

# XORARRAY

## Tóm tắt đề bài

Cho một dãy  $a$  gồm  $n$  số tự nhiên và  $q$  truy vấn  $(l, x)$ , mỗi truy vấn yêu cầu đếm số cách chọn các dãy con (không nhất thiết phải liên tiếp) của  $l$  số tự nhiên đầu tiên trong dãy sao cho tổng **xor** của dãy con đó bằng  $x$ .

Hãy viết chương trình giải  $q$  truy vấn được cho.

Giới hạn:  $n \leq 10^5, 0 \leq a_i \leq 2^{20} - 1$

## Lời giải

Coi mỗi số trong dãy là một vector và phép cộng vector là phép **xor** hai số, khi đó các bạn đã học Đại số tuyến tính dễ dàng giải được mỗi truy vấn bằng thuật toán ngây thơ sau:

- Tìm cơ sở  $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_d\}$  của không gian vector sinh bởi  $l$  vector đầu tiên trong dãy. Cơ sở này sẽ có không quá 20 vector vì không gian vector này có tối đa 20 chiều.
- Tìm chiều  $m$  của không gian vector tạo bởi tập nghiệm của phương trình  $\vec{v}_1x_1 + \vec{v}_2x_2 + \dots + \vec{v}_dx_d = \vec{v}$  với  $\vec{v}$  là vector ứng với số  $x$  được cho trong truy vấn. Lưu ý trong trường hợp vô nghiệm, đáp án của truy vấn sẽ bằng 0.
- Do để phân tích  $\vec{v}$  thành các vector trong dãy, ta bắt buộc phải dùng  $d - m$  vector trong cơ sở, còn các vector còn lại ta muốn dùng cũng được (vì luôn có cách dùng phân tích các vector được dùng còn lại bằng  $d - m$  vector bắt buộc phải dùng để ra được  $\vec{v}$ ) mà không dùng cũng chẳng sao, do đó đáp án bằng  $2^{l-d+m}$ .

Độ phức tạp của tổng thuật toán này là  $O(N \times (\log a)^3 + Q \times (\log a)^3)$ .

Để tối ưu thuật toán, ta có thể tính trước các cơ sở và không gian vector ứng với các cơ sở đó, Khi đó, độ phức tạp của thuật toán sẽ giảm xuống còn khoảng  $O(a \log a + Q)$ .

---