9.09 土.

기공수2 과제

PAGE

DATE

#9.2.3(1)

$a_n = \frac{e^n}{n^3}$ 이라고 하면

$a_n = \{ \frac{e}{1}, \frac{e^2}{8}, \frac{e^3}{27}, \cdots \}$. 증가수열.

$$\frac{e^n \cdot n^3 - e^n \cdot 2n^2}{n^6} = \frac{e^n(n^3-2n^2)}{n^6}$$

$$= \frac{e^n \cdot \cancel{n^2}(n-2)}{n^{\cancel{6}4}} \quad n=2$$

2.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{e^{n+1}}{(n+1)^3} \cdot \frac{n^3}{e^n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{e \cdot n^3}{(n+1)^3} = e > 1$$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^3}$ 은 발산 ($\because$ 비판정법)

#9.2.3(4)

$a_n = (-1)^n \frac{n^2-5}{5n^2-n}$ 이라 하자.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^2-5}{5n^2-n} \neq 0.$$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2-5}{5n^2-n}$ 은 발산 ($\because$ 발산판정법)

PAGE
DATE

#9.3.1.(5) $a_n = \frac{\ln n}{n}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 라 하자.

$a_n = \{0, \frac{\ln 2}{2}, \frac{\ln 3}{3}, \frac{\ln 4}{4}, \frac{\ln 5}{5}, \dots\}$.

$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} + \ln n \cdot (-\frac{1}{n^2})$.

$= \frac{1 - \ln n}{n^2} = 0$. $\ln n = 1$

$n = e$

a_n은 $n > e$에서 증가 수열

$f(x)$는 $x \geq e$에서 증가 ($f(x) \geq \frac{1}{e}$)인 연속함수

$\int_1^\infty f(x)\, dx$.

$= \int_1^\infty \frac{\ln x}{x}\, dx$

$= \lim_{t \to \infty} \int_1^t \frac{\ln x}{x}\, dx$.

$= \lim_{t \to \infty} \left[\frac{1}{2} (\ln x)^2 \right]_1^t$

$= \lim_{t \to \infty} \left(\frac{1}{2} (\ln t)^2 - \frac{1}{2} (\ln 1)^2 \right)$.

$= \lim_{t \to \infty} \frac{1}{2} (\ln t)^2 = \infty$.

∴ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$ 은 발산. (∵ 적분판정법)

#9.3.1.(0) $a_n = \frac{1}{n\ln n}$. $f(x) = \frac{1}{x\ln x}$ 라 하자.

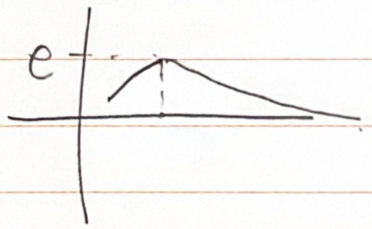
$f'(x) = -\frac{\ln x + \cancel{x}\cdot\frac{1}{\cancel{x}}\cdot 1}{(x\ln x)^2} = 0$.

$\frac{-(\ln x+1)}{(x\ln x)^2} = 0$. $x = \frac{1}{e}$ ∞.

$f(x)$ $x > \frac{1}{e}$ 에서 감소한다.

$f(x) \geq e$

~~$f(x)$~~



$f(x) > 0$ 인 연속함수 이므로 적분판정법 사용 가능.

$\int_2^{\infty} f(x)\,dx$

$= \lim_{t\to\infty} \int_2^t \frac{1}{x\ln x}\,dx$

$= \lim_{t\to\infty} [\ln(\ln x)]_2^t$

$= \lim_{t\to\infty} (\ln(\ln t) - \ln(\ln 2)) = \infty$.

PAGE
DATE

$\therefore \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ 은 발산 ($\because$ 적분 판정법)