

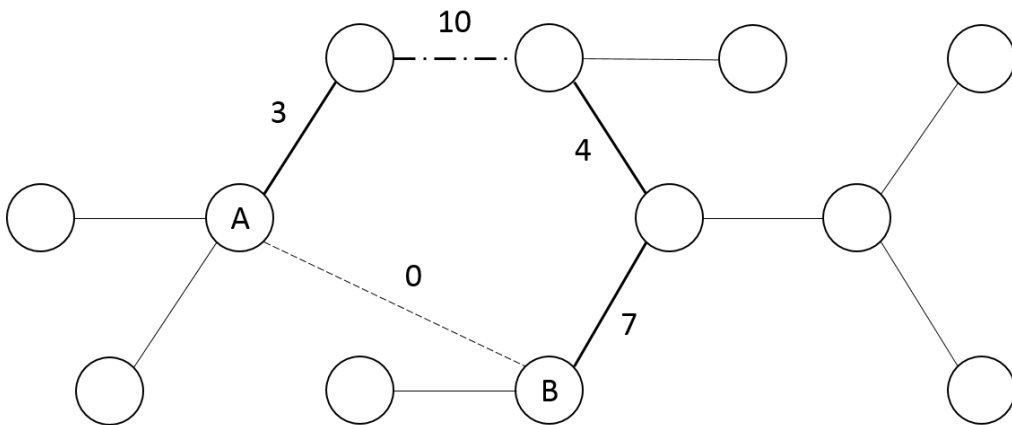
## ELECTRIC

Nguồn: Code Festival 2016 - Elimination Tournament Round 1 - Problem A

[https://atcoder.jp/contests/cf16-tournament-round1-open/tasks/asaporo\\_c](https://atcoder.jp/contests/cf16-tournament-round1-open/tasks/asaporo_c)

Trước hết, với phương án đặt trạm điện tại hai thành phố  $A$  và  $B$ , ta có thể xem như chỉ đặt trạm điện tại thành phố  $A$ , và có thể xây dựng đường dây điện nối giữa  $A$  và  $B$  với chi phí 0. Từ đó, ta nghĩ ra được thuật toán cho hai subtask đầu tiên: bổ sung thêm cạnh  $(A, B, 0)$  và tìm cây khung cực tiểu (minimum spanning tree) của đồ thị  $M + 1$  cạnh bằng thuật toán Kruskal. Thuật toán trên có độ phức tạp  $O(QM \log(N + M))$ .

Để cải tiến thuật toán trên, ta cần hiểu bản chất của thuật toán Kruskal. Trước hết, ta sẽ tìm cây khung cực tiểu  $T$  của đồ thị  $M$  cạnh. Nhận xét rằng, khi bổ sung một cạnh có trọng số 0 giữa hai đỉnh  $A$  và  $B$ , cạnh này chắc chắn sẽ nằm trong cây khung tối thiểu. Khi đó, đường đi giữa  $A$  và  $B$  trong  $T$  và cạnh  $(A, B)$  sẽ tạo thành một chu trình. Do thuật toán Kruskal xét các cạnh theo trọng số từ nhỏ đến lớn, cạnh có trọng số lớn nhất trên đường đi giữa  $A$  và  $B$  sẽ bị bỏ ra khỏi cây khung cực tiểu.



Do đó, gọi  $W$  là tổng trọng số của các cạnh trong  $T$ ,  $\max W(u, v)$  là cạnh có trọng số lớn nhất trên đường đi giữa  $u$  và  $v$  trên  $T$ . Khi đó, với truy vấn  $i$ , đáp án sẽ là  $W - \max W(A_i, B_i)$ .

Đến đây, ta đã có lời giải độ phức tạp  $O(M \log(N + M) + QN)$ , đủ để vượt qua subtask 3. Để được trọn vẹn điểm bài này, ta cần thực hiện việc tính toán trước  $\max W(u, v)$  với mọi cặp  $(u, v)$  trong  $O(N^2)$  bằng cách DFS từ từng đỉnh. Khi đó, mỗi truy vấn có thể được trả lời trong  $O(1)$ .

Độ phức tạp:  $O(M \log(N + M) + N^2 + Q)$ .