ~ verhint1 + (1 | IDsosci), data = d)

m1 %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1 + (1 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 4554
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -4.524 -0.202 -0.085  0.165  5.793
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  IDsosci  (Intercept) 0.111    0.334
##  Residual             0.341    0.584
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##              Estimate Std. Error        df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    0.5987     0.0287  975.4311    20.9   <2e-16 ***
## verhint1       0.5155     0.0122 1747.0982    42.3   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

- Mit jedem Punkt auf der Skala zur Verhaltensintention steigt die Häufigkeit des Rausgehens ohne triftigen Grund um 0.5 Punkte.
- Wir können das Modell mit dem Prädiktor `verhint1` mit dem Null-Modell vergleichen.
  - Mit `anova()` erhalten wir verschiedene Informationskriterien und einen Likelihood Ratio (Wald) Test. Die Test-Statistik folgt einer χ^2-Verteilung.
  - Durch einen Vergleich der Varianzkomponenten der Modelle erhalten wir ein Maß, das konzeptionell ähnlich ΔR^2 interpretiert werden kann. Die Funktion `performance::r2(by_group = TRUE)` implementiert diesen Vergleich für ein Modell und das Null-Modell.

Die manuelle Berechnung ist auch schrittweise für mehre Modelle möglich, die zunehmend mehr Prädiktoren enthalten. Wichtig: Die ΔR^2-Logik funktioniert nur in Modellen mit identischen *random effects*.

```
# Wald Test und Informationskriterien
anova(m0, m1)
```

```
## Data: d
## Models:
## m0: verh1 ~ 1 + (1 | IDsosci)
## m1: verh1 ~ verhint1 + (1 | IDsosci)
##    Df  AIC  BIC logLik deviance Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## m0  3 5577 5595  -2786     5571
## m1  4 4549 4572  -2270     4541  1031      1     <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Reduktion der Varianz (Delta R^2) - manuell
1 - (sigma(m1)^2/sigma(m0)^2)  # L1
```

```
## [1] 0.16
```

```
1 - (as.numeric(VarCorr(m1)$IDsosci)/as.numeric(VarCorr(m0)$IDsosci))  # L2
```

```
## [1] 0.81
```

```
# Reduktion der Varianz (Delta R^2) - mit performance::r2() (Vergleicht immer mit
# Null-Modell)
r2(m1, by_group = TRUE)
```

```
## # Explained Variance by Level
##
## Level   |    R2
## ---------------
## Level 1 | 0.161
## IDsosci | 0.812
```

- Die Berücksichtigung der Verhaltensintention verbessert das Modell.
  - Die Werte der Informationskriterien *AIC* und *BIC* liegen deutlich unter dem Null-Modell (niedriger ist besser).
  - Nach dem *Wald-Test* wird die H_0, dass beide Modelle gleich gut zu den Daten passen, verworfen.
  - Die Aufnahme der Verhaltensintention erklärt über 80% der Varianz zwischen den Personen und 16% der Varianz innerhalb der Personen — TPB ftw! ;)
- Es zeigt sich, dass die über die Zeit variierenden Prädiktoren sowohl Varianz innerhalb als auch Varianz zwischen den Personen erklären. Das macht die Interpretation des Koeffizienten schwieriger als die des entsprechenden

Koeffizienten im *fixed effects* Modell, der sich klar nur auf die kausalen Effekte innerhalb von Personen bezieht. Auf diesen Punkt kommen wir in der Überleitung zum *within-between*-Modell im letzten Abschnitt zurück.

Einfache Erweiterungen des random effects panel Modells

- In den folgenden Absätzen erweitern wir das einfache Modell. Wir berücksichtigen *fixed effects* für die Panelwellen und ergänzen dann weitere über die Zeit konstante und variierende Prädiktoren.
- Die Texte dazu halte ich an den meisten Stellen knapp, da die grundsätzliche Spezifikation und Interpretation nun klar sein dürfte.

Fixed effects für die Panelwellen

```
# Modellspezifikation
m2 = lmer(verh1 ~ verhint1 + factor(wave) + (1 | IDsosci), data = d)

m2 %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1 + factor(wave) + (1 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 4558
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -4.647 -0.220 -0.066  0.186  5.891
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  IDsosci  (Intercept) 0.113    0.336
##  Residual             0.339    0.582
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                  Estimate Std. Error        df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)        0.5921     0.0336 1776.7887   17.62   <2e-16 ***
## verhint1           0.5128     0.0124 1668.8271   41.20   <2e-16 ***
## factor(wave)2     -0.0397     0.0345 1599.1054   -1.15    0.250
## factor(wave)3      0.0735     0.0346 1605.1846    2.12    0.034 *
## factor(wave)4      0.0127     0.0350 1651.7107    0.36    0.718
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Modellvergleich Wald und Info-Kriterien
anova(m0, m1, m2)
```

```
## Data: d
## Models:
## m0: verh1 ~ 1 + (1 | IDsosci)
## m1: verh1 ~ verhint1 + (1 | IDsosci)
## m2: verh1 ~ verhint1 + factor(wave) + (1 | IDsosci)
##    Df  AIC  BIC logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## m0  3 5577 5595  -2786     5571
## m1  4 4549 4572  -2270     4541 1030.9      1     <2e-16 ***
## m2  7 4543 4584  -2265     4529   11.2      3      0.011 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Reduktion der Varianz (Delta R^2) gegenüber M0
r2(m2, by_group = TRUE)
```

```
## # Explained Variance by Level
##
## Level   |    R2
## ---------------
## Level 1 | 0.166
## IDsosci | 0.809
```

```r
# Reduktion der Varianz (Delta R^2) gegenüber M1
1 - (sigma(m2)^2/sigma(m1)^2)  # L1
```

```
## [1] 0.0067
```

```r
1 - (as.numeric(VarCorr(m2)$IDsosci)/as.numeric(VarCorr(m1)$IDsosci))  # L2
```

```
## [1] -0.016
```

- Der Effekt der Verhaltensintention bleibt auch bei Berücksichtigung von Periodeneffekten praktisch unverändert.
- Die Periodeneffekte sind substantiell relativ unbedeutend.
- Die statistischen Indikatoren für oder gegen die Aufnahme der Periodeneffekte sind gemischt. Der *Wald-Test* (signifikant) und das *AIC* (etwas niedriger im Vergleich zu M1) sprechen dafür. Das *BIC*, das Modellkomplexität stärker bestraft, spricht dagegen (etwas höher im Vergleich zu M1).
- Die Varianzaufklärung gegenüber M0 entspricht substantiell der von M1.
- Im Vergleich zu M1 wird minimal mehr Varianz innerhalb der Personen erklärt. Die Varianzaufklärung auf Ebene der Personen sinkt sogar leicht. Dieses auf den ersten Blick wenig intuitive Ergebnis erklärt sich dadurch, dass die Periodeneffekte im Design mit den Personen kreuzklassifiziert sind. Ein geringer Varianzanteil, der in M1 fälschlicherweise den Personen

zugerechnet wurde (hier konkret: die zwischen den Personen konstanten, parallelen Veränderungen von Intention und Handlung), wird nun auf die "korrekte" Ebene verschoben.
- Mein Fazit: Ich würde die Periodeneffekte immer berücksichtigen, da sie einen wichtigen Bestandteil des datengenerierenden Prozesses im Modell abbildet. Diese Entscheidung hängt nicht von den Ergebnissen der statistischen Tests ab. Substantiell lernen wir an dieser Stelle lediglich, dass homogene Veränderungen über die Zeit relativ unbedeutend waren (siehe auch ICC des Modells mit *random effects* für die Perioden.

Aufnahme eines Personenmerkmals

```r
# Modellspezifikation
m3 = lmer(verh1 ~ verhint1 + C_sex + factor(wave) + (1 | IDsosci), data = d)

m3 %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1 + C_sex + factor(wave) + (1 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 4554
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -4.609 -0.244 -0.058  0.215  5.930
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  IDsosci  (Intercept) 0.112    0.334
##  Residual             0.338    0.582
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                Estimate Std. Error        df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      0.6629     0.0416 1145.4314   15.94   <2e-16 ***
## verhint1         0.5106     0.0125 1675.1966   41.01   <2e-16 ***
## C_sex           -0.1106     0.0380  450.4352   -2.91   0.0038 **
## factor(wave)2   -0.0390     0.0345 1602.5800   -1.13   0.2582
## factor(wave)3    0.0743     0.0346 1608.6417    2.15   0.0318 *
## factor(wave)4    0.0139     0.0350 1655.0226    0.40   0.6916
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Modellvergleich Wald und Info-Kriterien
anova(m0, m1, m2, m3)
```

```
## Data: d
## Models:
## m0: verh1 ~ 1 + (1 | IDsosci)
## m1: verh1 ~ verhint1 + (1 | IDsosci)
## m2: verh1 ~ verhint1 + factor(wave) + (1 | IDsosci)
## m3: verh1 ~ verhint1 + C_sex + factor(wave) + (1 | IDsosci)
##    Df  AIC  BIC logLik deviance   Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## m0  3 5577 5595  -2786     5571
## m1  4 4549 4572  -2270     4541 1030.94      1     <2e-16 ***
## m2  7 4543 4584  -2265     4529   11.16      3     0.0109 *
## m3  8 4537 4583  -2260     4521    8.49      1     0.0036 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Reduktion der Varianz (Delta R^2) gegenüber M0
r2(m3, by_group = TRUE)
```

```
## # Explained Variance by Level
##
## Level   |    R2
## ---------------
## Level 1 | 0.167
## IDsosci | 0.812
```

```r
# Reduktion der Varianz (Delta R^2) gegenüber M2
1 - (sigma(m3)^2/sigma(m2)^2)  # L1
```

```
## [1] 0.0015
```

```r
1 - (as.numeric(VarCorr(m3)$IDsosci)/as.numeric(VarCorr(m2)$IDsosci))  # L2
```

```
## [1] 0.013
```

- Im Gegensatz zum *fixed effects* Modell können wir nun auch Personenmerkmale als Prädiktoren berücksichtigen. Frauen gehen im Durchschnitt etwas seltener ohne triftigen Grund aus dem Haus als Männer. Hier wird ein wichtiger Vorteil des *random effects* Modells gegenüber dem *fixed effects* Modell deutlich. Es könnte aus verschiedensten Gründen relevant sein, zu wissen, dass eher Männer als Frauen zu diesem riskanten Verhalten neigen. Beispielsweise könnte eine Fokussierung einer Kampagne auf Männer sinnvoll sein.
- Wald-Test und Informationskriterien sprechen für die Berücksichtigung des Geschlechts.
- Die Varianzaufklärung auf Ebene der Personen macht ca. 1% aus. Die Aufklärung innerhalb der Personen kann ignoriert werden.

Aufnahme eines weiteren, über die Zeit variierender Prädiktors

- Wie im Beispiel zu *fixed effects* wechseln wir hier das Modell, damit wir die kausale Interpretierbarkeit aller Koeffizienten von über die Zeit variablen Prädiktoren beibehalten.
  - *Zur Wiederholung*: Nach der TPB dürfen wir dieses Modell annehmen, da die drei Prädiktoren auf derselben kausalen Stufe stehen: Verhaltensintention ~ Einstellung + Deskriptive Norm + Injunktive Norm. Hier schätzen wir das Modell für die Verhaltensintention *Rausgehen ohne triftigen Grund*.
  - Der folgende Code wiederholt damit auch nochmals den schrittweisen Aufbau des Modells und das modellvergleichende Vorgehen. Es bietet auch eine Gelegenheit, eine leicht angepasste Spezifikationslogik zu erklären.

```
# Null-Modell
m0_int1 = lmer(verhint1 ~ 1 + factor(wave) + (1 | IDsosci), data = d)
icc(m0_int1)  # conditional ICC takes the fixed effects variances into account
```

```
## # Intraclass Correlation Coefficient
##
##      Adjusted ICC: 0.573
##   Conditional ICC: 0.558
```

```
# Modelle mit Prädiktoren
m1_int1 = lmer(verhint1 ~ ein1 + desnormp1 + injnormp1 + factor(wave) + (1 | IDsosci),
    data = d)
m1_int1 %>% tidy(effects = "fixed") %>% mutate_if(is.numeric, round, 2)
```

```
## # A tibble: 7 x 7
##   effect term          estimate std.error statistic    df p.value
##   <chr>  <chr>            <dbl>     <dbl>     <dbl> <dbl>   <dbl>
## 1 fixed  (Intercept)      0.21       0.05      3.92 1623.       0
## 2 fixed  ein1             0.48       0.02     25.6  1950        0
## 3 fixed  desnormp1        0.1        0.03      3.94 2297.       0
## 4 fixed  injnormp1        0.12       0.03      4.55 2292.       0
## 5 fixed  factor(wave)2    0.15       0.05      3.35 1686.       0
## 6 fixed  factor(wave)3    0.18       0.05      3.85 1703.       0
## 7 fixed  factor(wave)4    0.290      0.05      6.22 1740.       0
```

```
m2_int1 = lmer(verhint1 ~ ein1 + desnormp1 + injnormp1 + C_sex + factor(wave) + (1 |
    IDsosci), data = d)
m2_int1 %>% tidy(effects = "fixed") %>% mutate_if(is.numeric, round, 2)
```

```
## # A tibble: 8 x 7
##   effect term          estimate std.error statistic    df p.value
##   <chr>  <chr>            <dbl>     <dbl>     <dbl> <dbl>   <dbl>
```

```
## 1 fixed  (Intercept)      0.31       0.06      5.01 1211.       0
## 2 fixed  ein1             0.48       0.02     25.6  1938.       0
## 3 fixed  desnormp1        0.1        0.03      3.94 2296.       0
## 4 fixed  injnormp1        0.12       0.03      4.52 2292.       0
## 5 fixed  C_sex           -0.16       0.05     -3.24  518.       0
## 6 fixed  factor(wave)2    0.16       0.05      3.36 1687.       0
## 7 fixed  factor(wave)3    0.18       0.05      3.86 1704.       0
## 8 fixed  factor(wave)4    0.290      0.05      6.23 1741.       0
```

```
# Modellvergleiche Wald und Info-Kriterien
anova(m0_int1, m1_int1, m2_int1)
```

```
## Data: d
## Models:
## m0_int1: verhint1 ~ 1 + factor(wave) + (1 | IDsosci)
## m1_int1: verhint1 ~ ein1 + desnormp1 + injnormp1 + factor(wave) + (1 |
## m1_int1:     IDsosci)
## m2_int1: verhint1 ~ ein1 + desnormp1 + injnormp1 + C_sex + factor(wave) +
## m2_int1:     (1 | IDsosci)
##         Df  AIC  BIC logLik deviance Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## m0_int1  6 6672 6706  -3330     6660
## m1_int1  9 5885 5936  -2933     5867 792.9      3     <2e-16 ***
## m2_int1 10 5876 5934  -2928     5856  10.5      1     0.0012 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Varianzreduktion Vorsicht: Das ergibt hier keinen Sinn, da Vergleich mit M00
# (ohne Periodeneffekte) Reduktion der Varianz (Delta R^2) gegenüber M0
r2(m1_int1, by_group = TRUE)
```

```
## # Explained Variance by Level
##
## Level   |    R2
## ---------------
## Level 1 | 0.155
## IDsosci | 0.773
```

```
# Wir sehen stattdessen das Modell mit Perioden-FE als Null-Referenz Reduktion
# der Varianz (Delta R^2) in M1_int gegenüber M0_int
1 - (sigma(m1_int1)^2/sigma(m0_int1)^2)  # L1
```

```
## [1] 0.086
```

```
1 - (as.numeric(VarCorr(m1_int1)$IDsosci)/as.numeric(VarCorr(m0_int1)$IDsosci))  # L2
```

```
## [1] 0.78
```

```
# Reduktion der Varianz (Delta R^2) in M2_int gegenüber M1_int
1 - (sigma(m2_int1)^2/sigma(m1_int1)^2)  # L1
```

```
## [1] 0.00025
```

```
1 - (as.numeric(VarCorr(m2_int1)$IDsosci)/as.numeric(VarCorr(m1_int1)$IDsosci))  # L2
```

```
## [1] 0.027
```

- Als Null-Modell spezifizieren wir ein Modell mit *random effects* für Personen und *fixed effects* für Panelwellen. Meiner Meinung nach ist dies ein angemessenes Null-Modell, da nur die Eigenschaften des Designs abgebildet werden. Für die Panelwellen eigenen sich *fixed effects*, da es nur vier Messzeitpunkte gibt.

- Für das Null-Modell können wir die ICC ausweisen. Da im Modell auch *fixed effects* sind, interpretieren wir die *conditional ICC*. Mehr als die Hälfte der Varianz in der Intention, ohne triftigen Grund die Wohnung zu verlassen, liegt zwischen den Personen.

- Die Einstellung hat einen deutlichen Effekt auf die Verhaltensintention. Die Wahrnehmungen deskriptiver und injunktiver Normen haben vergleichsweise geringe, statistisch signifikante Effekte.

- Die Informationskriterien und der Wald-Test zeigen klar, dass sich das Modell durch die Aufnahme der drei Prädiktoren verbessert.

- Die drei Prädiktoren erklären 9% der Varianz innerhalb der Personen und 78% der Varianz zwischen den Personen. Da wir ein angepasstes Null-Modell mit *fixed effects* für die Wellen als Referenz wählen, müssen wir die Varianzreduktion selbst berechnen. `performance::r2()` bezieht sich immer auf das "leere" Null-Modell. Es bezieht in diesem Fall die Erklärungskraft der *fixed effects* für die Wellen mit ein.

- Zusätzlich wollen wir Geschlecht als Prädiktor auf Personen-Ebene berücksichtigen. Frauen haben im Vergleich zu Männern seltener vor, die Wohnung ohne triftigen Grund zu verlassen.

- Informationskriterien und Wald-Test zeigen eine Modellverbesserung an. Das Geschlecht erklärt zusätzliche 3% der Varianz zwischen den Personen.

4.6 Übungsaufgaben 4

1) Schätze den kausalen Effekt der Einstellung zum Verhalten, weniger als 1.5m Abstand zu Personen zu halten, die nicht im gleichen Haushalt leben `ein3`, auf die diesbezügliche Verhaltensintention (`verhint3`). Berücksichtige dabei die Periodeneffekte der Panelwellen. Siehe dazu auch Übung 3.
    - Schätze zuerst ein geeignetes Null-Modell mit *random intercept* als Referenz. Betrachte die ICC.
    - Schätze dann das *random intercept* Panelmodell.

    - Nimm zusätzlich die wahrgenommene deskriptive Norm `desnormp3` in das Modell auf.
    - Prüfe, ob sich die Intention zwischen Männer und Frauen unterscheidet (`C_sex`).
2) Spezifiziere, schätze und interpretiere ein eigenes *random effects* Panelmodell mit *random intercept* mit Daten aus dem Beispieldatensatz. Gehe dabei von einem geeigneten Null-Modell aus und erweitere das Modell dann.

4.7 Variierende Koeffizienten (random slopes) und Ebenen-überschreitende Interaktionen (cross-level interactions)

- Bisher haben wir Modelle betrachtet, in denen die Personen-Konstanten um den Populationsschätzer variieren (*random intercepts*). Diese Modelle können wir erweitern, indem wir auch den Schätzer eines (oder mehrerer) Koeffizienten zwischen den Personen variieren lassen (*random slopes*).
- Damit lockern wir die Annahme eines homogenen Treatment-Effekts: Wir gehen nicht mehr davon aus, dass der Effekt eines Prädiktors für alle Personen gleich ist, sondern lassen eine Streuung um den durchschnittlichen Treatment-Effekt zu.
- Die Standardabweichung (oder die Varianz) des *random* oder *varying slope* ist ein Indikator dafür, wie stark ein Effekt zwischen den Personen variiert.
- Wir können testen, ob sich diese Varianz der Koeffizienten von 0 unterscheidet. Dazu werden zwei Tests empfohlen:
    - Vergleich der Modelle mit und ohne *random slopes* mit einem Likelihood-Ratio-Test (Wald-Test)
    - Prüfen, ob das Konfidenzintervalls um die Varianzkomponente die 0 enthält.
    - Es ist in der Literatur zu *mixed effects* Modellen umstritten, ob das Testen einer Varianzkomponente sinnvoll ist.
        * Barr et al. (2013) fordern, dass *alle* Koeffizienten, die dem Design einer Studie nach variieren müssen (im Panel-Design eigentlich alle Effekte von über die Zeit variierenden Prädiktoren), als *random slopes* geschätzt werden sollen. Entfernt werden sollen dann nur die Varianzkomponenten, bei denen die Daten eine Varianz von (nahe) 0 nahelegen.
        * Matuschek et al. (2017) sprechen sich dafür aus, sparsame Modelle zu spezifizieren. Wenn die Theorie oder das Forschungsinteresse nicht an Effekt-Heterogenität interessiert sind, kann das sparsamere Modell ohne *random slope* bevorzugt werden.
        * Das Verzichten auf einige *random slope* Terme ist in der (Restricted) Maximum-Likelihood-Schätzung häufig auch pragmatisch erforderlich, um die Modelle schätzbar zu machen.
- In unserem Beispiel wollen wir den Effekt der Intention, ohne triftigen

Grund raus zu gehen, zwischen den Personen variieren lassen.

- Dazu ergänzen wir den Prädiktor in der Klammer, in der die *random effects* spezifiziert werden: `+ (verhint1 | IDsosci)`.

```
# Modellspezifikation
m4 = lmer(verh1 ~ verhint1 + factor(wave) + (verhint1 | IDsosci), data = d)
```

```
## boundary (singular) fit: see ?isSingular
```

```
m4 %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1 + factor(wave) + (verhint1 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 3859
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -6.089 -0.268 -0.102 -0.054  8.014
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
##  IDsosci  (Intercept) 0.0891   0.299
##           verhint1    0.0971   0.312    -1.00
##  Residual             0.2446   0.495
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                Estimate Std. Error        df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      0.5798     0.0314 1087.2900   18.44   <2e-16 ***
## verhint1         0.4706     0.0215  347.4913   21.94   <2e-16 ***
## factor(wave)2   -0.0167     0.0299 2002.4198   -0.56   0.5759
## factor(wave)3    0.0825     0.0299 2008.1778    2.76   0.0059 **
## factor(wave)4    0.0633     0.0305 2035.1883    2.07   0.0382 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## convergence code: 0
## boundary (singular) fit: see ?isSingular
```

- Wenn wir das Modell zu schätzen, erhalten wir eine Warnung, dass die Lösung ein *singulärer Fit* ist. Ein Auszug aus `?lme4::isSingular`:

  > While singular models are statistically well defined (it is theoretically sensible for the true maximum likelihood estimate to correspond to a singular fit), there are real concerns that (1) singular fits correspond to overfitted models that may have poor power; (2) chances

of numerical problems and mis-convergence are higher for singular models (e.g. it may be computationally difficult to compute profile confidence intervals for such models); (3) standard inferential procedures such as Wald statistics and likelihood ratio tests may be inappropriate.

- Ein singulärer Fit ist ein Hinweis darauf, dass die Daten nicht ausreichen, um alle Varianzkomponenten mit (Restricted) Maximum-Likelihood zu schätzen. Dies ist in typischen Befragungspanels mit relativ wenigen Messzeitpunkten häufig der Fall. Es gibt für jeden Befragten nur vier Beobachtungen, aus denen wir in diesem Modell drei Varianz-Kovarianz-Koeffizienten schätzen.
- In diesem Fall finden wir eine Korrelation von -1 zwischen den Personen-spezifischen Konstanten und den Personen-spezifischen Effekten der Verhaltensintention. Das heißt, dass aus der Personen-spezifischen Konstante perfekt vorhergesagt werden kann, wo der Personen-spezifische Effekt liegt. Je höher die durchschnittliche Häufigkeit des Rausgehens ohne Grund ist, desto negativer ist der Effekt der Verhaltensintention. Etwas abstrakter ausgedrückt: Wir können hier nicht analytisch zwischen durchschnittlichem Niveau und Effekt für eine Person unterscheiden.
- In der Praxis würden wir hier meist mit dem *random intercept* Modell weiter arbeiten. Wenn wir nur an den *fixed effects* interessiert sind, können wir auch das Modell mit *random slope* verwenden, solange wir die im Zitat oben genannten Einschränkungen beachten.

Ein weiteres Beispiel

- Um das weitere Vorgehen mit dem *random slope* Modell zu erläutern, wechseln wir die Variablen. Ein Modell, in dem die Intention, sich mit Personen außerhalb des eigenen Haushalts zu treffen (`verhint2`), durch die Einstellung zu diesem Verhalten (`ein2`) erklärt wird, lässt sich mit den vorliegenden Daten schätzen.
- Im folgenden Code-Snippet schätzen wir zuerst als Referenz das Modell mit *random intercept* (`m_ri`). Dann lassen wir den Effekt der Einstellung zwischen den Personen variieren (`m_rs`).

```
# Modell mit Random Intercept als Referenz
m_ri = lmer(verhint2 ~ ein2 + factor(wave) + (1 | IDsosci), data = d)

# Modell mit Random Slope
m_rs = lmer(verhint2 ~ ein2 + factor(wave) + (ein2 | IDsosci), data = d)
m_rs %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verhint2 ~ ein2 + factor(wave) + (ein2 | IDsosci)
##    Data: d
```

```
##
## REML criterion at convergence: 6217
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -3.184 -0.421 -0.202  0.247  4.353
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
##  IDsosci  (Intercept) 0.230    0.480
##           ein2        0.111    0.334    -0.62
##  Residual             0.639    0.799
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                 Estimate Std. Error        df t value     Pr(>|t|)
## (Intercept)       0.8226     0.0517  794.3368   15.91      < 2e-16 ***
## ein2              0.4033     0.0269  371.7795   14.97      < 2e-16 ***
## factor(wave)2     0.1130     0.0483 1573.1786    2.34        0.019 *
## factor(wave)3     0.1970     0.0483 1587.1670    4.07 0.0000485440 ***
## factor(wave)4     0.2880     0.0490 1646.3075    5.87 0.0000000052 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# profile confidence intervals
confint(m_rs, oldNames = FALSE)
```

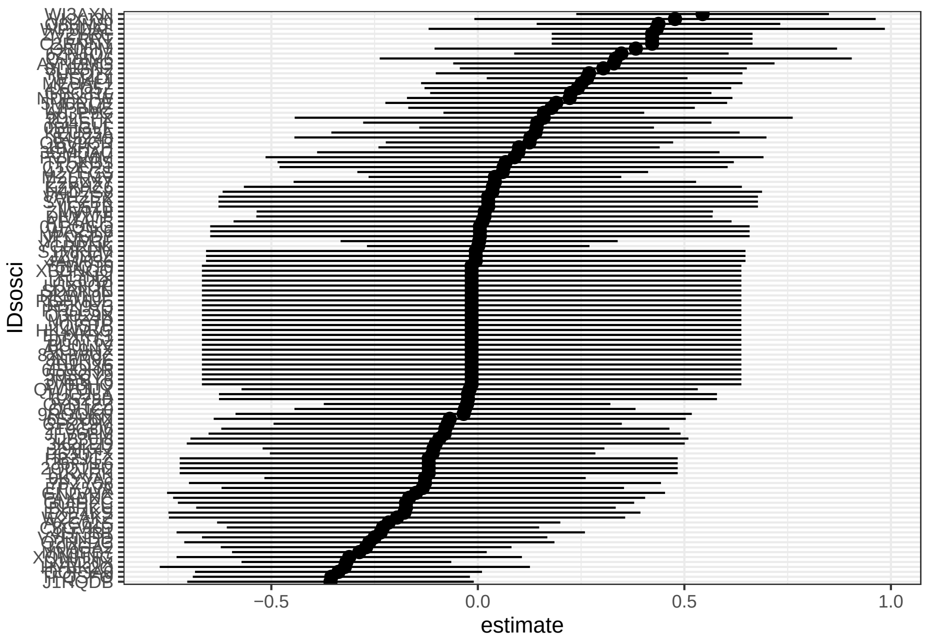
```
##                                2.5 % 97.5 %
## sd_(Intercept)|IDsosci         0.317   0.61
## cor_ein2.(Intercept)|IDsosci -0.749  -0.39
## sd_ein2|IDsosci                0.280   0.39
## sigma                          0.770   0.83
## (Intercept)                    0.718   0.93
## ein2                           0.348   0.46
## factor(wave)2                  0.018   0.21
## factor(wave)3                  0.102   0.29
## factor(wave)4                  0.191   0.38
```

```r
# Wald-Test
anova(m_ri, m_rs)
```

```
## Data: d
## Models:
## m_ri: verhint2 ~ ein2 + factor(wave) + (1 | IDsosci)
## m_rs: verhint2 ~ ein2 + factor(wave) + (ein2 | IDsosci)
##      Df  AIC  BIC logLik deviance Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## m_ri  7 6403 6444  -3195     6389
```

```
## m_rs  9 6211 6262  -3096     6193   197      2     <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# RE mit 95%-CIs (aus Darstellungsgründen nur jede fünfte Person)
m_rs %>% ranef() %>% augment(ci.level = 0.95) %>% as_tibble() %>% filter(variable ==
    "ein2") %>% slice(seq(1, nrow(.), by = 5)) %>% mutate(level = reorder(level,
    estimate)) %>% ggplot(aes(estimate, level, xmin = lb, xmax = ub)) + geom_pointrangeh() +
    labs(y = "IDsosci")
```



- Mit jedem Punkt auf der Einstellungsskala steigt die Intention, sich mit anderen Personen außerhalb des Haushalts zu treffen, um ca. 0.4 Punkte.
- Die Personen-spezifischen Effekte streuen mit einer Standardabweichung von ca. 0.3 Punkten um diesen durchschnittlichen Effekt durchaus wahrnehmbar. Die typischen Effekte (+/- 1 SD) liegen zwischen sehr geringen Effekten und deutlichen Effekten. Ein negativer Effekt der Einstellung auf die Intention ist selten.
- Das Konfidenzintervall für die Standardabweichung des *random slope* liegt deutlich über 0. Wir können davon ausgehen, dass es Heterogenität im Treatment-Effekt gibt. Manche Personen passen ihre Verhaltensintention ihren Einstellungen stärker an, bei anderen entwickeln sich Einstellung und Verhaltensintention weniger systematisch.
- Der Likelihood-Ratio-Test und die Informationskriterien zeigen, dass das Modell mit *random slope* wesentlich besser zu den Daten passt als das

Modell nur mit *random intercept*.

- Die Abbildung vermittelt einen Eindruck von der Treatment-Effekt-Heterogenität. Dargestellt ist die die Abweichung vom durchschnittlichen Effekt (0.4). Neben der Verteilung sollten auch die weiten Intervalle beachtet werden. Auf Basis von nur vier Beobachtungen pro Person lassen sich die individuellen Abweichungen vom durchschnittlichen Effekt nur recht unpräzise quantifizieren.

Ebenen-überschreitende Interaktionen (cross-level interactions)

- *Random slopes* zeigen nur eine allgemeine Heterogenität zwischen den Personen. Wir wissen nun, dass der Effekt der Einstellung auf das Verhalten bei verschiedenen Personen unterschiedlich ausfällt. Wir wissen aber nicht, an welchen Eigenschaften der Personen dies liegen könnte.
- Wenn wir theoretisch von Effekt-Heterogenität ausgehen oder empirisch durch ein *random slope* Modell Evidenz dafür gefunden haben, können wir in einem weiteren Schritt versuchen, diese Heterogenität zu erklären.
- Dazu prüfen wir, ob eine Interaktion zwischen einem Personen-Merkmal und dem Prädiktor die allgemeine Heterogenität des Treatment-Effekts reduziert. Da das Personen-Merkmal auf Level 2 und der Prädiktor als über die Zeit variierende Variable auf Level 1 angesiedelt ist, spricht man hier auch von einer *cross-level interaction*.
- Im Beispiel wollen wir betrachten, ob die Berücksichtigung des Geschlechts einen Teil der Treatment-Effekt-Heterogenität erklären kann.
  - Dazu spezifizieren wir zwei weitere Modelle:
    * `m_rs_sex1` enthält den einfachen Haupteffekt des Geschlechts.
    * `m_rs_sex2` enthält zudem die Interaktion zwischen der Einstellung und dem Geschlecht.

```
# Modell mit Random Slope als Referenz
m_rs = lmer(verhint2 ~ ein2 + factor(wave) + (ein2 | IDsosci), data = d)

# Modell mit HE Geschlecht
m_rs_sex1 = lmer(verhint2 ~ ein2 + C_sex + factor(wave) + (ein2 | IDsosci), data = d)
m_rs_sex1 %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verhint2 ~ ein2 + C_sex + factor(wave) + (ein2 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 6221
##
```

```
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -3.184 -0.424 -0.205  0.247  4.349
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
##  IDsosci  (Intercept) 0.231    0.481
##           ein2        0.112    0.334    -0.62
##  Residual             0.639    0.799
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                 Estimate Std. Error         df t value     Pr(>|t|)
## (Intercept)      0.82744    0.06062  758.00715   13.65      < 2e-16 ***
## ein2             0.40322    0.02696  371.85383   14.96      < 2e-16 ***
## C_sex           -0.00757    0.05279  386.27700   -0.14        0.886
## factor(wave)2    0.11304    0.04829 1573.33025    2.34        0.019 *
## factor(wave)3    0.19704    0.04834 1587.36240    4.08 0.0000480989 ***
## factor(wave)4    0.28810    0.04904 1646.41878    5.87 0.0000000051 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Modell mit IA Geschlecht*Einstellung
m_rs_sex2 = lmer(verhint2 ~ ein2 * C_sex + factor(wave) + (ein2 | IDsosci), data = d)
m_rs_sex2 %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verhint2 ~ ein2 * C_sex + factor(wave) + (ein2 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 6224
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -3.190 -0.432 -0.213  0.244  4.340
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
##  IDsosci  (Intercept) 0.230    0.480
##           ein2        0.111    0.333    -0.62
##  Residual             0.639    0.799
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                Estimate Std. Error        df t value Pr(>|t|)
```

```
## (Intercept)      0.8733     0.0770  584.4186   11.34  < 2e-16 ***
## ein2             0.3702     0.0435  375.7244    8.51  4.1e-16 ***
## C_sex           -0.0811     0.0932  458.4467   -0.87     0.38
## factor(wave)2    0.1128     0.0483 1573.3027    2.34     0.02 *
## factor(wave)3    0.1973     0.0483 1587.2271    4.08  4.7e-05 ***
## factor(wave)4    0.2877     0.0490 1646.3174    5.87  5.3e-09 ***
## ein2:C_sex       0.0527     0.0551  367.9806    0.96     0.34
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## convergence code: 0
## Model failed to converge with max|grad| = 0.00291019 (tol = 0.002, component 1)
```

```
# Wald-Test
anova(m_rs, m_rs_sex1, m_rs_sex2)
```

```
## Data: d
## Models:
## m_rs: verhint2 ~ ein2 + factor(wave) + (ein2 | IDsosci)
## m_rs_sex1: verhint2 ~ ein2 + C_sex + factor(wave) + (ein2 | IDsosci)
## m_rs_sex2: verhint2 ~ ein2 * C_sex + factor(wave) + (ein2 | IDsosci)
##           Df  AIC  BIC logLik deviance Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## m_rs       9 6211 6262  -3096     6193
## m_rs_sex1 10 6213 6270  -3096     6193  0.02      1       0.89
## m_rs_sex2 11 6214 6277  -3096     6192  0.92      1       0.34
```

```
# Reduktion der Varianz in random slope durch Interaktion
1 - (as.numeric(VarCorr(m_rs_sex2)$IDsosci["ein2", "ein2"]/as.numeric(VarCorr(m_rs_sex
    "ein2"])))
```

```
## [1] 0.0047
```

- Das Geschlecht macht nur einen unwesentlichen Unterschied in der Intention, sich mit Personen außerhalb des Haushalts zu treffen, aus (`m_rs_sex1`).
- Der Effekt der Einstellung auf die Intention unterscheidet sich kaum für Männer und Frauen (`m_rs_sex2`). Wichtig: In diesem Modell mit Interaktionseffekt haben die Koeffizienten der Prädiktoren eine andere Bedeutung als im Modell ohne Interaktionseffekt. Sie quantifizieren nicht mehr "Haupteffekte", sondern "einfache" Effekte (*simple effects*). Der Koeffizient für `ein2` quantifiziert den Effekt, wenn `C_sex` gleich 0 ist — also den Effekt für Männer. Der Koeffizient des Interaktionsterms `ein2:C_sex` quantifiziert den Unterschied im Effekt zwischen Männern und Frauen.
- Der Likelihood-Ratio-Test und die Informationskriterien zeigen, dass weder die Aufnahme des Geschlechts noch die Interaktion der Einstellungen mit dem Geschlecht zur Verbesserung des Modells beitragen.
- Durch den Vergleich der Varianz der *random slopes* zwischen `m_rs_sex1` und `m_rs_sex2` können wir quantifizieren, welchen Anteil der Effekt-Heterogenität durch die Interaktion erklärt werden kann. In diesem

Beispiel ist die Erklärungskraft der Interaktion zu vernachlässigen.

- Ein "erfolgreiches" Modell mit *random slopes* und *cross-level interaction* findet ihr in der folgenden Übungsaufgabe.

4.8 Übungsaufgaben 5

1) Schätze den kausalen Effekt der Einstellung zum Verhalten, weniger als 1.5m Abstand zu Personen zu halten, die nicht im gleichen Haushalt leben `ein3`, auf die diesbezügliche Verhaltensintention (`verhint3`). Berücksichtige dabei die Periodeneffekte der Panelwellen. Siehe dazu auch Übung 4.
    - Schätze zuerst ein geeignetes Null-Modell mit *random intercept* als Referenz.
    - Schätze dann das *random intercept* Panelmodell.
    - Lasse den Effekt nun um den durchschnittlichen Effekt variieren. Prüfe, ob die Daten für Effekt-Heterogenität sprechen.
    - Prüfe, ob sich der Effekt zwischen Personen ab 50 Jahren und Jüngeren unterscheidet. Wie stark kann das Berücksichtigen dieser Interaktion die Effekt-Heterogenität verringern?
2) Spezifiziere, schätze und interpretiere ein eigenes *random effects* Panelmodell mit *random slope* und *cross-level interaction* mit Daten aus dem Beispieldatensatz. Beachte dabei, dass wir hier an die Grenzen der Informationshaltigkeit der Daten für eine ML-Schätzung stoßen. Es ist recht wahrscheinlich, dass singuläre Fits oder nicht konvergierte Modelle vorkommen werden.

Chapter 5

Hybride ***within-between*** Modelle

5.1 Das Beste aus beiden Welten?

- Ein häufiger Einwand gegen *random effects* Panelmodelle ist, dass die Annahme nicht korrelierter über die Zeit konstanter Variablen (beobachtet wie unbeobachtet) so stark ist, dass sie in den Sozialwissenschaften eigentlich nie einzuhalten ist (siehe Abschnitt 4.1).

- Trotzdem sind *random effects* Panelmodelle weit verbreitet, da sie uns erlauben, über die Zeit variierende Variablen und über die Zeit konstante Personenmerkmale als Prädiktoren in ein Modell aufzunehmen. Häufig sind wir eben sowohl an kausalen Effekten als auch an Unterschieden zwischen Personen interessiert.

- Außerdem ist gerade die Möglichkeit, unspezifische Heterogenität in Treatment-Effekten zuzulassen, in den Sozialwissenschaften sehr attraktiv. Eigentlich gehen wir fast immer davon aus, dass Effekte variabel sind und nicht alle Personen gleichermaßen betreffen.

- Das hybride *within-between* Modell verspricht, unverzerrte kausale *within-person* Effekte der über die Zeit variierenden Prädiktoren *und between-person* Vergleiche innerhalb eines Modells zu schätzen.

- Dazu werden die über die Zeit variierenden Prädiktoren transformiert und in zwei Variablen aufgeteilt:

  - $x_{it} - \bar{x}_i$ ist der um den Personen-Mittelwert bereinigte *within-person* Prädiktor.
  - $\bar{x}_i$ ist der Personen-Mittelwert als *between-person* Prädiktor.

- Der Koeffizient des *within-person* Prädiktors entspricht dem *fixed effects* Schätzer (siehe Abschnitt 3.1, Within Transformation). Der Koeffizient des *between-person* Prädiktors quantifiziert die Unterschiede der Personen in y, die durch über die Zeit stabile Unterschiede in x erklärt werden.

- Ein Blick auf die Varianzaufklärung im ersten Beispiel zum *random effects* Panelmodell in Abschnitt 4.5 zeigt, warum die Trennung dieser beiden Effekte sinnvoll ist. Das Ergebnis ist hier noch einmal reproduziert.

```r
m1 %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1 + (1 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 4554
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -4.524 -0.202 -0.085  0.165  5.793
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  IDsosci  (Intercept) 0.111    0.334
##  Residual             0.341    0.584
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##              Estimate Std. Error        df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    0.5987     0.0287  975.4311    20.9   <2e-16 ***
## verhint1       0.5155     0.0122 1747.0982    42.3   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
r2(m1, by_group = TRUE)
```

```
## # Explained Variance by Level
##
## Level   |    R2
## ---------------
## Level 1 | 0.161
## IDsosci | 0.812
```

- Die Verhaltensintention erklärt sowohl 81% der Varianz zwischen den Personen als auch 16% der Varianz innerhalb der Personen. Wir erhalten aber nur einen Koeffizienten, in dem der *within-person* Effekt und der *between-person* Unterschied untrennbar vermischt sind.

5.2 Spezifikation des *within-between* Modells

within-between Modell mit *random intercept*

- Wir untersuchen wieder den Effekt der Intention, die Wohnung ohne triftigen Grund zu verlassen, auf den Bericht, dies getan zu haben.

- Zuerst transformieren wir den Prädiktor `verhint1` in einen *within*-Prädiktor `verhint1_w` und einen *between*-Prädiktor `verhint1_b`.

```
# Transformation: Trennen von within- und between-Prädiktor
d = d %>%
  group_by(IDsosci) %>%
  mutate(verhint1_w = verhint1 - mean(verhint1), # within
         verhint1_b = mean(verhint1)) %>% # between
  ungroup()
# Zwei Personen zur Illustration
d %>%
  filter(IDsosci %in% c("050IPY", "02E6C8")) %>%
  select(IDsosci, wave, starts_with("verhint1"))
```

```
## # A tibble: 8 x 5
##   IDsosci  wave verhint1 verhint1_w verhint1_b
##   <chr>   <int>    <dbl>      <dbl>      <dbl>
## 1 02E6C8      1        1         -1          2
## 2 02E6C8      2        2          0          2
## 3 02E6C8      3        2          0          2
## 4 02E6C8      4        3          1          2
## 5 050IPY      1        3         -1          4
## 6 050IPY      2        3         -1          4
## 7 050IPY      3        5          1          4
## 8 050IPY      4        5          1          4
```

- Am Beispiel von zwei Personen können wir sehen, dass `verhint1_b` der Mittelwert der Person über die vier Wellen ist und `verhint1_w` der Messwert in einer Welle bereinigt um den Mittelwert. Es wird auch direkt deutlich, dass `verhint1_b` nun per Transformationslogik eine über die Zeit konstante Personeneigenschaft ist.

- Die Spezifikation des Modells mit `lme4::lmer()` folgt derselben Logik wie das *random effects* Panelmodell in Abschnitt 4.

  - Als Referenz ziehen wir das entsprechende Null-Modell inklusive der *fixed effects* für die Panelwellen heran.
  - Wir beginnen wieder mit einem *random intercept* Modell, `(1 | IDsosci)`.
  - `verhint1_w` und `verhint1_b` werden als Prädiktoren in das Modell aufgenommen.

```r
# Null-Modell als Referenz
wb_0 = lmer(verh1 ~ 1 + factor(wave) + (1 | IDsosci), data = d)

# Within-between Modell mit random intercept
wb_ri = lmer(verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (1 | IDsosci), data = d)
wb_ri %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (1 | IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 4303
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -5.289 -0.318 -0.044  0.166  6.372
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev.
##  IDsosci  (Intercept) 0.0755   0.275
##  Residual             0.3165   0.563
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                Estimate Std. Error        df t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      0.1689     0.0392 1069.4869    4.31 0.000018 ***
## verhint1_w       0.3288     0.0166 1724.0000   19.79  < 2e-16 ***
## verhint1_b       0.7153     0.0159  574.0000   44.86  < 2e-16 ***
## factor(wave)2    0.0200     0.0336 1724.0000    0.60  0.55169
## factor(wave)3    0.1400     0.0337 1724.0000    4.15 0.000034 ***
## factor(wave)4    0.1178     0.0345 1724.0000    3.41  0.00065 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Varianzreduktion
1 - (sigma(wb_ri)^2/sigma(wb_0)^2)  # L1
```

```
## [1] 0.18
```

```r
1 - (as.numeric(VarCorr(wb_ri)$IDsosci)/as.numeric(VarCorr(wb_0)$IDsosci))  # L2
```

```
## [1] 0.87
```

```r
# Vergleich mit fixed effects Modell
plm(verh1 ~ verhint1 + factor(wave), data = d, index = "IDsosci", model = "within") %>%
    summary() %>% coef()
```

```
##                Estimate Std. Error t-value Pr(>|t|)
## verhint1           0.33      0.017    19.8  1.0e-78
## factor(wave)2      0.02      0.034     0.6  5.5e-01
## factor(wave)3      0.14      0.034     4.2  3.4e-05
## factor(wave)4      0.12      0.034     3.4  6.5e-04
```

- Kausaler Effekt: Wenn die Intention um einen Punkt steigt, dann wird das Verhalten um 0.3 Punkte häufiger. Der Effekt erklärt 18% der Varianz innerhalb der Personen.
  - Der Koeffizient des *within*-Prädiktors entspricht genau dem Koeffizienten eines klassischen *fixed effects* Modell, wie wir es z.B. mit `plm` geschätzt haben.
- Unterschiede zwischen Personen: Zwei Personen, deren durchschnittliche Intention sich um einen Punkt unterscheidet, unterscheiden sich um 0.7 Punkte in ihrer mittleren Häufigkeit, das Haus ohne triftigen Grund zu verlassen. Dieser Zusammenhang erklärt 87% der Varianz zwischen den Personen.

within-between Modell mit *random slope* und *cross-level* Interaktion

- Im *within-between* Modell können wir den Koeffizienten des *within*-Prädiktors zwischen den Personen variieren lassen. Dadurch lassen wir Heterogenität um den durchschnittlichen Treatment-Effekt zu. In der Formel ergänzen wir `(verhint_w | IDsosci)`
  - Bell et al. (2019) empfehlen, im Idealfall die Koeffizienten aller, zumindest aber die der wichtigsten *within*-Prädiktoren zwischen den Personen variieren zu lassen.
- In der Folge können wir testen, auf welche Personenmerkmale sich die unspezifische Heterogenität zurückführen lässt. Hier prüfen wir, ob der kausale Effekt sich nach dem Geschlecht unterscheidet: `verhint1_w * C_sex`.

```r
# Random slope für within-Effekt
wb_rs = lmer(verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (verhint1_w | IDsosci),
    data = d)
wb_rs %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (verhint1_w |
##     IDsosci)
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 4057
##
## Scaled residuals:
```

```
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -6.003 -0.334 -0.068  0.130  7.005
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
##  IDsosci  (Intercept) 0.0942   0.307
##           verhint1_w  0.0968   0.311    0.63
##  Residual             0.2429   0.493
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                 Estimate Std. Error         df t value     Pr(>|t|)
## (Intercept)      0.21851    0.03766 1037.67349    5.80 0.0000000087 ***
## verhint1_w       0.40642    0.02469  295.92758   16.46      < 2e-16 ***
## verhint1_b       0.69774    0.01556  605.59516   44.85      < 2e-16 ***
## factor(wave)2    0.00409    0.03043 1616.73231    0.13      0.89316
## factor(wave)3    0.10461    0.03056 1620.45144    3.42      0.00063 ***
## factor(wave)4    0.09744    0.03159 1654.47637    3.09      0.00207 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Modellvergleich
anova(wb_ri, wb_rs)
```

```
## Data: d
## Models:
## wb_ri: verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (1 | IDsosci)
## wb_rs: verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (verhint1_w |
## wb_rs:     IDsosci)
##       Df  AIC  BIC logLik deviance Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## wb_ri  8 4284 4330  -2134     4268
## wb_rs 10 4042 4100  -2011     4022   246      2     <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Interaktion des within-Prädiktors mit Geschlecht
wb_rs_ia = lmer(verh1 ~ verhint1_w * C_sex + verhint1_b + factor(wave) + (verhint1_w |
    IDsosci), data = d)
wb_rs_ia %>% summary(correlation = FALSE)
```

```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula:
## verh1 ~ verhint1_w * C_sex + verhint1_b + factor(wave) + (verhint1_w |
##     IDsosci)
##    Data: d
##
```

```
## REML criterion at convergence: 4062
##
## Scaled residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -5.975 -0.338 -0.049  0.149  7.028
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
##  IDsosci  (Intercept) 0.0935   0.306
##           verhint1_w  0.0973   0.312    0.63
##  Residual             0.2428   0.493
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                     Estimate Std. Error         df t value     Pr(>|t|)
## (Intercept)          0.26512    0.04446  876.66346    5.96 0.0000000036 ***
## verhint1_w           0.43310    0.03847  280.85689   11.26      < 2e-16 ***
## C_sex               -0.06732    0.03377  571.52249   -1.99      0.04664 *
## verhint1_b           0.69476    0.01563  604.19894   44.44      < 2e-16 ***
## factor(wave)2        0.00402    0.03043 1616.08075    0.13      0.89483
## factor(wave)3        0.10435    0.03056 1619.50527    3.41      0.00065 ***
## factor(wave)4        0.09741    0.03158 1653.82795    3.08      0.00207 **
## verhint1_w:C_sex    -0.04512    0.04882  272.73255   -0.92      0.35619
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Modellvergleich
anova(wb_ri, wb_rs, wb_rs_ia)
```

```
## Data: d
## Models:
## wb_ri: verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (1 | IDsosci)
## wb_rs: verh1 ~ verhint1_w + verhint1_b + factor(wave) + (verhint1_w |
## wb_rs:     IDsosci)
## wb_rs_ia: verh1 ~ verhint1_w * C_sex + verhint1_b + factor(wave) + (verhint1_w |
## wb_rs_ia:     IDsosci)
##          Df  AIC  BIC logLik deviance  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
## wb_ri     8 4284 4330  -2134     4268
## wb_rs    10 4042 4100  -2011     4022 245.62      2     <2e-16 ***
## wb_rs_ia 12 4042 4111  -2009     4018   4.15      2       0.13
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# Reduktion der Varianz in random slope durch Interaktion
1 - (as.numeric(VarCorr(wb_rs_ia)$IDsosci["verhint1_w", "verhint1_w"]/as.numeric(VarCorr(wb_rs)$I
    "verhint1_w"])))
```

```
## [1] -0.0049
```

- Es gibt substantiell bedeutsame, statistisch signifikante Heterogenität um den durchschnittlichen Effekt der Intention auf das Verhalten.
  - Der durchschnittliche kausale *within*-Effekt und der Unterschied zwischen den Personen bleiben substantiell unverändert.
  - Die typischen Effekte (*fixed effect* von `verhint1_w` $\pm 1 SD$) schwanken zwischen kleinen und deutlichen Effekten.
  - Die Aufnahme des *random slope* verbessert das Modell nach allen Kriterien deutlich.
- Der kausale Effekt ist nicht wesentlich vom Geschlecht abhängig. Er fällt für Frauen unwesentlich und nicht statistisch signifikant schwächer aus als für Männer.
  - Die Standardabweichung des *random slope* aus dem Modell ohne Interaktion hilft, die Effektstärke der Interaktion einzuordnen. Die mittlere Abweichung vom durchschnittlichen Effekt beträgt 0.3 Punkte. Die Effekte für Frauen und Männer unterscheiden sich um 0.04 Punkte. Gemessen an der Gesamt-Heterogenität ist die Heterogenität zwischen den Geschlechtern zu vernachlässigen. Dies zeigt sich auch an der (nicht existenten) Reduktion der Varianz im *random slope*.

Spezialfall: Interaktion von *within*- und *between*-Prädiktor

- Eine Interaktion des *within*- mit dem *between*-Prädiktor erlaubt es zu untersuchen, ob sich der kausale Effekt eines Prädiktors in Abhängigkeit der durchschnittlichen Ausprägung unterscheidet. Im vorliegenden Beispiel können wir testen, ob sich die Verhaltensintention stärker bei den Personen zu einer Handlung führt, die allgemein eher vorhaben, diese Handlung auszuüben.
- Um die Koeffizienten in einem Modell mit einem Interaktionsterm aus zwei kontinuierlichen Variablen besser interpretierbar zu machen, zentrieren wir den *between*-Prädiktor um seinen Mittelwert. Der Mittelwert des *within*-Prädiktors ist durch die *within*-Transformation bereits gleich 0.

```r
# Zentrieren des between-Prädiktors
d = d %>% mutate(verhint1_bc = verhint1_b - mean(verhint1_b))

# Interaktion von within- und between Prädiktor
wb_rs_iawb = lmer(verh1 ~ verhint1_w * verhint1_bc + factor(wave) + (verhint1_w |
    IDsosci), data = d)
wb_rs_iawb %>% summary(correlation = FALSE)
```

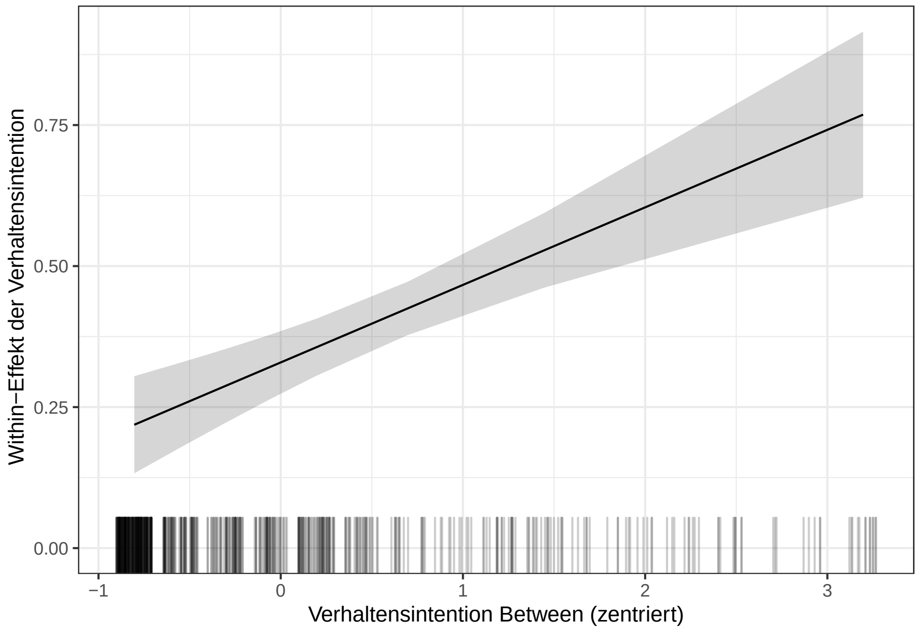
```
## Linear mixed model fit by REML. t-tests use Satterthwaite's method [
## lmerModLmerTest]
## Formula: verh1 ~ verhint1_w * verhint1_bc + factor(wave) + (verhint1_w |
##     IDsosci)
```

```
##    Data: d
##
## REML criterion at convergence: 4037
##
## Scaled residuals:
##    Min     1Q Median     3Q    Max
## -6.056 -0.374 -0.062  0.144  7.028
##
## Random effects:
##  Groups   Name        Variance Std.Dev. Corr
##  IDsosci  (Intercept) 0.0940   0.307
##           verhint1_w  0.0864   0.294    0.66
##  Residual             0.2423   0.492
## Number of obs: 2304, groups:  IDsosci, 576
##
## Fixed effects:
##                        Estimate Std. Error         df t value   Pr(>|t|)
## (Intercept)             1.47593    0.02509 1933.84933   58.82    < 2e-16 ***
## verhint1_w              0.32919    0.02825  400.16941   11.65    < 2e-16 ***
## verhint1_bc             0.71534    0.01594  574.00586   44.86    < 2e-16 ***
## factor(wave)2           0.00342    0.03033 1626.70386    0.11    0.91014
## factor(wave)3           0.10593    0.03045 1631.33777    3.48    0.00052 ***
## factor(wave)4           0.10152    0.03146 1664.84967    3.23    0.00128 **
## verhint1_w:verhint1_bc  0.13744    0.02701  345.59075    5.09 0.00000059 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
# Reduktion der Varianz in random slope durch Interaktion
1 - (as.numeric(VarCorr(wb_rs_iawb)$IDsosci["verhint1_w", "verhint1_w"]/as.numeric(VarCorr(wb_rs)
    "verhint1_w"])))
```

```
## [1] 0.11
```

```
# Plot des kausalen Effekts als Funktion des between-Prädiktors
tibble(b1 = fixef(wb_rs_iawb)["verhint1_w"], b3 = fixef(wb_rs_iawb)["verhint1_w:verhint1_bc"],
    Z = quantile(model.frame(wb_rs_iawb)[, "verhint1_bc"], probs = (0:10)/10), theta = b1 +
        Z * b3, se_b1 = coef(summary(wb_rs_iawb))["verhint1_w", 2], COV_b1b3 = vcov(wb_rs_iawb)['
        "verhint1_w:verhint1_bc"], se_b3 = coef(summary(wb_rs_iawb))["verhint1_w:verhint1_bc",
        2], se_theta = sqrt(se_b1^2 + 2 * Z * COV_b1b3 + Z^2 * se_b3^2), ci.lo_theta = theta +
        qt(0.05/2, df.residual(wb_rs_iawb)) * se_theta, ci.hi_theta = theta + qt(1 -
        0.05/2, df.residual(wb_rs_iawb)) * se_theta) %>% ggplot(aes(Z, theta, ymin = ci.lo_theta,
    ymax = ci.hi_theta)) + geom_ribbon(alpha = 0.2) + geom_line() + geom_rug(data = filter(d,
    wave == 1), aes(verhint1_bc, 0), sides = "b", inherit.aes = F, position = position_jitter(wid
    height = 0), alpha = 0.2, length = unit(1, "cm")) + labs(x = "Verhaltensintention Between (ze
    y = " Within-Effekt der Verhaltensintention")
```



- `verhint1_w`: Der kausale *within*-Effekt für Personen, *deren mittlere Verhaltensintention dem Stichprobenmittelwert entspricht*, beträgt 0.3 Punkte.
- `verhint1_b`: Zwei Personen, deren mittlere Verhaltensintention sich um einen Punkt unterscheidet, unterscheiden sich *dann, wenn ihre aktuelle Verhaltensintention ihrer mittleren Verhaltensintention entspricht*, um 0.7 Punkte.
- `verhint1_w:verhint1_bc`: Der kausale Effekt unterscheidet sich zwischen zwei Personen, deren mittlere Verhaltensintention sich um einen Punkt unterscheidet, um 0.1 Punkte. Die Interaktion verringert die Varianz im *random slope* um 11%.
  - Wie sich der kausale Effekt in Abhängigkeit der mittleren Verhaltensintention verändert, ist in der Abbildung dargestellt. Die "Barcodes" am unteren Rand zeigen die Verteilung des *between*-Prädiktors in der Stichprobe. Die graue Fläche um die Linie ist ein 95%-Konfidenzintervall.
  - Bei Personen, die über die Wellen hinweg eine größere Intention zeigen (= auf *between*-Prädiktor höhere Werte haben), führt eine Steigerung der Intention zu einer deutlicheren Steigerung der Handlungshäufigkeit. Bei Personen, die insgesamt nur eine geringe Intention haben, nach draußen zu gehen (die deutliche Mehrheit in der Stichprobe), ist der kausale Effekt schwächer ausgeprägt.

Zusammenfassung

> We hope the discussion above has convinced readers of the superiority of the REWB model, except perhaps when the within and between effects are approximately equal, in which case the standard RE model (without separated within and between effects) might be preferable for reasons of efficiency. Even then, the REWB model should be considered first, or as an alternative, since the equality of the within and between coefficients should not be assumed. As for FE, except for simplicity there is nothing that such models offer that a REWB model does not. — Bell et al. (2019)

5.3 Übungsaufgaben 6

1) Schätze den kausalen Effekt der Einstellung `ein3` und der wahrgenommenen deskriptiven Norm `desnormp3` mit Bezug zum Einhalten des Abstands von 1.5m zu anderen Personen auf die Intention, diese Verhaltensregel zu befolgen. Untersuche auch den Zusammenhang zwischen den über die Zeit stabilen Anteilen der Prädiktoren und dem Kriterium.
    - Transformiere zuerst die Prädiktoren in jeweils einen *within*- und einen *between*-Prädiktor.
    - Schätze ein geeignetes Null-Modell mit *random intercept* als Referenz.
    - Schätze das hybride *within-between* Panelmodell mit *random intercept*.
    - Nimm zusätzlich das eine Dummy-Variable für Ab-50-Jährige als Prädiktor auf.
    - Prüfe, ob sich die kausale Effekte zwischen ab und unter 50-Jährigen unterscheiden.
    - Schätze das hybride *within-between* Panelmodell mit *random slope* für die kausalen Effekte.
    - Prüfe auch anhand dieser Modelle, ob sich die kausale Effekte zwischen ab und unter 50-Jährigen unterscheiden.
    - Prüfe, ob sich die kausalen Effekte der Einstellung und der wahrgenommenen deskriptiven Norm nach dem mittleren Personen-Niveau des jeweiligen Prädiktors unterscheiden.
2) Spezifiziere, schätze und interpretiere ein eigenes hybrides *within-between* Panelmodell mit Daten aus dem Beispieldatensatz.

Bibliography

Barr, D. J., Levy, R., Scheepers, C., and Tily, H. J. (2013). Random effects structure for confirmatory hypothesis testing: Keep it maximal. *Journal of Memory and Language*, 68(3):255–278.

Bell, A., Fairbrother, M., and Jones, K. (2019). Fixed and random effects models: Making an informed choice. *Quality & Quantity*, 53(2):1051–1074.

Bell, A. and Jones, K. (2015). Explaining fixed effects: Random effects modeling of time-series cross-sectional and panel data. *Political Science Research and Methods*, 3(1):133–153.

Croissant, Y. and Millo, G. (2008). Panel data econometrics in R: The plm package. *Journal of Statistical Software*, 27(2):1–43.

Croissant, Y., Millo, G., and Tappe, K. (2020). *plm: Linear Models for Panel Data*. R package version 2.2-3.

Gelman, A. and Hill, J. (2006). *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*. Cambridge University Press, New York.

Hothorn, T., Zeileis, A., Farebrother, R. W., and Cummins, C. (2019). *lmtest: Testing Linear Regression Models*. R package version 0.9-37.

Keele, L., Stevenson, R. T., and Elwert, F. (2019). The causal interpretation of estimated associations in regression models. *Political Science Research and Methods*, pages 1–13.

King, G. and Roberts, M. E. (2015). How Robust Standard Errors Expose Methodological Problems They Do Not Fix, and What to Do About It. *Political Analysis*, 23(2):159–179.

Matuschek, H., Kliegl, R., Vasishth, S., Baayen, H., and Bates, D. (2017). Balancing Type I error and power in linear mixed models. *Journal of Memory and Language*, 94:305–315.

Millo, G. (2017). Robust standard error estimators for panel models: A unifying approach. *Journal of Statistical Software*, 82(3):1–27.

Vaisey, S. and Miles, A. (2017). What you can—and can't—do with three-wave panel data. *Sociological Methods & Research*, 46(1):44–67.

Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric analysis of cross section and panel data.* MIT press.