考虑一般情况的振动方程：



令，代入（1.1）式得：



等式两端同时除以得到：

，k是分离常数

在柱坐标系中讨论亥姆霍兹方程



则（1.2）式变为：



设（1.3）式有分离变量的形式解：



将形式解代入（1.3）式得到：







令，，则：







其中，，均是分离常数，对（1.4）式令，得：





式（1.7）即为m阶贝塞尔方程。

n阶贝塞尔方程的标准形式为：





令，代入（1.1）式，分离变量得



由此得：





式（1.4）为0阶贝塞尔方程，其通解为：



由于所以，第二类贝塞尔函数Y（x）在x→0+时不是有界的，即D=0，当时，所以（n=1,2,3…）是0阶贝塞尔函数的第n个零点。

当时，，由边界条件得

式（2.5）化为：



式（2.3）的解为：



叠加得到

