

## বিষয়: উচ্চতর গণিত

বিগত সালের প্রশ্নোত্তর

অধ্যয়নভিত্তিক ও টপিক অনুযায়ী বোর্ড প্রশ্ন বিশ্লেষণ

SSC  
একাডেমিক  
প্রস্তুতি

## অধ্যায়- ১১ (স্থানাঙ্ক জ্যামিতি)

১. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু হলো  $P(6,6)$ ,  $Q(-6,6)$ ,  $R(6,-7)$  এবং  $S(3,-7)$

[ঢাকা বোর্ড-২০২৪]

- (ক) দেখাও যে,  $Q$  ও  $S$  বিন্দুর সংযোগ সরলরেখা  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে।  
(খ) PQSR চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয় কর।  
(গ) PQSR চতুর্ভুজের যে অংশ চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

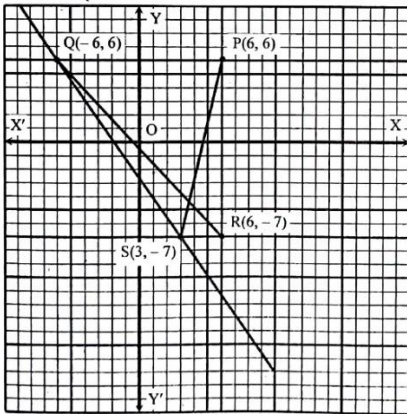
## ১ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক)  $Q(-6,6)$  ও  $S(3,-7)$  বিন্দুগামী QS

$$\text{সরলরেখার ঢাল, } m = \frac{6+7}{-6-3} = \frac{13}{-9} = -\frac{13}{9}$$

আমরা জানি, ঋনাত্মক ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখা  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ তৈরি করে। অর্থাৎ, QS রেখাটি  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ তৈরি করবে। (দেখানো হলো)

- (খ) দেওয়া আছে, চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু হলো  $P(6,6)$ ,  $Q(-6,6)$ ,  $R(6,-7)$  এবং  $S(3,-7)$ । বিন্দু চারটি দিয়ে গঠিত PQSR চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয়ের জন্য বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।



$$\text{বাহু, } PQ = \sqrt{(6+6)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{12^2 + 0} = 12 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } QS = \sqrt{(-6-3)^2 + (6+7)^2} = \sqrt{81 + 169} = 5\sqrt{10} \text{ একক}$$

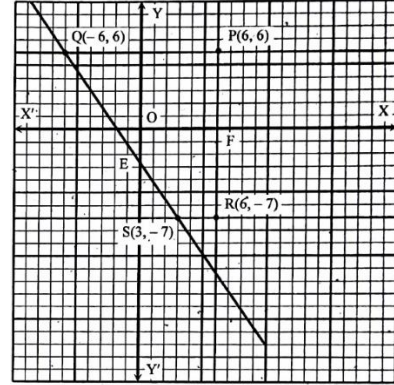
$$\text{বাহু, } SR = \sqrt{(3-6)^2 + (-7+7)^2} = \sqrt{9 + 0} = 3 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } PR = \sqrt{(6-6)^2 + (6+7)^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ একক}$$

যেহেতু চতুর্ভুজের বাহুগুলো পরস্পর অসমান তাই কর্ণগুলো ও অসমান হবে।  
আবার, PQ বাহুর P ও Q বিন্দুর কোটি সমান হওয়ায় PQ সরলরেখা এবং SR বাহুর S ও R বিন্দুদ্বয়ের কোটি সমান হওয়ায় SR সরলরেখা  $x$ -অক্ষের সমান্তরাল তথা এরা পরস্পর সমান্তরাল।

যেহেতু চতুর্ভুজের একজোড়া বাহু সমান্তরাল এবং কোনো বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান নয় তাই চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম।

- (গ) PQSR চতুর্ভুজের  $S(3,-7)$  ও  $R(6,-7)$  বিন্দুদ্বয় চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।



মনে করি, QS রেখা  $y$ -অক্ষকে  $E(0, a_1)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\text{QS রেখার সমীকরণ, } \frac{y-6}{6+7} = \frac{x+6}{-6-3}$$

$$\text{বা, } 13x + 78 = -9y + 54$$

$$\text{বা, } 13x + 9y + 24 = 0 \dots \dots (i)$$

- (i) নং রেখা  $(0, a_1)$  বিন্দুগামী হওয়ায়,

$$13 \times 0 + 9 \times a_1 + 24 = 0$$

$$\text{বা, } 9a_1 = -24 \therefore a_1 = -\frac{24}{9} = -\frac{8}{3}$$

$$\therefore E \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(0, -\frac{8}{3}\right)$$

P ও R বিন্দুর ভূজ 6 হওয়ায় PR রেখা  $x$ -অক্ষকে  $F(6,0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে PQRS চতুর্ভুজের চতুর্থ চতুর্ভাগের অংশটি হবে OESRF যেখানে  $O(0,0)$  মূলবিন্দু।

$\therefore$  প্রাপ্ত বিন্দুসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে OESRF অংশের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 6 & 60 \\ 0 & -8 & -7 & -700 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |0 + 0 - 21 + 0 + 0 - 0 + 8 + 42 + 42 + 2| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 71 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 35.5 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

২. একটি পঞ্চভুজের পাঁচটি শীর্ষবিন্দু হলো  $P(-1,-1)$ ,  $M(x,y)$ ,  $Q(1,1)$ ,  $R(2,7)$  এবং  $S(-3,2)$ ।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৪]

- (ক) PQ রেখা  $x$  অক্ষের সাথে যে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

- (খ)  $PM = 2QM$  হলে দেখাও যে,  $3x^2 + 3y^2 - 10 - 10y + 6 = 0$

- (গ) PQRS চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

## ২ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে,  $P(-1,-1)$  এবং  $Q(1,1)$

$$PQ \text{ রেখার ঢাল, } m = \frac{1+1}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

ধরি, PQ রেখা  $x$  অক্ষের সাথে  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করে।

$$\therefore \tan \theta = m = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$\therefore$  PQ রেখা  $x$  অক্ষের সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। (Ans.)

- (খ) দেওয়া আছে,  $P(-1,-1)$ ,  $M(x,y)$  এবং  $Q(1,1)$

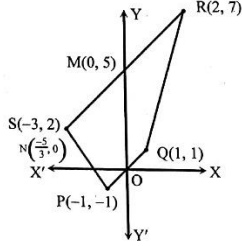
$$\therefore PM = \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2}$$

$$\text{এবং } QM = \sqrt{(1-x)^2 + (1-y)^2}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } PM = 2QM$$

বা,  $\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = 2 \times \sqrt{(1-x)^2 + (1-y)^2}$   
 বা,  $x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = 4 \times \{(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1)\}$   
 বা,  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 2 = 4x^2 + 4y^2 - 8x - 8y + 8$   
 বা,  $4x^2 - x^2 + 4y^2 - y^2 - 8x - 2x - 8y - 2y + 8 - 2 = 0$   
 $\therefore 3x^2 + 3y^2 - 10x - 10y + 6 = 0$  (দেখানো হলো)

(গ) PQRS চতুর্ভুজটির MONS অংশ দ্বিতীয় চতুর্ভুজে অবস্থান করে।



এখানে, RS রেখার সমীকরণ,  $\frac{x-2}{2+3} = \frac{y-7}{7-2}$   
 বা,  $\frac{x-2}{5} = \frac{y-7}{5}$

$$\therefore x - y + 5 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার ভূজ 0 হবে। অতএব,  
 $0 - y + 5 = 0$  বা,  $y = 5$  : M বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,5)

আবার, PQ রেখার সমীকরণ,  $\frac{x-1}{1+1} = \frac{y-1}{1+1}$

$$\text{বা, } x - 1 = y - 1 \therefore y = x \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) নং রেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার কোটি 0 হবে।

$$\therefore x = 0$$

$\therefore$  O বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,0)

আবার, PS রেখার সমীকরণ,  $\frac{x+3}{-3+1} = \frac{y-2}{2+1}$

$$\text{বা, } \frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{3} \text{ বা, } 3x + 9 = -2y + 4$$

$$\therefore 3x + 2y + 5 = 0 \dots \dots \dots (iii)$$

(iii) নং রেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার কোটি 0 হবে।

$$\therefore 3x + 2 \cdot 0 + 5 = 0 \text{ বা, } 3x = -5 \therefore x = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore N \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{5}{3}, 0\right)$$

$\therefore$  প্রাপ্ত বিন্দুসমূহ ঘড়ির কাঁটার দিকে নিয়ে MONS অংশের

$$\begin{aligned} \text{ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{5}{3} & -3 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left| 0 + 0 - \frac{10}{3} - 15 - 0 + 0 + 0 - 2 \right| \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{10+45}{3} = \frac{55}{6} \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

৩. (i) P(2, -3), Q(7, -3) এবং R(2,3) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

(ii)  $x + 3y = 13$ ,  $x + y = 3$ ,  $x + y = 5$  এবং  $y = 3$  চারটি সরলরেখার সমীকরণ।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৪]

(ক) P ও Q বিন্দুগামী রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে, PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

(গ) (ii) নং এর সমীকরণ চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

### ৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, -3)

এবং Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (7, -3)

$$\therefore P \text{ ও } Q \text{ বিন্দুগামী রেখার ঢাল} = \frac{-3+3}{7-2} = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,

P(2, -3), Q(7, -3) এবং R(2,3) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

$$\therefore PQ \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(7-2)^2 + (-3+3)^2} \text{ একক} = 5 \text{ একক}$$

$$\therefore QR \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(7-2)^2 + (-3-3)^2} \text{ একক} = \sqrt{61} \text{ একক}$$

$$\therefore PR \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2-2)^2 + (-3-3)^2} \text{ একক} = 6 \text{ একক}$$

$$\text{এখন, } PQ^2 + PR^2 = 5^2 + 6^2 = 61 = (\sqrt{61})^2 = QR^2$$

$$\therefore PQ^2 + PR^2 = QR^2 \text{ অর্থাৎ, ত্রিভুজটি পিথাগোরাসের সূত্রকে মেনে চলে।}$$

তাই, PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

(গ) দেওয়া আছে,

চারটি সরলরেখার সমীকরণ,

$$x + 3y = 13 \dots \dots \dots (i)$$

$$x + y = 3 \dots \dots \dots (ii)$$

$$x + y = 5 \dots \dots \dots (iii)$$

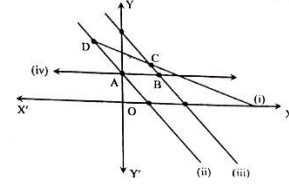
$$y = 3 \dots \dots \dots (iv)$$

(iv) এর মান (ii) ও (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x + 3 = 3$$

$$\therefore x = 0$$

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,3) এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2,3)



আবার,

$$(i) \text{ নং হতে } (ii) \text{ নং বিয়োগ করে, } 2y = 10 \therefore y = 5$$

$$y \text{ এর মান } (ii) \text{ নং এ বসিয়ে, } 5 + x = 3 \therefore x = -2$$

$$\therefore D \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (-2,5)$$

(i) হতে (iii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2y = 8 \therefore y = 4$$

y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে,

$$x + 4 = 5 \therefore x = 1$$

$$\therefore C \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (1,4)$$

এখন, সরলরেখা চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ ABCD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (-6 + 8 + 5 - 6 - 3 + 8) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \text{ একক} = 3 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

8. D(5,9), E(-6, -7), F(15, -7) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৪]

(ক) D ও E বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(খ) P(x, y) বিন্দু হতে x-অক্ষের দূরত্ব এবং E বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^2 + 12x + 14y + 85 = 0$

(গ) DEF ত্রিভুজের যে অংশ x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

### 8 নং প্রশ্নের উত্তর

$$(ক) D(5,9) \text{ ও } E(-6, -7) \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল} = \frac{9+7}{5+6} = \frac{16}{11} \text{ (Ans.)}$$

(খ) P(x, y) বিন্দু হতে x-অক্ষের দূরত্ব,  $PA = |y|$  একক

P(x, y) হতে E(-6, -7) বিন্দুর দূরত্ব, PE

$$= \sqrt{(x+6)^2 + (y+7)^2} \text{ একক}$$

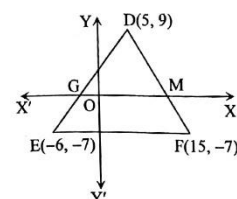
প্রশ্নমতে,  $PE = PA$

$$\text{বা, } \sqrt{(x+6)^2 + (y+7)^2} = y$$

$$\text{বা, } x^2 + 12x + 36 + y^2 + 14y + 49 = y^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\therefore x^2 + 12x + 14y + 85 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ)



দেওয়া আছে, D(5,9), E(-6, -7) ও F(15, -7) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

এখন, D(5,9) ও E(-6, -7) বিন্দুগামী DE রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-5}{5+6} = \frac{y-9}{9+7} \text{ বা, } 16x - 80 = 11y - 99$$

$$\text{বা, } 16x - 11y = -19 \therefore \frac{x}{\left(-\frac{19}{16}\right)} + \frac{y}{\left(\frac{19}{11}\right)} = 1$$

$$\text{অর্থাৎ, G বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{19}{16}, 0\right)$$

আবার, D(5,9) ও F(15,-7) বিন্দুগামী DF রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-5}{5-15} = \frac{y-9}{9+7} \text{ বা, } \frac{x-5}{-10} = \frac{y-9}{16}$$

$$\text{বা, } \frac{x-5}{-5} = \frac{y-9}{8} \text{ বা, } 8x - 40 = -5y + 45$$

$$\text{বা, } 8x + 5y = 85 \therefore \frac{x}{\left(\frac{85}{8}\right)} + \frac{y}{17} = 1$$

$$\text{অর্থাৎ, M বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{85}{8}, 0\right)$$

DEF ত্রিভুজের x-অক্ষের সাথে উৎপন্নকারী ত্রিভুজ হলো DGM।

$\therefore$  DGM ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয় ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে বসিয়ে ত্রিভুজটির

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc} -\frac{19}{16} & \frac{85}{8} & 5 \\ 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{765}{8} + \frac{171}{16} \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1701}{32} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৫.  $3x + 4y = 12$  সরলরেখাটি X অক্ষকে A বিন্দুতে এবং Y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে। C(-3,-4) এবং D(4,-5) দুটি বিন্দু।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৪]

(ক) A ও B বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ) M(x,y) বিন্দুটি C ও D বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী হলে, দেখাও যে,  $y = 7x - 8$

(গ) ABCD চতুর্ভুজের যে অংশ চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### ৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,  $3x + 4y = 12$  রেখাটি x অক্ষকে A বিন্দুতে এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$  রেখাটি x-অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করায় A বিন্দুর কোটি বা y স্থানাঙ্ক 0 হবে।

$$\therefore 3x + 4 \cdot 0 = 12 \text{ বা, } x = \frac{12}{3} = 4$$

$\therefore$  A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4,2) (Ans.)

আবার, রেখাটি y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করায় B বিন্দুর ভূজ বা x স্থানাঙ্ক 0 হবে।

$$\therefore 3 \cdot 0 + 4y = 12 \text{ বা, } y = \frac{12}{4} = 3$$

$\therefore$  B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,3) (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে,

C ও D বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (-3,-4) ও (4,-5)

$\therefore$  M(x,y) হতে C বিন্দুর দূরত্ব CM

$$= \sqrt{(x+3)^2 + (y+4)^2} \text{ একক}$$

এবং M(x,y) হতে D বিন্দুর দূরত্ব DM

$$= \sqrt{(x-4)^2 + (y+5)^2} \text{ একক}$$

শর্তমতে, CM = DM

$$\text{বা, } \sqrt{(x+3)^2 + (y+4)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y+5)^2}$$

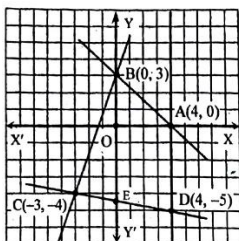
$$\text{বা, } x^2 + 6x + 9 + y^2 + 8y + 16 = x^2 - 8x + 16 + y^2 + 10y + 25$$

$$\text{বা, } 14x - 2y - 16 = 0$$

$$\text{বা, } 7x - y - 8 = 0$$

$$\therefore y = 7x - 8 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ)



‘ক’ হতে পাই,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4,0), B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,3)

দেওয়া আছে, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-3,-4) এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4,-5)

A, B, C ও D বিন্দুগুলো গ্রাফে স্থাপন করে প্রাপ্ত ABCD চতুর্ভুজের

D(4,-5) বিন্দুটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। CD রেখার সমীকরণ,  $\frac{y+4}{-3-4} = \frac{x+3}{-3-4}$

বা,  $x + 7y + 31 = 0$  CD রেখা যে বিন্দুতে y অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুর ভূজ শূন্য।

$$\therefore 0 + 7y + 31 = 0 \text{ বা, } 7y = -31 \therefore y = -\frac{31}{7}$$

$\therefore$  CD রেখা y অক্ষকে E  $\left(0, -\frac{31}{7}\right)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABCD চতুর্ভুজের OEDA অংশটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। যেখানে O(0,0) হলো মূলবিন্দু।

$\therefore$  OEDA অংশের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 4 \\ 0 & -\frac{31}{7} & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left| 0 + \frac{124}{7} + 20 + 0 \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{264}{7} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{132}{7} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৬. (i) A(6,7), B(-2,3), C(0,-1) এবং D(8,3) একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

(ii)  $3x - y + 4 = 0$  এবং  $4x + y - 11 = 0$  দুটি সরলরেখার সমীকরণ।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৪]

(ক) AC সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) ABCD চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(গ) (ii) নং এ প্রদত্ত সরলরেখাদ্বয় x-অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### ৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) A(6,7) ও C(0,-1) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-6}{6-0} = \frac{y-7}{7+1}$$

$$\text{বা, } \frac{x-6}{6} = \frac{y-7}{8}$$

$$\text{বা, } \frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{4}$$

$$\text{বা, } 4x - 24 = 3y - 21$$

$$\therefore 4x - 3y - 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,

ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে A(6,7), B(-2,3), C(0,-1) এবং D(8,3)

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2+0)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(0-8)^2 + (-1-3)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5} \text{ একক}$$

এখন, AB = CD এবং BC = AD বলে চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো সমান। তাই চতুর্ভুজটির আয়ত কিংবা সামান্তরিক হবে।

আবার,

$$AC \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6-0)^2 + (7+1)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

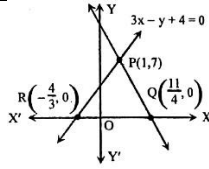
$$BD \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2} = 10 \text{ একক}$$

অর্থাৎ, AC কর্ণ = BD কর্ণ

$\therefore$  চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় ও পরস্পর সমান।

তাই, চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র। (Ans.)

(গ)



দেওয়া আছে,

$$3x - y + 4 = 0 \dots \dots (i)$$

$$\text{বা, } 3x - y = -4$$

$$\therefore \frac{x}{(-\frac{4}{3})} + \frac{y}{4} = 1$$

অর্থাৎ এটি x অক্ষকে  $R(-\frac{4}{3}, 0)$  এবং y অক্ষকে  $(0, 4)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\text{আবার, } 4x + y - 11 = 0 \dots \dots (ii)$$

$$\text{বা, } 4x + y = 11 \therefore \frac{x}{\frac{11}{4}} + \frac{y}{11} = 1$$

অর্থাৎ, এটি x অক্ষকে  $Q(\frac{11}{4}, 0)$  এবং y অক্ষকে  $(0, 11)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

(i) ও (ii) নং হতে আড়াগুন পদ্ধতিতে,

$$\frac{x}{11-4} = \frac{y}{16+33} = \frac{1}{3+4}$$

$$\therefore \frac{x}{7} = \frac{y}{49} = \frac{1}{7}$$

$$1ম \text{ ও } 3য় \text{ পক্ষ হতে পাই, } \frac{x}{7} = \frac{1}{7} \therefore x = 1$$

$$2য় \text{ ও } 3য় \text{ পক্ষ হতে পাই, } \frac{y}{49} = \frac{1}{7} \therefore y = 7$$

$\therefore$  রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু  $P(1, 7)$

এখন, সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার

$$\begin{aligned} \text{ক্ষেত্রফল, } \Delta &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -\frac{4}{3} & \frac{11}{4} & 1 & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 7 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{77}{4} + \frac{28}{3} \right) \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{343}{24} \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

৭.  $A(6, -2), B(6, 5), C(-4, 5)$  এবং  $D(-4, -2)$  একটি চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু।

[সিলেট বোর্ড-২০২৪]

(ক) C বিন্দুগামী এবং 2 ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) ABCD চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(গ) ABCD চতুর্ভুজটির যে অংশ তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### ৭ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-4, 5)$

আমরা জানি, m ঢালবিশিষ্ট  $(x_1, y_1)$  বিন্দুগামী

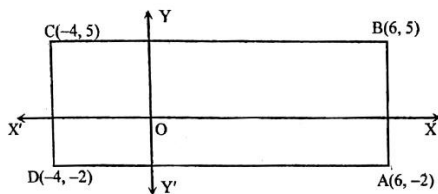
রেখার সমীকরণ:  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\therefore$  2 ঢালবিশিষ্ট  $(-4, 5)$  বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ:

$$y - 5 = 2(x + 4) \text{ বা, } 2x + 8 - y + 5 = 0$$

$$\therefore 2x - y + 13 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ)



ABCD চতুর্ভুজের

$$\text{বাহু AB} = \sqrt{(6 - 6)^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{0 + 49} = 7 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু BC} = \sqrt{(6 + 4)^2 + (5 - 5)^2} = \sqrt{100 + 0} = 10 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু CD} = \sqrt{(-4 + 4)^2 + (5 + 2)^2} = \sqrt{0 + 49} = 7 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু AD} = \sqrt{(6 + 4)^2 + (-2 + 2)^2} = \sqrt{100 + 0} = 10 \text{ একক}$$

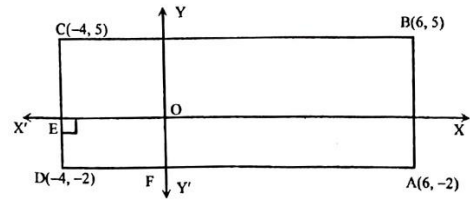
$$\text{বাহু AC} = \sqrt{(6 + 4)^2 + (-2 - 5)^2} = \sqrt{100 + 49} = \sqrt{149} \text{ একক}$$

$$\text{বাহু BD} = \sqrt{(6 + 4)^2 + (5 + 2)^2} = \sqrt{100 + 49} = \sqrt{149} \text{ একক}$$

অর্থাৎ ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুদ্বয়  $AB = CD$  এবং  $BC = AD$  আবার কর্ণ  $AC =$  কর্ণ  $BD$

$\therefore$  ABCD চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র। (Ans.)

(গ)



'খ' হতে পাই, ABCD চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র অতএব চতুর্ভুজটি দ্বারা তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত OEDF ক্ষেত্রটিও একটি আয়তক্ষেত্র হবে।

এখন, CD রেখা y অক্ষের সমান্তরাল এবং  $(-4, 5)$  বিন্দুগামী

$\therefore$  CD রেখার সমীকরণ:  $x = -4$

অনুরূপভাবে  $D(-4, -2)$  বিন্দুগামী ও x অক্ষের সমান্তরাল AD রেখার সমীকরণ  $y = -2$

এখন,  $x = -4$  রেখাটি x অক্ষকে  $(-4, 0)$  বিন্দুতে এবং  $y = -2$  রেখাটি y অক্ষকে  $(0, -2)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

অর্থাৎ E ও F বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(-4, 0)$  ও  $(0, -2)$

$$\begin{aligned} \therefore \text{OEDF চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -4 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 0 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (8 + 8) = 8 \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

৮. ABCD চতুর্ভুজে শীর্ষবিন্দু চারটি যথাক্রমে  $A(0, -1), B(-2, 3), C(6, 7)$  এবং  $D(8, 3)$

[যশোর বোর্ড-২০২৪]

(ক) দেখাও যে,  $AB \parallel C$

(খ) দেখাও যে, A, B, C ও D বিন্দু চারটি একটি আয়তের শীর্ষবিন্দু।

(গ) প্রমাণ কর যে,  $3x - 2y = 2, AC$  এবং  $AB$  রেখা তিনটি সমবিন্দু।

#### ৮ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে,  $A(0, -1), B(-2, 3), C(6, 7)$  ও  $D(8, 3)$

$$AB \text{ রেখার ঢাল, } m_1 = \frac{3+1}{-2-0} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$CD \text{ রেখার ঢাল, } m_2 = \frac{3-7}{8-6} = \frac{-4}{2} = -2$$

এখানে,  $m_1 = m_2$  অর্থাৎ সরলরেখাদ্বয়ের ঢাল সমান।

$\therefore AB \parallel CD$  (দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে,

ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে  $A(0, -1), B(-2, 3), C(6, 7)$  এবং  $D(8, 3)$

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(0 + 2)^2 + (-1 - 3)^2} = 2\sqrt{5} \text{ বর্গ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2 - 6)^2 + (3 - 7)^2} = 4\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6 - 8)^2 + (7 - 3)^2} = 2\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(0 - 8)^2 + (-1 - 3)^2} = 4\sqrt{5} \text{ বর্গ একক}$$

এখন,  $AB = CD$  এবং  $BC = AD$  বলে চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো সমান। তাই চতুর্ভুজটির আয়ত কিংবা সামান্তরিক হবে।

আবার,

$$\begin{aligned} AC \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} &= \sqrt{(0 - 6)^2 + (-1 - 7)^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ একক} \end{aligned}$$

$$BD \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2 - 8)^2 + (3 - 3)^2} = 10 \text{ একক}$$

অর্থাৎ, AC কর্ণ = BD কর্ণ

$\therefore$  চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় ও পরস্পর সমান।

তাই, চতুর্ভুজটি একটি আয়তের শীর্ষবিন্দু। (Ans.)

- (গ) দেওয়া আছে,  $A(0, -1), B(-2, 3)$  ও  $C(6, 7)$

$$AC \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x-0}{0-6} = \frac{y+1}{-1-7} \text{ বা, } \frac{x}{-6} = \frac{y+1}{-8}$$

$$\text{বা, } 4x = 3y + 3 \therefore x = \frac{3y+3}{4} \dots \dots (i)$$

$$AB \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x-0}{0+2} = \frac{y+1}{-1-3} \text{ বা, } \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-4}$$

$$\text{বা, } -2x = y + 1 \therefore x = \frac{y+1}{-2} \dots \dots (ii)$$



(i) ও (ii) হতে,  $\frac{3y+3}{4} = -\frac{y+1}{2}$

বা,  $3y + 3 = -2y - 2$  বা,  $5y = -5 \therefore y = -1$

(ii) হতে,  $x = \frac{-1+1}{-2} = 0$

$\therefore$  AC ও AB রেখার ছেদবিন্দু  $(0, -1)$

এখন, প্রদত্ত রেখার বামপক্ষ  $= 3x - 2y$

$= 3 \cdot 0 - 2(-1) = 0 + 2 = 2 =$  ডানপক্ষ

$\therefore (0, -1)$  বিন্দু  $3x - 2y = 2$  রেখার উপর অবস্থিত।

অর্থাৎ,  $3x - 2y = 2$ , AC এবং AB রেখা তিনটি সমবিন্দু। (প্রমাণিত)

৯. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু  $P(5,3)$ ,  $Q(-4,2)$ ,  $R(-2, -1)$  ও  $S(3, k)$  ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

[বরিশাল বোর্ড-২০২০]

(ক) PQ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) PQRS চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল  $\Delta PQS$  এর ক্ষেত্রফলের  $\frac{56}{43}$  গুণ হলে k এর মান নির্ণয় কর।

(গ) যদি  $A(x, y)$  বিন্দুটি P ও Q বিন্দু হতে সমদূরবর্তী হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $9x + y - 7 = 0$

#### ৯ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে, P ও Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(5,3)$  ও  $(-4,2)$

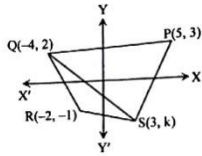
$\therefore$  PQ সরলরেখার সমীকরণ,  $\frac{x-5}{5-(-4)} = \frac{y-3}{2-3}$

বা,  $\frac{x-5}{9} = \frac{y-3}{-1}$

বা,  $x - 5 = 9y - 27$

$\therefore x - 9y + 22 = 0$  (Ans.)

- (খ) দেওয়া আছে, চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু  $P(5,3)$ ,  $Q(-4,2)$ ,  $R(-2, -1)$  ও  $S(3, k)$



PQRS চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & -4 & -2 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & k & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2} (10 + 4 - 2k + 9 - 5k + 3 + 4 + 12)$

$= \frac{1}{2} (42 - 7k) = 21 - \frac{7}{2}k$  বর্গ একক

আবার,  $\Delta PQS$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & -4 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & k & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2} (10 - 4k + 9 - 5k - 6 + 12)$

$= \frac{1}{2} (25 - 9k)$  বর্গ একক

শর্তমতে, PQRS চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল  $= \frac{56}{43} \cdot \Delta PQS$  এর ক্ষেত্রফল

বা,  $21 - \frac{7}{2}k = \frac{56}{43} \left\{ \frac{1}{2} (25 - 9k) \right\}$

বা,  $903 - \frac{301}{2}k = 700 - 252k$

বা,  $-\frac{203}{2}k = 203$

$\therefore k = -2$  (Ans.)

- (গ) দেওয়া আছে,  $A(x, y)$  বিন্দুটি P(5,3) ও Q(-4,2) বিন্দু হতে সমদূরবর্তী। শর্তমতে,  $PA = QA$

বা,  $\sqrt{(x-5)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + (y-2)^2}$

বা,  $x^2 - 10x + 25 + y^2 - 6y + 9 = x^2 + 8x + 16 + y^2 - 4y + 4$

বা,  $18x + 2y - 14 = 0 \therefore 9x + y - 7 = 0$  (প্রমাণিত)

১০.  $A(2,5)$ ,  $B(5,9)$  এবং  $D(6,8)$  বিন্দু তিনটি ABCD রম্বসের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

[ঢাকা বোর্ড-২০২০]

(ক)  $(8,4)$  এবং  $(-4,6)$  বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(খ)  $\Delta ABD$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) C বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

#### ১০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $(8,4)$  এবং  $(-4,6)$  বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল  $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 6}{8 - (-4)} = \frac{-2}{12} = -\frac{1}{6}$  (Ans.)

(খ) উদ্দীপক অনুসারে,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\equiv (2,5)$

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\equiv (5,9)$

এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\equiv (6,8)$

$\Delta ABD$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & 5 & 2 & 6 \\ 8 & 9 & 5 & 8 \end{vmatrix}$  বর্গ একক

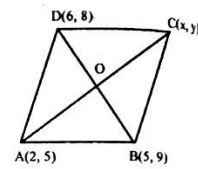
$= \frac{1}{2} \{ (54 + 25 + 16) - (40 + 18 + 30) \}$

$= \frac{1}{2} (95 - 88)$

$= \frac{7}{2}$  বর্গ একক

$\therefore$  নির্ণেয়  $\Delta ABD$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{7}{2}$  বর্গ একক (Ans.)

(গ)



ধরি, C বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(x, y)$ । চিত্রে, AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমান দুইভাগে বিভক্ত করে।

$\therefore$  B ও D এর মধ্যবিন্দু  $\left( \frac{5+6}{2}, \frac{9+8}{2} \right) \equiv \left( \frac{11}{2}, \frac{17}{2} \right)$

A ও C এর মধ্যবিন্দু  $\left( \frac{x+2}{2}, \frac{y+5}{2} \right)$

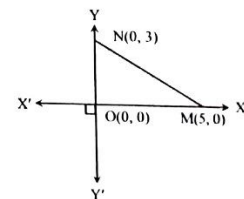
সুতরাং,  $\frac{x+2}{2} = \frac{11}{2}$  এবং  $\frac{y+5}{2} = \frac{17}{2}$

বা,  $x + 2 = 11$  বা,  $y + 5 = 17$

$\therefore x = 9$   $\therefore y = 12$

$\therefore$  নির্ণেয় C বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(x, y) \equiv (9, 12)$  (Ans.)

১১.  $A(3,4)$ ,  $B(2t, 5)$ ,  $C(6, t)$ ,  $P(6,3)$  এবং  $Q(2,9)$  পাঁচটি বিন্দু।



[ঢাকা বোর্ড-২০২০]

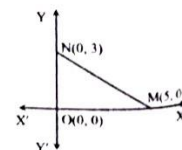
(ক) OMN ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(খ) ছক কাগজে APQ ত্রিভুজটি আঁক এবং প্রমাণ কর যে, এটি একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

(গ)  $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল  $19\frac{1}{2}$  বর্গ একক হলে, t এর মান নির্ণয় কর।

#### ১১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)



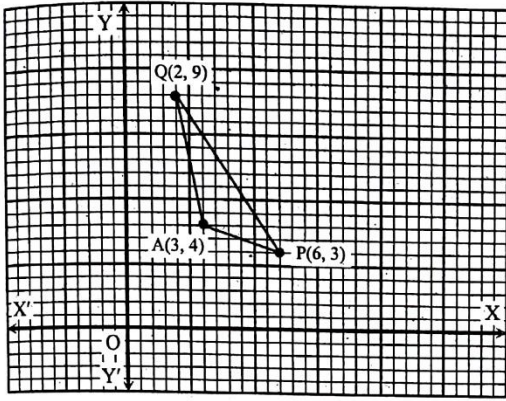
$\Delta OMN$  এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$  বর্গ একক

$= \frac{1}{2} (15 - 0)$  বর্গ একক

$= \frac{15}{2}$  বর্গ একক (Ans.)

- (খ) ছক কাগজে  $XOX'$  কে  $x$  অক্ষ বরাবর  $YOY'$  কে  $y$  অক্ষ ধরে,  $x$  ও  $y$  অক্ষ বরাবর প্রতি 2টি ক্ষুদ্রতম বর্গের দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে  $A(3,4)$ ,  $P(6,3)$  এবং  $Q(2,9)$  বিন্দু তিনটি স্থাপন করি।  $A$ ,  $P$ ;  $P$ ,  $Q$  ও  $Q$ ,  $A$  যোগ করি।



এখন,  $AP$  বাহুর দৈর্ঘ্য  $= \sqrt{(6-3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

$$\therefore AP^2 = 10$$

আবার,  $AQ$  বাহুর দৈর্ঘ্য  $= \sqrt{(3-2)^2 + (4-9)^2} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$

$$\therefore AQ^2 = 26$$

এবং  $PQ$  বাহুর দৈর্ঘ্য  $= \sqrt{(6-2)^2 + (3-9)^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$

$$\therefore PQ^2 = 52$$

এখানে,

$$AP^2 + AQ^2 = 10 + 26 = 36 \text{ এবং } PQ^2 = 52$$

$$\therefore AP^2 + AQ^2 < PQ^2$$

অর্থাৎ  $PQ$  বাহুর বিপরীত কোণ  $A$  একটি স্থূলকোণ।

$\therefore \triangle APQ$  একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)

- (গ) উদ্দীপক অনুসারে

$A$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\equiv (3,4)$

$B$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\equiv (2t, 5)$

এবং  $C$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\equiv (6, t)$

$\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 2t & 6 \\ 2 & 5 & t \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$  বর্গ একক

$$= \frac{1}{2} (15 + 2t^2 + 24 - 8t - 30 - 3t)$$

$$= \frac{(2t^2 - 11t + 9)}{2} \text{ বর্গ একক}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{(2t^2 - 11t + 9)}{2} = 19 \frac{1}{2} = \frac{39}{2}$$

$$\text{বা, } 2t^2 - 11t + 9 = 39 \text{ বা, } 2t^2 - 15t + 4t - 30 = 0$$

$$\text{বা, } t(2t - 15) + 2(2t - 15) = 0 \text{ বা, } (t + 2)(2t - 15) = 0$$

$$\therefore 2t - 15 = 0 \quad \text{অথবা, } t + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2t = 15 \quad \therefore t = -2$$

$$\therefore t = \frac{15}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণয়ে } t \text{ এর মান } \frac{15}{2}, -2 \text{ (Ans.)}$$

১২.  $A(x, y)$ ,  $B(1,2)$ ,  $C(2,1)$  এবং  $D(-x, -y)$  কার্তেসীয় তলে অবস্থিত চারটি বিন্দু।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $5x + 4y = 20$  রেখাটি  $x$  অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ)  $AB \parallel CD$  হলে প্রমাণ কর যে,  $x - y + 1 = 0$ .

(গ)  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক হলে, দেখাও যে,  $x + y = 15$  এবং  $x + y + 9 = 0$ .

#### ১২ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে, প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ:  $5x + 4y = 20$

ধরি, সরলরেখাটি  $x$  অক্ষকে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং  $A$  বিন্দুর  $y$  স্থানাঙ্ক অর্থাৎ কোটি শূন্য হবে।

$$\therefore 5x + 4 \times 0 = 20$$

$$\text{বা, } 5x = 20$$

$$\therefore x = 4$$

$\therefore$  নির্ণয়ে  $A$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(4,0)$  (Ans.)

- (খ) দেওয়া আছে,  $xy$  কার্তেসীয় তলে অবস্থিত চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $A(x, y)$ ,  $B(1,2)$ ,  $C(2,1)$  এবং  $D(-x, -y)$

প্রশ্নমতে,  $AB \parallel CD$

তাহলে  $AB$  ও  $CD$  রেখাদ্বয়ের ঢালদ্বয় পরস্পর সমান।

$AB$  ও  $CD$  সরলরেখাদ্বয়ের ঢাল যথাক্রমে  $M_{AB}$  এবং  $M_{CD}$  হলে

$$M_{AB} = M_{CD}$$

$$\text{বা, } \frac{2-y}{1-x} = \frac{-y-1}{-x-2} \text{ বা, } \frac{2-y}{1-x} = \frac{y+1}{x+2}$$

$$\text{বা, } 2x - xy + 4 - 2y = y + 1 - xy - x$$

$$\text{বা, } 3x - 3y + 3 = 0$$

$$\therefore x - y + 1 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

- (গ) দেওয়া আছে,  $A$ ,  $B$  ও  $C$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $A(x, y)$ ,  $B(1,2)$  এবং  $C(2,1)$ ; এবং

$\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক

$$\therefore \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ y & 2 & 1 \end{vmatrix} = 6$$

$$\text{বা, } \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ y & 2 & 1 \end{vmatrix} = 12 \text{ বা, } |(2x + 1 + 2y) - (y + 4 + x)| = 12$$

$$\text{বা, } |x + y - 3| = 12 \text{ বা, } x + y - 3 = \pm 12$$

$$(+) \text{ চিহ্ন নিয়ে পাই, } x + y - 3 = 12$$

$$\text{বা, } x + y = 15$$

$$(-) \text{ চিহ্ন নিয়ে পাই, } x + y - 3 = -12$$

$$\text{বা, } x + y + 9 = 0$$

অর্থাৎ,  $x + y = 15$  এবং  $x + y + 9 = 0$  (দেখানো হলো)

১৩.  $y = x + 6$ ,  $y = -x + 6$ ,  $y = -x - 6$  এবং  $y = x - 6$  একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহু নির্দেশ করে।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $y = -x - 7$  রেখাটি  $x$  অক্ষের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

(খ) ১ম দুটি সরলরেখা এবং  $x$  অক্ষ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

#### ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) প্রদত্ত সরলরেখা:  $y = -x - 7$

এটিকে  $y = mx + c$  এর সাথে তুলনা করে পাই  $m = -1$  কোন সরলরেখা দ্বারা  $x$  অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ  $\theta$  হলে,  $m = \tan \theta$

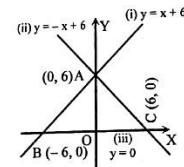
$$\therefore -1 = \tan \theta$$

$$\text{বা, } \theta = \tan^{-1}(-1)$$

$$= \pi - \tan^{-1} 1 = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

$\therefore$  রেখাটি  $x$  অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $135^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। (Ans.)

- (খ)



দেওয়া আছে, ১ম দুটি সরলরেখার সমীকরণ যথাক্রমে,

$$y = x + 6 \dots\dots\dots (i)$$

$$y = -x + 6 \dots\dots\dots (ii)$$

এবং  $x$  অক্ষের সমীকরণ

$$y = 0 \dots\dots\dots (iii)$$

এখন, চিত্রের  $A$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে (i) ও (ii) নং সরলরেখার ছেদবিন্দু।

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2y = 12$$

$$\text{বা, } y = 6$$

$$y \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } 6 = x + 6 \text{ বা, } x = 0$$

$$\therefore A \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (0,6)$$

$$(ii) \text{ ও (iii) নং সমীকরণ হতে পাই, } -x + 6 = 0 \text{ বা, } x = 6$$

∴ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (6,0)

(i) ও (iii) হতে পাই,  $0 = x + 6$  বা,  $x = -6$

∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-6,0)

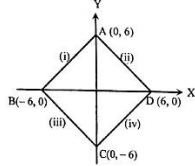
এখন, ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে A(0,6), B(-6,0) এবং C(6,0) বিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -6 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |(0 + 0 + 36) - (-36 + 0 + 0)| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |(36 + 36)| = 36 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

(গ)



দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহুর সমীকরণ যথাক্রমে

$$y = x + 6 \dots\dots\dots (i)$$

$$y = -x + 6 \dots\dots\dots (ii)$$

$$y = -x - 6 \dots\dots\dots (iii)$$

$$y = x - 6 \dots\dots\dots (iv)$$

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2y = 12$$

$$\text{বা, } y = 6$$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$6 = x + 6 \text{ বা, } x = 0$$

∴ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,6)

(i) ও (iii) যোগ করে পাই,  $2y = 0$  বা,  $y = 0$

এখন,  $y = 0$  (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $x = -6$

∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-6,0)

(ii) ও (iv) যোগ করে পাই,  $2y = 0$  বা,  $y = 0$

এখন,  $y = 0$ , (ii) নং এ বসিয়ে পাই,  $x = 6$

∴ D বিন্দুর স্থানাঙ্ক, (6,0)

(iii) ও (iv) যোগ করে পাই,  $2y = -12$  বা,  $y = -6$

এখন,  $y = -6$ , (iii) নং এ বসিয়ে পাই,  $x = 0$

∴ C বিন্দুর স্থানাঙ্ক, (0, -6)

এখন, A(0,6) এবং C(0, -6) বিন্দুগামী AC কর্ণের সমীকরণ,

$$\frac{x-0}{y-6} = \frac{0-0}{6+6}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{y-6} = \frac{0}{12} \text{ বা, } 12x = 0 \therefore x = 0 \text{ (Ans.)}$$

আবার, B(-6,0) এবং D(6,0) বিন্দুগামী BD কর্ণের সমীকরণ,

$$\frac{x+6}{y-0} = \frac{-6-6}{0-0} \text{ বা, } \frac{x+6}{y} = \frac{-12}{0}$$

$$\text{বা, } -12y = 0 \therefore y = 0$$

∴ নির্ণেয় কর্ণদ্বয়ের সমীকরণ যথাক্রমে  $x = 0$  এবং  $y = 0$  (Ans.)

১৪. A(-4,4), B(6,4), C(6,-7) এবং D(4,-7) বিন্দু চারটি একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৩]

(ক) দেখাও যে, (3,-5) এবং (6,4) বিন্দুগামী সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।

(খ) দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি ট্রাপিজিয়াম।

(গ) ABCD চতুর্ভুজের যে অংশ চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, একটি সরলরেখা (3,-5) ও (6,4) বিন্দুগামী।

$$\therefore (3,-5) \text{ ও } (6,4) \text{ বিন্দুগামী রেখার ঢাল} = \frac{4+5}{6-3} = \frac{9}{3} = 3$$

যেহেতু রেখাটির ঢাল ধনাত্মক,

সুতরাং (3,-5) ও (6,4) বিন্দুগামী সরলরেখাটি I-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে। (দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে, A(-4,4), B(6,4), C(6,-7) ও D(4,-7) চারটি বিন্দু হলো চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু।

এখন, ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহু যথাক্রমে AB, BC, CD ও DA

তাহলে, A(-4,4) ও B(6,4) বিন্দুগামী রেখা AB এর ঢাল

$$= \frac{4-4}{6-(-4)} = \frac{0}{10} = 0$$

আবার, B(6,4) ও C(6,-7) বিন্দুগামী রেখা BC এর ঢাল

$$= \frac{-7-4}{6-6} = \frac{-11}{0} = \text{অসংজ্ঞায়িত}$$

আবার, C(6,-7) ও D(4,-7) বিন্দুগামী রেখা CD এর ঢাল

$$= \frac{-7+7}{4-6} = \frac{0}{-2} = 0$$

আবার, A(-4,4) ও D(4,-7) বিন্দুগামী রেখা AD এর ঢাল

$$= \frac{-7-4}{4-(-4)} = \frac{-11}{8}$$

যেহেতু AB রেখার ঢাল CD রেখার ঢাল ∴ AB ∥ CD

আবার, AB বাহুর দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{(-4-6)^2 + (4-4)^2} = 10$  একক

BC বাহুর দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{(6-6)^2 + (4+7)^2} = 11$  একক

CD বাহুর দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{(6-4)^2 + (-7+7)^2} = 2$  একক

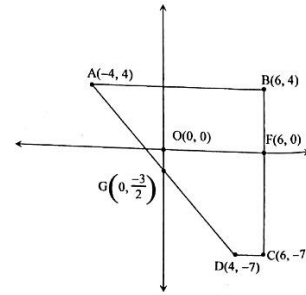
এবং DA বাহুর দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{(4+4)^2 + (-7-4)^2} = \sqrt{185}$  একক

ট্রাপিজিয়ামের যেকোনো দুই বাহু সমান্তরাল কিন্তু কোনো বাহুর দৈর্ঘ্য সমান নাও হতে পারে।

এখানে, ABCD চতুর্ভুজের বাহু AB ≠ CD ≠ BC ≠ DA

কিন্তু AB ∥ CD হওয়ায়, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। (দেখানো হলো)

(গ)



চিত্রে ABCD চতুর্ভুজের CDGOF অংশের অবস্থান চতুর্থ চতুর্ভাগে।

এখন,

$$BC \text{ সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{x-6}{6-6} = \frac{y-4}{4+7} \text{ বা, } \frac{x-6}{0} = \frac{y-4}{11}$$

$$\text{বা, } 11(x-6) = 0 \text{ বা, } x-6 = 0 \therefore x = 6$$

BC সরলরেখা ও x অক্ষের ছেদবিন্দুতে,  $y = 0$  হবে।

∴ ছেদবিন্দু F এর স্থানাঙ্ক ≡ (6,0)

আবার,

$$AD \text{ সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{x+4}{-4-4} = \frac{y-4}{-4-4} \text{ বা, } \frac{y-4}{-8} = \frac{y-4}{11}$$

$$\text{বা, } 11x + 44 = -8y + 32 \therefore 11x + 8y = -12$$

AD সরলরেখা ও y অক্ষের ছেদবিন্দুতে,  $x = 0$  হবে।

$$\therefore 11 \times 0 + 8y - 12 \text{ বা, } y = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

∴ ছেদবিন্দু G এর স্থানাঙ্ক ≡  $(0, -\frac{3}{2})$

এখন, O(0,0), G  $(0, -\frac{3}{2})$ , D(4,-7), C(6,-7) ও F(6,0)

ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে বিন্দু পাঁচটি দ্বারা গঠিত পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & 6 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} & -7 & -7 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \{(0 + 0 + 28 + 0 + 0) - (0 - 6 - 42 - 42 + 0)\} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (-28 + 6 + 42 + 42) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 31 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

১৫. P(-6,5), Q(-11,-6), R(7,-2), S(8,h) বিন্দুগুলো একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু যেখানে  $h > 0$

[রাজশাহী বোর্ড-২০২৩]

- (ক)  $(-5, -3)$  বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
- (খ)  $T(x, y)$  বিন্দুটি P ও Q বিন্দু হতে সমদূরবর্তী হলে, প্রমাণ কর যে  $5x + 11y + 48 = 0$
- (গ) PQRS চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল,  $\Delta PQR$  এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হলে, h এর মান নির্ণয় কর।

## ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক)  $(-5, -3)$  বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,  
 $y - (-3) = 3\{x - (-5)\}$   
 বা,  $y + 3 = 3(x + 5)$   
 বা,  $3x + 15 = y + 3$   
 $\therefore 3x - y + 12 = 0$  (Ans.)
- (খ) দেওয়া আছে, P ও Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(-6, 5)$  ও  $(-11, -6)$   
 এখন,  $T(x, y)$  বিন্দু হতে P বিন্দুর দূরত্ব,  
 $PT = \sqrt{(x + 6)^2 + (y - 5)^2}$  একক  
 আবার,  $T(x, y)$  বিন্দু হতে Q বিন্দুর দূরত্ব,  
 $QT = \sqrt{(x + 11)^2 + (y + 6)^2}$   
 শর্তমতে,  $PT = QT$   
 বা,  $\sqrt{(x + 6)^2 + (y - 5)^2} = \sqrt{(x + 11)^2 + (y + 6)^2}$   
 বা,  $x^2 + 12x + 36 + y^2 - 10y + 25 = x^2 + 22x + 121 + y^2 + 12y + 36$

$$\text{বা, } 10x + 22y + 96 = 0$$

$$\therefore 5x + 11y + 48 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

- (গ) দেওয়া আছে, P, Q, R ও S বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(-6, 5), (-11, -6), (7, -2), (8, h)$   
 এখানে,  $\Delta PQR$  ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  
 $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -6 & -11 & 7 & -6 \\ 5 & -6 & -2 & 5 \end{vmatrix}$  বর্গ একক  
 $= \frac{1}{2} |36 + 22 + 35 + 55 + 42 - 12|$  বর্গ একক  
 $= \frac{1}{2} \times 178$  বর্গ একক  
 $= 89$  বর্গ একক  
 $\therefore h > 0, S(8, h)$  বিন্দুর অবস্থান প্রথম চতুর্ভাগে হবে।  
 $\therefore PQRS$  ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  
 $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -6 & -11 & 7 & 8 & -6 \\ 5 & -6 & -2 & h & 5 \end{vmatrix}$  বর্গ একক  
 $= \frac{1}{2} |36 + 22 + 7h + 40 + 55 + 42 + 16 + 6h|$  বর্গ একক  
 $= \frac{1}{2} \times (211 + 13h)$  বর্গ একক  
 শর্তমতে,  $\frac{1}{2} (211 + 13h) = 2 \times 89$   
 বা,  $211 + 13h = 356$  বা,  $13h = 145 \therefore h = \frac{145}{13}$  (Ans.)

১৬. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু হলো,  
 $P(-5, 5), Q(-15, -5), R(5, -5)$  এবং  $T(15, 5)$ .  
 [দিনাজপুর বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $A(6, 8r)$  এবং  $B(5, r^2 - 2)$  বিন্দুগামী রেখার ঢাল 2 হলে, r এর মান নির্ণয় কর।

(খ) চতুর্ভুজটির প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(গ) চতুর্ভুজটির যে অংশ 1ম চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

## ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক)  $A(6, 8r)$  এবং  $B(5, r^2 - 2)$  বিন্দুগামী রেখার ঢাল

$$= \frac{r^2 - 2 - 8r}{5 - 6}$$

$$= \frac{r^2 - 8r - 2}{-1}$$

$$= -r^2 + 8r + 2$$

$$\text{শর্তমতে, } -r^2 + 8r + 2 = 2$$

$$\text{বা, } -r^2 + 8r + 2 - 2 = 0$$

$$\text{বা, } -r^2 + 8r = 0$$

$$\text{বা, } r^2 - 8r = 0$$

$$\text{বা, } r(r - 8) = 0$$

$$\therefore r = 0 \text{ অথবা, } r - 8 = 0 \therefore r = 0$$

$$\therefore r = 0, 8 \text{ (Ans.)}$$

- (খ) PQRT চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয়ের জন্য বাহু এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

$$\text{বাহু, } PQ = \sqrt{(-5 + 15)^2 + (5 + 5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } QR = \sqrt{(-15 + 5)^2 + (-5 + 5)^2} = \sqrt{20^2 + 0^2} = 12 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } RT = \sqrt{(5 - 15)^2 + (-5 - 5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } TP = \sqrt{(15 + 5)^2 + (5 - 5)^2} = \sqrt{20^2 + 0^2} = 20 \text{ একক}$$

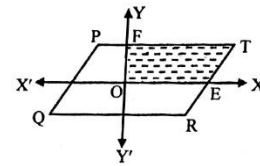
$$\text{কর্ণ, } PR = \sqrt{(-5 - 5)^2 + (5 + 5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{কর্ণ, } QT = \sqrt{(-15 - 15)^2 + (-5 - 5)^2} = \sqrt{30^2 + 10^2} = 10\sqrt{10} \text{ একক}$$

PQRT চতুর্ভুজের বাহু  $PQ =$  বাহু  $RT$  এবং বাহু  $QR =$  বাহু  $TP$  এবং কর্ণ  $PR \neq$  কর্ণ  $QT$ .

$\therefore$  PQRT চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। (Ans.)

(গ)



PQRT চতুর্ভুজের T(15, 5) বিন্দুটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

এখন, R(5, -5) এবং T(15, 5) বিন্দুগামী RT রেখার সমীকরণ:

$$\frac{y - 5}{5 - (-5)} = \frac{x - 15}{15 - 5}$$

$$\text{বা, } \frac{y - 5}{10} = \frac{x - 15}{10}$$

$$\text{বা, } y - 5 = x - 15$$

$$\text{বা, } x - y - 15 + 5 = 0$$

$$\therefore x - y - 10 = 0 \dots \dots (i)$$

মরে করি, RT রেখাটি x অক্ষকে E বিন্দুতে ছেদ করে। E বিন্দুর কোটি বা y স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। এখন, (i) নং সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$x - 0 - 10 = 0$$

$$\therefore x = 10$$

$$\therefore E = (10, 0)$$

আবার, P(-5, 5) এবং T(15, 5) বিন্দুগামী PT সরলরেখার সমীকরণ:

$$y = 5 \dots \dots (ii) \quad [\because \text{যেহেতু P ও Q বিন্দুর y স্থানাঙ্ক একই}]$$

মরে করি, PT রেখাটি y অক্ষকে F বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) নং সরলরেখা y- অক্ষকে যে বিন্দুরত ছেদ করবে সেই বিন্দুতে x স্থানাঙ্ক শূন্য হবে।

$$F = (0, 5)$$

$\therefore$  PQRT চতুর্ভুজের OETF ক্ষেত্রটি 1ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$\therefore$  চতুর্ভুজ OETF এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 10 & 15 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 5 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \{(50 + 75) - (0 + 0 + 0 + 0)\} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{125}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 62.5 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

১৭. (i)  $4x - 3y + 30 = 0$  একটি সরলরেখার সমীকরণ।

(ii)  $3x - ry + 1 = 0$  রেখাটি (2, 1) বিন্দুগামী।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $6x + 2y + 24 = 0$  রেখার y-অক্ষের ছেদক নির্ণয় কর।

(খ) (i) নং সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা (ii) নং এ উল্লিখিত রেখার সমান্তরাল এবং  $(-5, 3)$  বিন্দু দিয়ে যায়।



## ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $6x + 2y + 24 = 0$

বা,  $2(3x + y + 12) = 0$

বা,  $3x + y + 12 = 0$

বা,  $y = -3x - 12 \dots \dots (i)$

(i) নং কে  $y = mx + c$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$\therefore y$  অক্ষের ছেদক,  $c = -12$

$\therefore 6x + 2y + 24 = 0$  রেখার  $y$  অক্ষের ছেদক  $-12$  (Ans.)

(খ) উদ্দীপকের প্রথম রেখার সমীকরণ,  $4x - 3y + 30 = 0 \dots \dots (i)$

মরে করি, (i) নং রেখা  $x$  অক্ষকে  $A$  বিন্দুতে এবং  $y$  অক্ষকে  $B$  বিন্দুতে ছেদ করে। $A$  বিন্দুর  $y$  স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। এখন, (i) নং সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$4x - 0 + 30 = 0$  বা,  $4x = -30$  বা,  $x = -\frac{30}{4} \therefore x = -\frac{15}{2}$

$\therefore A = \left(-\frac{15}{2}, 0\right)$

আবার,  $B$  বিন্দুর  $x$  স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। এখন, (i) নং সমীকরণে  $x = 0$  বসিয়ে পাই,  $0 - 3y + 30 = 0$  বা,  $3y = 30 \therefore y = 10$ 

$\therefore B = (0, 10)$

মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক  $O(0, 0)$  $\therefore$  প্রদত্ত সরলরেখাটি অক্ষদ্বয়ের সাথে  $\Delta OAB$  গঠন করে।

$$\therefore \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{15}{2} & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (0 + 0 + 0 - 0 + \frac{150}{2} - 0) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{150}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 37.5 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

(গ) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ,  $3x - ry + 1 = 0 \dots \dots (i)$

(i) নং সরল রেখাটি  $(2, 1)$  বিন্দুগামী হওয়ায় বিন্দুটি দ্বারা সরলরেখাটি সিদ্ধ হয়।

$\therefore 3 \cdot 2 + r \cdot 1 + 1 = 0$  বা,  $6 + r + 1 = 0$  বা,  $r + 7 = 0$

$\therefore r = -17$

 $r$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$3x + (-7)y + 1 = 0$  বা,  $3x - 7y + 1 = 0$

বা,  $7y = 3x + 1$  বা,  $y = \frac{3}{7}x + \frac{1}{7} \dots \dots (ii)$

$\therefore (ii)$  নং রেখাটির ঢাল  $\frac{3}{7}$

(ii) নং রেখার সমান্তরাল অর্থাৎ  $\frac{3}{7}$  ঢাল  $(-5, 3)$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$y - 3 = \frac{3}{7}\{x - (-5)\}$

বা,  $y - 3 = \frac{3}{7}(x + 5)$

বা,  $7y - 21 = 3x + 15$

বা,  $3x + 15 - 7y + 21 = 0$

বা,  $3x - 7y + 36 = 0$  (Ans.)

১৮. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু হলো  $A(4, 3)$ ,  $B(-3, 3)$ ,  $C(-3, -2)$  এবং  $D(4, -2)$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $A$  ও  $C$  বিন্দুগামী সরলরেখা ঢাল নির্ণয় কর।(খ)  $ABCD$  চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।(গ)  $P(x, y)$  বিন্দু থেকে  $A$  ও  $C$  বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে, প্রমাণ কর যে,  $7x + 5y = 6$ .

## ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে,  $A$  ও  $C$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $A(4, 3)$  এবং  $C(-3, -2)$

$$\therefore A \text{ ও } C \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 3}{-3 - 4}$$

$$= \frac{-5}{-7} = \frac{5}{7} \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $ABCD$  চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে

$A(4, 3)$ ,  $B(-3, 3)$ ,  $C(-3, -2)$  এবং  $D(4, -2)$

এখন, বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র  $ABCD$  এর ক্ষেত্রফল পাই,

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & -3 & -3 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2} \{(12 + 6 + 6 + 12) - (-9 - 9 - 8 - 8)\}$  বর্গ একক

$= \frac{1}{2} \{36 - (-34)\}$  বর্গ একক

$= \frac{1}{2} (36 + 34)$  বর্গ একক

$= 35$  বর্গ একক (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে,  $P(x, y)$  একটি বিন্দু এবং  $A$  ও  $C$  বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $A(4, 3)$  এবং  $C(-3, -2)$

$\therefore P$  বিন্দু হতে  $A$  বিন্দুর দূরত্ব,  $PA = \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 3)^2}$

এবং  $P$  বিন্দু হতে  $C$  বিন্দুর দূরত্ব,  $PC = \sqrt{(x + 3)^2 + (y + 2)^2}$

প্রশ্নমতে  $P$  বিন্দু হতে  $A$  ও  $C$  বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী।

$\therefore PA = PC,$

বা,  $\sqrt{(x - 4)^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{(x + 3)^2 + (y + 2)^2}$

বা,  $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = (x + 3)^2 + (y + 2)^2$

বা,  $x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 4y + 4$

বা,  $12 = 14x + 10y \therefore 7x + 5y = 6$  (প্রমাণিত)

১৯. (i)  $y = 3x + 4$  এবং

(ii)  $y = -3x + 4$  হলো দুটি সরলরেখার সমীকরণ।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $(4, 5)$  এবং  $(2, 3)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) (i) নং রেখাটি  $x$ -অক্ষকে  $A$  এবং  $y$ -অক্ষকে  $B$  বিন্দুতে ছেদ করলে  $AB$  এর মান নির্ণয় কর।

(গ) সরলরেখা দুটির ছেদ বিন্দুগামী এবং ৪ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখা সমীকরণ নির্ণয় কর।

## ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $(4, 5)$  এবং  $(2, 3)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখার সমীকরণ,  $\frac{x-4}{4-2} = \frac{y-5}{5-3}$

বা,  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{2}$  বা,  $x - 4 = y - 5$

$\therefore x - y + 1 = 0$  (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে, (i) নং রেখাটি সমীকরণ

$y = 3x + 4 \dots \dots (i)$

(i) নং রেখাটি  $x$ -অক্ষকে  $A$  বিন্দুতে ছেদ করলে  $A$  বিন্দুর কোটি শূন্য।

$\therefore 0 = 3x + 4$  বা,  $x = -\frac{4}{3}$

$\therefore A$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$

(i) নং রেখাটি  $y$ -অক্ষকে  $B$  বিন্দুতে ছেদ করলে  $B$  বিন্দুর ভূজ শূন্য।

$\therefore y = 3 \cdot 0 + 4$  বা,  $y = 4 \therefore B$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 4)$

$\therefore AB$  রেখার দৈর্ঘ্য,  $AB = \sqrt{\left(-\frac{4}{3} - 0\right)^2 + (0 - 4)^2}$  একক

$= \sqrt{\frac{16}{9} + 16}$  একক

$= \sqrt{\frac{160}{9}}$  একক

$= \frac{4\sqrt{10}}{3}$  একক (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে, সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণ

$y = 3x + 4 \dots \dots (i)$

$y = -3x + 4 \dots \dots (ii)$

(i) ও (ii) নং এ বসিয়ে পাই,  $2y = 8$  বা,  $y = 4$

$y$  এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $4 = 3x + 4$

বা,  $3x = 0 \therefore x = 0$

$\therefore (i)$  ও  $(ii)$  রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু  $(0, 4)$

$\therefore (0, 4)$  বিন্দুগামী এবং ৪ ঢালবিশিষ্ট রেখার সমীকরণ,

$y - 4 = 4(x - 0)$

বা,  $y - 4 = 4x$

বা,  $4x - y + 4 = 0$

$\therefore$  নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ,  $4x - y + 4 = 0$  (Ans.)

২০. ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু A(6,3), B(-6,4), C(-4, -3) এবং D(5, K) যেখানে  $K < 0$  এবং O মূলবিন্দু।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩]

- (ক) দেখাও যে, AC রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।  
 (খ) AB রেখা y-অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করলে CP এর মান নির্ণয় কর।  
 (গ) ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল  $\Delta AOB$  এর ক্ষেত্রফলের চারগুণ হলে K-এর মান নির্ণয় কর।

#### ২০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) A(6,3) ও C(-4, -3) বিন্দুদ্বয় দিয়ে যায় এরূপ সরলরেখার ঢাল

$$= \frac{3+3}{6+4} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

যেহেতু ঢাল ধনাত্মক অতএব AC সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে। (দেখানো হলো)

(খ) A(6,3) ও B(-6,4) বিন্দুদ্বয়গামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-6}{6+6} = \frac{y-3}{3-4} \text{ বা, } \frac{x-6}{12} = \frac{y-3}{-1}$$

$$\text{বা, } x-6 = -12y+36 \therefore x+12y = 42$$

রেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুর ভূজ শূন্য।

$$\therefore 0+12y = 42 \text{ বা, } y = \frac{42}{12} \therefore y = \frac{7}{2}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(0, \frac{7}{2}\right)$$

$$\therefore CP = \sqrt{(0+4)^2 + \left(\frac{7}{2}+3\right)^2}$$

$$= \sqrt{16 + \frac{169}{4}} = \sqrt{\frac{233}{4}} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{\frac{233}{4}} \text{ একক (Ans.)}$$

(গ) A(6,3), B(-6,4) ও O(0,0) বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত  $\Delta AOB$

$$\text{এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & -6 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |24 + 0 + 0 + 18 - 0 - 0| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |42| \text{ বর্গ একক}$$

$$= 21 \text{ বর্গ একক}$$

A(6,3), B(-6,4), C(-4, -3) এবং D(5, K) বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & -6 & -4 & 5 \\ 3 & 4 & -3 & K \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |24 + 18 - 4K + 15 + 18 + 16 + 15 - 6K| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |106 - 10K| \text{ বর্গ একক}$$

প্রশ্নানুযায়ী,

$$\frac{1}{2} |106 - 10K| = 4 \times 21$$

$$\therefore 106 - 10K = \pm 168$$

(+) নিয়ে,

$$106 - 10K = 168$$

$$\text{বা, } -10K = 168 - 106 = 62$$

$$\therefore K = -\frac{62}{10} = -\frac{31}{5} \text{ (Ans.)}$$

২১. P(4,4), Q(5, -3), R(-4, -6) এবং S(-5,3) বিন্দুগুলো একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২৩]

(ক) R বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) PR এবং QS কর্তৃক ঘেরা ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(গ) PRQS চতুর্ভুজের যে অংশ চতুর্ভুজে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### ২১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) R(-4, -6) ও 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ,

$$y - (-6) = 3\{x - (-4)\}$$

$$\text{বা, } y + 6 = 3(x + 4)$$

$$\text{বা, } y + 6 = 3x + 12$$

$$\therefore 3x - y + 6 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ) P(4,4) ও R(-4, -6) বিন্দুদ্বয় দিয়ে যায় এরূপ কর্ণ PR এর সমীকরণ,

$$\frac{x-4}{4+4} = \frac{y-4}{-6-4}$$

$$\text{বা, } \frac{x-4}{8} = \frac{y-4}{-10}$$

$$\text{বা, } \frac{x-4}{4} = \frac{y-4}{5}$$

$$\text{বা, } 5x - 20 = 4y - 16$$

$$\therefore 5x - 4y - 4 = 0 \dots \dots (i)$$

Q(5, -3) ও S(-5,3) বিন্দুদ্বয় দিয়ে যায় এরূপ কর্ণ QS এর সমীকরণ,

$$\frac{x-5}{5+5} = \frac{y+3}{3-3}$$

$$\text{বা, } \frac{x-5}{10} = \frac{y+3}{-6} \text{ বা, } \frac{x-5}{5} = \frac{y+3}{-3}$$

$$\text{বা, } -3x + 15 = 5y + 15 \text{ বা, } -3x = 5y$$

$$\therefore x = -\frac{5}{3}y \dots \dots (ii)$$

(ii) হতে x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$5\left(-\frac{5}{3}y\right) - 4y - 4 = 0$$

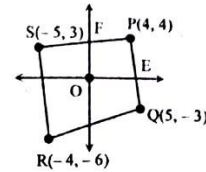
$$\text{বা, } \frac{-25y}{3} - 4y - 4 = 0 \text{ বা, } \frac{-25y-12y}{3} = 4$$

$$\text{বা, } -37y = 12 \therefore y = -\frac{12}{37}$$

$$y \text{ এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই, } x = -\frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{12}{37}\right) = \frac{20}{37}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{20}{37}, -\frac{12}{37}\right) \text{ (Ans.)}$$

(গ)



ছক কাগজে বিন্দুগুলো স্থাপন করে চতুর্ভুজ গঠন করি।

চিত্র হতে লক্ষ করি, PQRS চতুর্ভুজের PQ বাহু x অক্ষকে E বিন্দুতে এবং PS বাহু y অক্ষকে F বিন্দুতে ছেদ করে। মূলবিন্দু O হলে PQRS চতুর্ভুজের PEOF অংশটি প্রথম চতুর্ভুজে অবস্থান করে।

PQ সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-4}{4-5} = \frac{y-4}{-3-4}$$

$$\text{বা, } \frac{x-4}{-1} = \frac{y-4}{-7} \text{ বা, } 7x - 28 = -y + 4$$

$$\therefore 7x + y - 32 = 0 \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখাটি x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুর কোটি শূন্য।

$$\therefore 7x + 0 - 32 = 0 \text{ বা, } 7x = 32 \therefore x = \frac{32}{7}$$

$$\therefore E \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{32}{7}, 0\right)$$

PS সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-4}{4+5} = \frac{y-4}{-3-4} \text{ বা, } \frac{x-4}{9} = \frac{y-4}{-1}$$

$$\text{বা, } x - 4 = 9y - 36 \therefore x - 9y + 32 = 0 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং রেখাটি y-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে ঐ বিন্দুর ভূজ শূন্য।

$$\therefore 0 - 9y + 32 = 0 \text{ বা, } -9y = -32 \therefore y = \frac{32}{9}$$

$$\therefore F \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(0, \frac{32}{9}\right)$$

$\therefore$  PQRS চতুর্ভুজের প্রথম চতুর্ভুজে অবস্থানকারী অংশ OEPF চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & \frac{32}{7} & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & \frac{32}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left| 0 + \frac{128}{7} + \frac{128}{9} + 0 - 0 - 0 - 0 - 0 \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{2048}{63} \right| \text{ বর্গ একক} = \frac{1024}{63} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

২২. A(4,5), B(-6,3), C(-8, -5) এবং D(K, -3) বিন্দু চারটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

[সিলেট বোর্ড-২০২৩]

(ক) দেখাও যে, A ও C বিন্দুর সংযোগ সরলরেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।

(খ)  $P(x, y)$  বিন্দুটি A ও B বিন্দু হতে সমদূরবর্তী হলে দেখাও যে,

$$5x + y + 1 = 0.$$

(গ) ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল 81 বর্গ একক হলে, K এর মান নির্ণয় কর।

### ২২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $A(4, 5)$  ও  $C(-8, -5)$  বিন্দু দুটির সংযোগ সরলরেখার ঢাল

$$= \frac{5-(-5)}{4-(-8)} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

যেহেতু ঢাল ধনাত্মক অতএব রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে। (দেখানো হলো)

(খ)  $P(x, y)$  বিন্দুটি  $A(4, 5)$  ও  $B(-6, 3)$  বিন্দুদ্বয় হতে সমদূরবর্তী হলে,

$$\sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(x+6)^2 + (y-3)^2}$$

$$\text{বা, } (x-4)^2 + (y-5)^2 = (x+6)^2 + (y-3)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 16 + y^2 - 10y + 25 = x^2 + 12x + 36 + y^2 - 6y + 9$$

$$\text{বা, } -8x - 12x - 10y + 6y + 41 - 45 = 0$$

$$\text{বা, } -20x - 4y - 4 = 0$$

$$\therefore 5x + y + 1 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $A(4, 5)$ ,  $B(-6, 3)$ ,  $C(-8, -5)$  এবং  $D(K, -3)$  বিন্দু চারটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

$$\therefore \text{ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & -6 & -8 & K & 4 \\ 5 & 3 & -5 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} |12 + 30 + 24 + 5K + 30 + 24 + 5K + 12| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (131 + 10K) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 66 + 5K \text{ বর্গ একক}$$

শর্তমতে,

$$66 + 5K = 81$$

$$\text{বা, } 5K = 81 - 66$$

$$\text{বা, } 5K = 15$$

$$\therefore K = \frac{15}{5} = 3 \text{ (Ans.)}$$

২৩.  $y = 3x + 4$  রেখাটি x-অক্ষকে P,  $3x + y = 10$  রেখাটি y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু R.

[সিলেট বোর্ড-২০২৩]

(ক)  $(a^2, 2)$ ,  $(a, 1)$  এবং  $(0, 0)$  বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে, a এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

(খ) R বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ)  $A(5, 3)$  হলে,  $\Delta APQ$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

### ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $(a^2, 2)$  ও  $(0, 0)$  বিন্দু দুটি দিয়ে যায় এমন সরলরেখার ঢাল

$$= \frac{2-0}{a^2-0} = \frac{2}{a^2}$$

আবার,  $(a, 1)$  ও  $(0, 0)$  বিন্দু দুটি দিয়ে যায় এমন সরলরেখার ঢাল

$$= \frac{1-0}{a-0} = \frac{1}{a}$$

বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে,  $\frac{2}{a^2} = \frac{1}{a}$  বা,  $a^2 - 2a = 0 \therefore a(a-2) = 0$

$$\therefore a = 0 \text{ অথবা, } a - 2 = 0 \therefore a = 2$$

$$\therefore a \text{ এর সম্ভাব্য মান } 0 \text{ অথবা } 2 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $y = 3x + 4 \dots \dots \dots$  (i)

এবং  $3x + y = 10 \dots \dots \dots$  (ii)

রেখাদুটি পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

(i) হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3x + 3x + 4 = 10$$

$$\text{বা, } 6x = 10 - 4 = 6 \therefore x = 1$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 3 \cdot 1 + 4 = 7$$

$$\therefore R \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (1, 7)$$

R(1, 7) বিন্দুগামী ও 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখা সমীকরণ:

$$y - 7 = 3(x - 1)$$

$$\text{বা, } y - 7 = 3x - 3$$

$$\therefore 3x - y + 4 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(গ)  $y = 3x + 4 \dots \dots \dots$  (i)

$$3x + y = 10 \dots \dots \dots$$
 (ii)

(i) নং রেখাটি x অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করলে P বিন্দুর কোটি শূন্য।

$$\text{অর্থাৎ, } 0 = 3x + 4 \therefore x = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{4}{3}, 0\right)$$

(ii) নং রেখাটি y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করলে Q বিন্দুর ভূজ শূন্য।

$$\text{অর্থাৎ, } 3.0 + y = 10 \therefore y = 10$$

$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (0, 10)$$

$A(5, 3)$ ,  $P\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$  ও  $Q(0, 10)$  বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত

$$\begin{aligned} \Delta APQ \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 0 & -\frac{4}{3} & 5 \\ 3 & 10 & 0 & 3 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left| 50 + 0 - 4 - 0 + \frac{40}{3} - 0 \right| \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \left| \frac{178}{3} \right| \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{89}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

২৪. তিনটি সরলরেখার সমীকরণ, (i)  $y = 3x - 10$ ,

$$(ii) 2x - y = 4 \text{ এবং } (iii) 7x - y = 14.$$

[যশোর বোর্ড-২০২৩]

(ক) (ii) নং সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রী কোণ উৎপন্ন করে নির্ণয় কর।

(খ) (iii) নং সরলরেখাটি দ্বারা x ও y অক্ষের ছেদ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

(গ) সরলরেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

### ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত সরলরেখা,  $2x - y = 4$

$$\text{বা, } y = 2x - 4 \dots \dots \dots$$
 (i)

(i) নং সমীকরণকে  $y = mx + c$  এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$m = 2$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 2$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} 2 = 63.43^\circ$$

$\therefore$  সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $63.43^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে।

(Ans.)

(খ) প্রদত্ত সরলরেখা,  $7x - y = 14$

রেখাটি x-অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করলে A বিন্দুর কোটি 0 অর্থাৎ,  $y = 0$

$$\therefore 7x - 0 = 14 \text{ বা, } 7x = 14 \therefore x = 2$$

$$\therefore A \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (2, 0)$$

আবার, রেখাটি y-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করলে B বিন্দুর ভূজ 0

$$\text{অর্থাৎ, } x = 0$$

$$\therefore 7 \cdot 0 - y = 14 \text{ বা, } -y = 14 \therefore y = -14$$

$$\therefore B \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (0, -14)$$

$$\therefore \text{ছেদ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব, } AB = \sqrt{(2-0)^2 + (0+14)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 196}$$

$$= \sqrt{200}$$

$$= 10\sqrt{2} \text{ একক (Ans.)}$$

(গ) প্রদত্ত রেখাদ্বয়,  $y = 3x - 10 \dots \dots \dots$  (i)

$$2x - y = 4 \dots \dots \dots$$
 (ii)

$$\text{এবং } 7x - y = 14 \dots \dots \dots$$
 (iii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,  $3x - 2x = 10 - 4$

$$\therefore x = 6$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,  $y = 3 \times 6 - 10 = 18 - 10 = 8$

(i) ও (ii) নং রেখা ছেদবিন্দু (6, 8)

আবার, (ii) ও (iii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$7x - y - 2x + y = 14 - 4$$

$$\text{বা, } 5x = 10 \therefore x = 2$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,  $2 \times 2 - y = 4 \therefore y = 0$

$$\therefore (ii) \text{ ও } (iii) \text{ নং রেখার ছেদবিন্দু } (2, 0)$$

আবার, (i) ও (iii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$7x - 3x = 14 - 10$$

$$\text{বা, } 4x = 4 \therefore x = 1$$

$$x \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, } y = 3 \times 1 - 10 = 3 - 10 = -7$$

$$\therefore \text{(i) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু (1, -7)}$$

$\therefore$  সরলরেখা তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & 2 & 1 & 6 \\ 8 & 0 & -7 & 8 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |0 - 14 + 8 - 16 - 0 + 42| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 10 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

২৫. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু হলো:

$$P(-5, -10), Q(15, -8), R(10, 5) \text{ ও } S(-10, 3)$$

[বিশাল বোর্ড-২০২৩]

(ক) দেখাও যে, QR রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে।

(খ) PS রেখার সমান্তরাল এবং (5, 18) বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) চতুর্ভুজের যে অংশ চতুর্ভুজের অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, Q ও R বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে Q(15, -8) ও R(10, 5)।

$$\therefore \text{QR রেখার ঢাল} = \frac{5+8}{10-15} = \frac{13}{-5} = -\frac{13}{5}$$

যেহেতু রেখাটির ঢাল ঋণাত্মক, তাই রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে। (দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-5, -10)

$$S \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (-10, 3)$$

$$\therefore \text{PS রেখার ঢাল} = \frac{3-(-10)}{-10-(-5)} = \frac{-13}{5}$$

$$\therefore \text{PS রেখার সমান্তরাল নির্ণেয় রেখার ঢাল} = -\frac{13}{5}$$

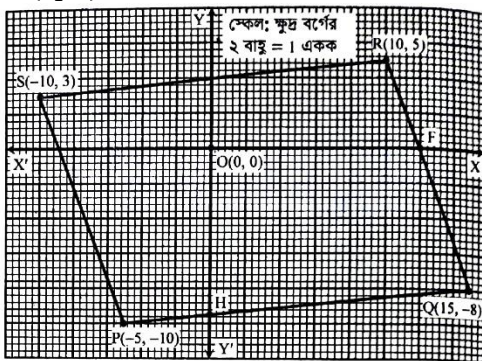
$$\therefore (5, 18) \text{ বিন্দুগামী ও } \left(-\frac{13}{5}\right) \text{ ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ,}$$

$$y - 18 = -\frac{13}{5}(x - 5)$$

$$\text{বা, } 5y - 90 = -13x + 65$$

$$\therefore 13x + 5y - 155 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(গ) মনে করি PQRS চতুর্ভুজের PQ বাহু y অক্ষকে H(0, y) এবং QR বাহু x-অক্ষকে F(x<sub>1</sub>, 0) বিন্দুতে ছেদ করে।



$\therefore$  PQRS চতুর্ভুজের চতুর্ভুজের চতুর্ভুজের অংশ চতুর্ভুজ QFOH.

$$\text{PQ রেখার সমীকরণ, } \frac{y+10}{-10+8} = \frac{x+5}{-5-15}$$

$$\text{বা, } \frac{y+10}{-2} = \frac{x+5}{-20}$$

$$\text{বা, } 10y + 100 = x + 5$$

$$\therefore x - 10y - 95 = 0 \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং রেখা ও y অক্ষের ছেদবিন্দু H এর ভূজ শূন্য।

$$0 - 10y_1 - 95 = 0 \therefore y_1 = -\frac{19}{2}$$

$$H \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(0, -\frac{19}{2}\right)$$

$$\text{QR রেখার সমীকরণ, } \frac{y-5}{5+8} = \frac{x-10}{10-15}$$

$$\text{বা, } \frac{y-5}{13} = \frac{x-10}{-5}$$

$$\text{বা, } -5y + 25 = 13x - 130$$

$$\therefore 13x + 5y - 155 = 0 \dots \dots \dots \text{(ii)}$$

(ii) নং রেখা x অক্ষকে ছেদ করায় ছেদবিন্দু F এর কোটি শূন্য।

$$\therefore 13x_1 + 5.0 - 155 = 0 \therefore x_1 = \frac{155}{13}$$

$$\therefore F \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(\frac{155}{13}, 0\right)$$

$\therefore$  QFOH চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল,

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 15 & \frac{155}{13} & 0 & 0 \\ -18 & 0 & 0 & -\frac{19}{2} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} |0 + 0 + 0 + 0 + \frac{1240}{13} - 0 - 0 + \frac{285}{2}| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{6185}{26} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 118.94 \text{ বর্গ একক (প্রায়) (Ans.)}$$

২৬. একই সমতলে তিনটি বিন্দু P(1, -1), Q(3, 3a) এবং R(4, a<sup>2</sup> + 1)

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

(ক) x - √3y = 1 সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা বের কর।

(খ) QR এর ঢাল -1 হলে a এর মান নির্ণয় কর।

(গ) PQ এর দৈর্ঘ্য √8 সে.মি হলে, ΔPQR এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত সরলরেখা: x - √3y = 1

$$\text{বা, } -\sqrt{3}y = -x + 1$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots \text{(i)}$$

(i) নং সমীকরণকে y = mx + c এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$m = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 30^\circ \therefore \theta = 30^\circ$$

$\therefore$  সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে

(Ans.)

(খ) দেওয়া আছে, Q এবং R বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 3a) এবং (4, a<sup>2</sup> + 1)

$$\therefore Q \text{ ও } R \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল} = \frac{a^2+1-3a}{4-3} = a^2 - 3a + 1$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a^2 - 3a + 1 = -1$$

$$\text{বা, } a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 - 2a - a + 2 = 0$$

$$\text{বা, } a(a-2) - 1(a-2) = 0$$

$$\text{বা, } (a-1)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ অথবা, } 2 \text{ (Ans.)}$$

(গ) P ও Q বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (1, -1) ও (3, 3a)

$$\therefore \text{PQ রেখার দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3-1)^2 + (3a+1)^2}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{(3-1)^2 + (3a+1)^2} = \sqrt{8}$$

$$\text{বা, } 4 + (3a+1)^2 = 8$$

$$\text{বা, } (3a+1)^2 = 4$$

$$\therefore 3a+1 = \pm 2$$

$$\text{(+) চিহ্ন নিয়ে পাই, } 3a+1 = 2 \text{ বা, } 3a = 1 \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$\text{(-) চিহ্ন নিয়ে পাই, } 3a+1 = -2 \text{ বা, } 3a = -3 \therefore a = -1$$

$$\frac{1}{3} \text{ হলে, } P, Q \text{ ও } R \text{ বিন্দুত্রয়ের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে } P(1, -1)$$

$$Q(3, 1) \text{ এবং } R\left(4, \frac{10}{9}\right)$$

$$\therefore \Delta PQR \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & \frac{10}{9} \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{10}{3} - 4\right) - \left(-3 + 4 + \frac{10}{9}\right) \right\} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( -3 + \frac{10}{3} - 1 - \frac{10}{9} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( -\frac{16}{9} \right) \left[ \because \text{ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক হতে পারে না} \right]$$

$$= \frac{8}{9} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

$$a = -1 \text{ হলে } P, Q \text{ ও } R \text{ বিন্দুত্রয়ের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে } P(1, -1)$$

$$Q(3, 3) \text{ এবং } R(4, 2)$$



$$\therefore \Delta PQR \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |(-3 + 6 - 4) - (-3 - 12 + 2)|$$

$$= \frac{1}{2} |(-1 + 13)| = 6 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

২৭.  $3x - y = -4$  এবং  $y = 10 - 3x$  একই সমতলে দুটি সরলরেখার সমীকরণ।

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

(ক) ১ম সরলরেখাটির ঢাল নির্ণয় কর।

(খ) ২য় সরলরেখাটি  $x$  ও  $y$  অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করলে, AB এর মান নির্ণয় কর।

(গ) রেখা দুটি ও  $x$ -অক্ষের সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত সরলরেখা:  $3x - y = -4$

$$\text{বা, } -y = -3x - 4 \therefore y = 3x + 4$$

এটিকে  $y = mx + c$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $m = 3$

$\therefore$  ১ম সরলরেখাটির ঢাল 3 (Ans.)

(খ) প্রদত্ত ২য় সরলরেখাটির ঢাল  $y = 10 - 3x$

রেখাটি  $x$  অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করলে A বিন্দুর কোটি শূন্য অর্থাৎ,  $y = 0$

$$\therefore 0 = 10 - 3x \text{ বা, } 3x = 10 \therefore x = \frac{10}{3}$$

$\therefore$  A বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$

রেখাটি  $y$  অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে বলে B বিন্দুর ভুজ শূন্য অর্থাৎ,  $x = 0$

$$\therefore y = 10 - 3 \cdot 0 \text{ বা, } y = 10$$

$\therefore$  B বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 10)$

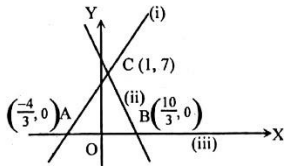
$$\therefore AB \text{ রেখার দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\left(\frac{10}{3} - 0\right)^2 + (0 - 10)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2 + 10^2} = \frac{10\sqrt{10}}{3} \text{ (Ans.)}$$

(গ) প্রদত্ত রেখায়,  $3x - y = -4 \dots \dots \dots$  (i)

$$y = 10 - 3x \dots \dots \dots$$
 (ii)

$x$  অক্ষের সমীকরণ,  $y = 0 \dots \dots \dots$  (iii)



(i) ও (ii) সামাধান করে পাই,  $3x = -4 + 10 - 3x$

$$\text{বা, } 6x = 6$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore y = 10 - 3 \cdot 1 = 7$$

(i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু C এর স্থানাঙ্ক  $(1, 7)$

(i) ও (iii) সামাধান করে পাই,  $y = 0$

$$\therefore 3x - 0 = -4 \therefore x = -\frac{4}{3}$$

$\therefore$  (i) ও (iii) এর ছেদবিন্দু A এর স্থানাঙ্ক  $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$

(ii) ও (iii) সামাধান করে পাই,  $y = 0$

$$\therefore 0 = 10 - 3x \therefore x = \frac{10}{3}$$

$\therefore$  (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু B এর স্থানাঙ্ক  $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$

$\therefore$  রেখা দুটি ও  $x$ -অক্ষের সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তথা

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & \frac{10}{3} & -\frac{4}{3} & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left| \left(0 + 0 - \frac{28}{3}\right) - \left(\frac{70}{3} + 0 + 0\right) \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| -\frac{28}{3} - \frac{70}{3} \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| -\frac{98}{3} \right| = \frac{1}{2} \cdot \frac{98}{3}$$

$$= \frac{49}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

২৮.  $xy$  সমতলে  $A(2, 2), B(-2, 2), C(2, -2)$  ও  $D(K, -3)$  বিন্দুগুলো ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

(ক)  $P(2, 2)$  ও  $Q(-3, -3)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাটি  $x$ -অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে, A, B, C বিন্দুগুলো একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

(গ) ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল  $12\frac{1}{2}$  বর্গ একক হলে, K এর মান নির্ণয় কর।

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $P(2, 2)$  ও  $Q(-3, -3)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাটির ঢাল

$$= \frac{2+3}{2+3} = \frac{5}{5} = 1$$

PQ রেখা  $x$  অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করলে,  $\tan \theta = 1$  বা,  $\tan \theta = \tan 45^\circ \therefore \theta = 45^\circ$  (Ans.)

(খ)  $A(2, 2); B(-2, 2); C(2, -2)$  বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত  $\Delta ABC$  এর বাহু

$$AB = \sqrt{(2+2)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4^2 + 0} = 4$$

$$\text{বাহু, } BC = \sqrt{(-2-2)^2 + (2+2)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{এবং বাহু, } AC = \sqrt{(2-2)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{0 + 4^2} = 4$$

$$\text{এখন, } BC^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32 = 16 + 16$$

$$= 4^2 + 4^2 = AB^2 + AC^2$$

অর্থাৎ,  $\Delta ABC$  এ  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  এবং  $AB = AC$

$\therefore \Delta ABC$  একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

(গ)  $A(2, 2), B(-2, 2), C(2, -2)$  ও  $D(K, -3)$

বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & -2 & 2 & K & 2 \\ 2 & 2 & -2 & -3 & 2 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |4 + 4 - 6 + 2K + 4 - 4 + 2K + 6| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (8 + 4K) \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{শর্তমতে, } = \frac{1}{2} (8 + 4K) = 12\frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{8+4K}{2} = \frac{25}{2} \text{ বা, } 8 + 4K = 25 \text{ বা, } 4K = 25 - 8 = 17$$

$$\therefore K = \frac{17}{4} \text{ (Ans.)}$$

২৯.  $A(8, 8), B(9, -5), C(-4, -6), D(-5, 7)$  বিন্দুগুলো একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু এবং  $2x - 3y - 6 = 0$  একটি সরলরেখা, যা অক্ষদ্বয়কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২২]

(ক)  $(-1, 2)$  বিন্দুগামী এবং  $\frac{1}{3}$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) P ও Q বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

(গ) চতুর্ভুজটির যে অংম চতুর্থা চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $(-1, 2)$  বিন্দুগামী এবং  $\frac{1}{3}$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - 2 = \frac{1}{3} (x + 1) \text{ বা, } 3y - 6 = x + 1$$

$$\therefore x - 3y + 7 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $2x - 3y - 6 = 0 \dots \dots \dots$  (i)

এখন, সরলরেখাটি  $x$  অক্ষকে ছেদ করলে,  $y = 0$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } 2x - 0 - 6 = 0 \therefore x = 3$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} \equiv (3, 0)$$

আবার, সরলরেখাটি  $y$ -অক্ষকে ছেদ করলে,  $x = 0$

$$(i) \text{ নং হতে পাই, } 0 - 3y - 6 = 0 \therefore y = -2$$

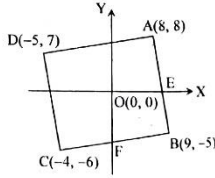
$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} \equiv (0, -2)$$

$$\therefore P \text{ ও } Q \text{ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব, } PQ = \sqrt{(3-0)^2 + (0+2)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 4}$$

$$= \sqrt{13} \text{ একক (Ans.)}$$

(গ)



AB সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-8}{8-9} = \frac{y-8}{8+5}$$

$$\text{বা, } \frac{x-8}{-1} = \frac{y-8}{13}$$

$$\text{বা, } 13x - 104 = -y + 8$$

$$\therefore 13x + y - 112 = 0$$

$$y = 0 \text{ হলে,}$$

$$13x - 112 = 0 \therefore x = \frac{112}{13}$$

$\therefore$  AB সরলরেখা x অক্ষকে E  $\left(\frac{112}{13}, 0\right)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

BC সরলরেখা সমীকরণ,

$$\frac{x-9}{9+4} = \frac{y+5}{-5+6} \text{ বা, } \frac{x-9}{13} = \frac{y+5}{1}$$

$$\text{বা, } x - 9 = 13y + 65 \therefore x - 13y = 74$$

$$x = 0 \text{ হলে, } -13y = 74 \therefore y = -\frac{74}{13}$$

$\therefore$  BC সরলরেখার y-অক্ষকে F  $\left(0, -\frac{74}{13}\right)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

ABCD চতুর্ভুজের EBFO অংশটি চতুর্থ চতুর্ভুজে অবস্থান করছে।

$\therefore$  EBFO ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 9 & \frac{112}{13} & 0 \\ 0 & -\frac{74}{13} & -5 & \frac{13}{13} & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left| 0 + 0 + 0 + 0 - 0 + \frac{666}{13} + \frac{560}{13} - 0 \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{1226}{13} \right| \text{ বর্গ একক} = \frac{613}{13} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৩০.  $3x - y + 4 = 0$  রেখাটি x অক্ষকে P,  $y = 10 - 3x$  রেখাটি y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে এবং রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু R।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২২]

(ক)  $3x - y + 4 = 0$  সরলরেখাটির ঢাল নির্ণয় কর।

(খ) R বিন্দুগামী এবং 2 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ)  $\Delta PQR$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত সরলরেখা:  $3x - y + 4 = 0$

$$\text{বা, } -y = -3x - 4 \therefore y = 3x + 4$$

এটিকে  $y = mx + c$  এর সাথে তুলনা করে পাই,  $m = 3$

$\therefore$  সরলরেখাটির ঢাল 3 (Ans.)

(খ) দেওয়া আছে,  $3x - y + 4 = 0$

$$\text{বা, } y = 3x + 4 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং, } y = 10 - 3x \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$3x + 4 = -3x + 10 \text{ বা, } 6x = 6 \therefore x = 1$$

$$x \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে, } y = 3 \times 1 + 4 = 7$$

$$\therefore \text{ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু, } R(1, 7)$$

এখন,  $R(1, 7)$  বিন্দুগামী এবং 2 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - 7 = 2(x - 1)$$

$$\text{বা, } y - 7 = 2x - 2 \text{ বা, } 2x - y - 2 + 7 = 0$$

$$\therefore 2x - y + 5 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(গ)  $y = 3x + 4$  রেখাটি x অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\text{সুতরাং P বিন্দুর কোটি, } y = 0$$

$$\therefore 0 = 3x + 4 \text{ বা, } 3x = -4 \therefore x = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{ P বিন্দুর ভুজ, } x = -\frac{4}{3} \therefore P\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$$

আবার,  $3x + y = 10$  রেখাটি y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore \text{ Q বিন্দুর ভুজ, } x = 0$$

$$\therefore 3 \cdot 0 + y = 10 \therefore y = 10$$

$$\therefore \text{ Q বিন্দুর কোটি, } y = 10$$

$$\therefore Q(0, 10)$$

‘খ’ হতে,  $R(1, 7)$

$$\text{এখন, } \Delta PQR \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{4}{3} & 1 \\ 7 & 10 & 0 & 7 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 10 + 0 - \frac{28}{3} - 0 + \frac{40}{3} - 0 \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (10 + 4) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৩১. একটি সরলরেখা  $(-2, -5)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং x ও y অক্ষকে যথাক্রমে  $P(a, 0)$  এবং  $Q(0, b)$  বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যেন  $OP + 2 \cdot OQ = 0$  হয়, যেখানে O মূল বিন্দু।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২২]

(ক)  $a = 3$  এবং  $b = 4$  হলে, P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) যদি P, Q ও  $R(1, 1)$  বিন্দুগুলো সমরেখ হয়, তবে দেখাও যে,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

(গ) সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $a = 3$  হলে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(3, 0)$

এবং  $b = 4$  হলে Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(0, 4)$

$$\therefore \text{ P ও Q এর মধ্যবর্তী দূরত্ব} = \sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25} = 5 \text{ একক (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,  $P(a, 0), Q(0, b), R(1, 1)$

$$PQ \text{ রেখার ঢাল} = \frac{b-0}{0-a} = \frac{-b}{a}$$

$$QR \text{ রেখার ঢাল} = \frac{1-b}{1-0} = 1 - b$$

যেহেতু P, Q, R বিন্দু তিনটি সমরেখ

সুতরাং, PQ রেখার ঢাল = QR রেখার ঢাল

$$\text{বা, } \frac{-b}{a} = 1 - b$$

$$\text{বা, } -b = a - ab$$

$$\text{বা, } b + a = ab$$

$$\text{বা, } \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = 1 \text{ [উভয়পক্ষকে ab দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ) দেওয়া আছে, সরলরেখাটি  $(-2, -5)$  বিন্দুগামী এবং x ও y অক্ষকে যথাক্রমে  $P(a, 0)$  এবং  $Q(0, b)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore \text{ O মূলবিন্দু হলে, } OP = a \text{ এবং } OQ = b.$$

$$\text{আবার, } OP + 2OQ = 0 \text{ বা, } a + 2b = 0 \therefore a = -2b$$

$$\therefore PQ \text{ রেখার ঢাল} = \frac{b-0}{0-a} = \frac{-b}{a} = \frac{-b}{-2b} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ ঢাল বিশিষ্ট এবং } (-2, -5) \text{ বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,}$$

$$y - (-5) = \frac{1}{2} \{x - (-2)\}$$

$$\text{বা, } y + 5 = \frac{1}{2}(x + 2) \text{ বা, } 2y + 10 = x + 2$$

$$\therefore x - 2y = 8 \text{ (Ans.)}$$

৩২. চারটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $A(-6, -6), B(3, -6), C(6, 3)$  ও  $D(-3, 3)$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

(ক) AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(খ) ABCD একটি সামান্তরিক কি না তা যাচাই করো।

(গ) লেখচিত্রে প্রদর্শনপূর্বক ABCD চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(-6, -6)$  ও  $(3, -6)$ ।

আমরা জানি, দুই বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:

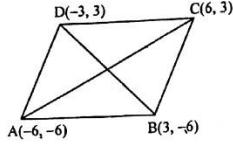
$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore AB \text{ রেখার সমীকরণ: } \frac{x+6}{-6-3} = \frac{y+6}{-6+6}$$

$$\text{বা, } \frac{x+6}{-9} = \frac{y+6}{0}$$

$$\text{বা, } y + 6 = 0 \text{ (Ans.)}$$

- (খ) দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $A(-6, -6)$ ,  $B(3, -6)$ ,  $C(6, 3)$  এবং  $D(-3, 3)$ ।



এখন, ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-6-3)^2 + (-6+6)^2} = \sqrt{81} = 9 \text{ একক}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3-6)^2 + (-6-3)^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ একক}$$

$$CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6+3)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{81} = 9 \text{ একক}$$

$$AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-6+3)^2 + (-6-3)^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ একক}$$

এখানে, AB বাহুর দৈর্ঘ্য = CD বাহুর দৈর্ঘ্য

এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য = AD বাহুর দৈর্ঘ্য

অর্থাৎ, চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান। এখন, ABCD চতুর্ভুজটি হয় আয়তক্ষেত্র অথবা সামান্তরিক।

$$\text{এখন, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-6-6)^2 + (-6-3)^2} = 15 \text{ একক}$$

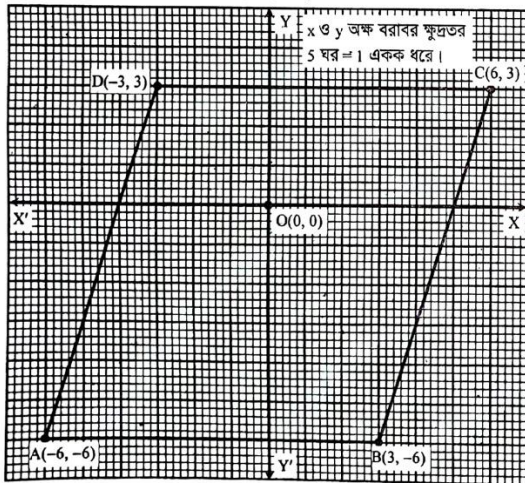
$$BD \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(3+3)^2 + (-6-3)^2} = \sqrt{117} \text{ একক}$$

এখানে, AC কর্ণের দৈর্ঘ্য  $\neq$  BD কর্ণের দৈর্ঘ্য

সুতরাং, ABCD একটি সামান্তরিক। (যাচাই করা হলো)

- (গ) দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে  $A(-6, -6)$ ,  $B(3, -6)$ ,  $C(6, 3)$  এবং  $D(-3, 3)$ ।

বিন্দুপাতনের মাধ্যমে xy সমতলে ABCD চতুর্ভুজটি দেখানো হলো:



এখন, বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

$$ABCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -6 & 3 & 6 & -3 & -6 \\ -6 & -6 & 3 & 3 & -6 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \{(36 + 9 + 18 + 18) - (-18 - 36 - 9 - 18)\} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (81 + 81) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 162 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 81 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৩৩.  $y = -3x + 2$  রেখাটি একটি নির্দিষ্ট বিন্দু  $P(t, 8)$  দিয়ে অতিক্রম করে এবং রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।  $C(-5, -3)$  অপর একটি বিন্দু।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

(ক)  $5x - 3y + 7 = 0$  রেখাটির ঢাল নির্ণয় করো।

(খ) t এর মান নির্ণয় করে P বিন্দুগামী এবং 3 ঢালবিশিষ্ট

(গ) ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে,  $5x - 3y + 7 = 0$

$$\text{বা, } 3y = 5x + 7 \text{ বা, } y = \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$\therefore y = mx + c \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই, ঢাল, } m = \frac{5}{3} \text{ (Ans.)}$$

- (খ)  $P(t, 8)$  বিন্দুটি  $y = -3x + 2$  সরলরেখার উপর অবস্থিত।

$$\therefore 8 = 3t + 2 \text{ বা, } 3t = 2 - 8 \text{ বা, } 3t = -6 \therefore t = -2$$

সুতরাং, নির্ণেয় P বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(-2, 8)$

এখন,  $P(-2, 8)$  এবং 3 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - 8 = 3(x + 2) \text{ বা, } y - 8 = 3x + 6$$

$$\therefore 3x - y + 14 = 0 \text{ (Ans.)}$$

- (গ) দেওয়া আছে,  $y = -3x + 2 \dots \dots \dots$  (i)

এবং  $C(-5, -3)$

ধরি, (i) নং রেখাটি x অক্ষকে  $A(\alpha, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\therefore 0 = -3\alpha + 2 \text{ বা, } 3\alpha = 2 \therefore \alpha = \frac{2}{3}$$

আবার মনে করি, (i) নং রেখাটি y অক্ষকে  $B(0, \beta)$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $\therefore \beta = 2$

সুতরাং নির্ণেয় A, B বিন্দু যথাক্রমে  $(\frac{2}{3}, 0)$  এবং  $(0, 2)$

এখন, বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে ত্রিভুজক্ষেত্র

$$ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{2}{3} & 0 & -5 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{4}{3} + 0 + 0 \right) - (0 - 10 - 2) \right\} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} + 12 \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{40}{3} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{20}{3} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৩৪. একটি চতুর্ভুজের চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে,  $P(2, -3)$ ,  $Q(3, 0)$ ,  $R(0, 1)$  এবং  $S(-1, -2)$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

(ক) P ও R বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব নির্ণয় কর।

(খ) PQRS চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) PR ও QS রেখার ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) দেওয়া আছে,  $P(2, -3)$  ও  $R(0, 1)$  দুইটি বিন্দু

$$\therefore P \text{ ও } R \text{ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব, } PR = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-1)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16}$$

$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ একক (Ans.)}$$

- (খ) দেওয়া আছে,

চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $R(0, 1)$ ,  $S(-1, -2)$ ,  $P(2, -3)$  ও  $Q(3, 0)$  বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র

$$PQRS \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (0 + 3 + 0 + 3 + 1 + 4 + 9 - 0) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 10 \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{বর্গের ক্ষেত্রফল} = 10 \text{ বর্গ একক}$$

আমরা জানি, বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে ক্ষেত্রফল  $a^2$  বর্গ একক এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য  $a\sqrt{2}$  একক।

$$\text{শর্তমতে, } a^2 = 10 \therefore a = \sqrt{10}$$

$$\therefore \text{কর্ণের দৈর্ঘ্য} = a\sqrt{2} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ একক (Ans.)}$$

- (গ) দেওয়া আছে, P, Q, R, S বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে

$P(2, -3)$ ,  $Q(3, 0)$ ,  $R(0, 1)$ ,  $S(-1, -2)$

$$\therefore PR \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{x-0}{0-2} = \frac{y-1}{1+3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{4} \text{ বা, } 4x = -2y + 2$$

$$\text{বা, } 4x + 2y - 2 = 0 \therefore 2x + y - 1 = 0 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, QS রেখার সমীকরণ, } \frac{x-(-1)}{-1-3} = \frac{y-(-2)}{-2-0}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{-4} = \frac{y+2}{-2} \text{ বা, } -2x - 2 = -4y - 8$$

$$\text{বা, } 2x - 4y - 6 = 0 \therefore x - 2y - 3 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

এখানে, (i) নং ও (ii) নং সমীকরণদ্বয়ের সমাধানই RP ও SQ সরলরেখার ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক।

(i) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) নং এর সাথে যোগ করে পাই,

$$4x + 2y - 2 = 0$$

$$x - 2y - 3 = 0$$

$$5x - 5 = 0$$

$$\text{বা, } 5x = 5 \therefore x = 1$$

এখন, (i) নং এ  $x = 1$  বসিয়ে পাই,

$$2.1 + y - 1 = 0 \text{ বা, } y = -2 + 1 \therefore y = -1$$

$\therefore$  PR ও QS রেখার ছেদবিন্দু স্থানাঙ্ক  $(1, -1)$  (Ans.)

৩৫.  $L_1: 3x + 8y = 25$  এবং  $L_2: 9x + 2y = 31$  দুটি সরলরেখার সমীকরণ।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

(ক)  $kx + 3y = 23$  রেখাটি  $(4, 5)$  বিন্দুগামী হলে দেখাও যে, উক্ত রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে।

(খ)  $(5, 7)$  বিন্দুগামী একটি সরলরেখা  $L_1$  রেখাটির সমান্তরাল হলে উক্ত রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ)  $L_1$  এবং  $L_2$  রেখাদ্বয়ের সাথে অক্ষদ্বয় যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $kx + 3y = 23$  রেখাটি  $(4, 5)$  বিন্দুগামী হলে,  
 $k.4 + 3.5 = 23$  বা,  $4k = 23 - 15 = 8 \therefore k = 2$

$\therefore$  রেখাটির সমীকরণ,  $2x + 3y = 23$

$$\text{বা, } 3y = -2x + 23 \therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{23}{3} \dots \dots \dots (i)$$

যেহেতু রেখাটির ঢাল ঋণাত্মক, সেহেতু রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে। (দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে,

$$L_1 \text{ রেখাটির সমীকরণ, } 3x + 8y = 25$$

$$\text{বা, } 8y = -3x + 25$$

$$\therefore y = -\frac{3}{8}x + \frac{25}{8} \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখাটির ঢাল  $= -\frac{3}{8}$ , এখন রেখাটির সমান্তরাল রেখার ঢালও একই অর্থাৎ  $-\frac{3}{8}$  হবে।

$\therefore (5, 7)$  বিন্দুগামী এবং  $-\frac{3}{8}$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - 7 = -\frac{3}{8}(x - 5)$$

$$\text{বা, } 8y - 56 = -3x + 15$$

$$\therefore 3x + 8y - 71 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $L_1$  রেখার সমীকরণ,  $3x + 8y = 25 \dots \dots \dots (i)$

এবং  $L_2$  রেখার সমীকরণ,  $9x + 2y = 31 \dots \dots \dots (ii)$

আমরা জানি, x ও y অক্ষ পরস্পরকে  $O(0, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

ধরি,  $L_1$  রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে  $A(a, 0)$  ও  $B(0, b)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

(i) নং সমীকরণে  $x = a$  ও  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$3x + 8.0 = 25 \text{ বা, } 3a = 25 \therefore a = \frac{25}{3}$$

আবার, (i) নং সমীকরণে  $x = 0$  ও  $y = b$  বসিয়ে পাই,

$$3.0 + 8.b = 25 \text{ বা, } 8b = 25 \therefore b = \frac{25}{8}$$

$\therefore L_1$  রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয়,

$$O(0, 0), A\left(\frac{25}{3}, 0\right) \text{ ও } B\left(0, \frac{25}{8}\right)$$

$$\therefore \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & \frac{25}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{25}{8} & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 0 + \frac{625}{24} + 0 - 0 - 0 \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{625}{48} \text{ বর্গ একক}$$

আবার ধরি,  $L_2$  রেখাটি x ও y-অক্ষকে যথাক্রমে  $C(p, 0)$  ও  $D(0, q)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) নং সমীকরণে  $x = p$  ও  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$9p + 2.0 = 31 \text{ বা, } 9p = 31 \therefore p = \frac{31}{9}$$

আবার, (ii) নং সমীকরণে  $x = 0$  ও  $y = q$  বসিয়ে পাই,

$$9.0 + 2.q = 31 \text{ বা, } 2q = 31 \therefore q = \frac{31}{2}$$

$\therefore L_2$  রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয়,  
 $O(0, 0), C\left(\frac{31}{9}, 0\right) \text{ ও } D\left(0, \frac{31}{2}\right)$

$$\therefore \Delta OCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & \frac{31}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{31}{2} & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 0 + \frac{961}{18} + 0 - 0 - 0 \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{961}{36} \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফলের অনুপাত} = \frac{\frac{625}{48}}{\frac{961}{36}} = \frac{625}{48} \times \frac{36}{961} = \frac{1875}{3844}$$

$$= 1875 : 3844 \text{ (Ans.)}$$

৩৬.  $P(-2, 2), Q(2, 2)$  এবং  $R(0, -4)$  বিন্দু তিনটি একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২২]

(ক) দেখাও যে PQR একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

(খ) PQR ত্রিভুজের মধ্যমাগুলোর সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ) যদি  $S(4, -4)$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে, SPQR একটি সামান্তরিক।

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $P(-2, 2), Q(2, 2)$  এবং  $R(0, -4)$  বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত PQR ত্রিভুজের তিনটি বাহু PQ, QR এবং RP।

$$PQ = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-2)^2} = 4 \text{ একক}$$

$$QR = \sqrt{(2-0)^2 + (2+4)^2} = 2\sqrt{10} \text{ একক}$$

$$RP = \sqrt{(0+2)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{10} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{PQR ত্রিভুজের } QR = RP \neq PQ$$

সুতরাং, PQR একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

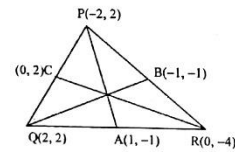
(খ) মনে করি, PQR ত্রিভুজের QR, RP এবং PQ বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A, B ও C

এখন, A বিন্দুটি QR এর মধ্যবিন্দু বলে A বিন্দুর স্থানাঙ্ক

$$\left( \frac{2+0}{2}, \frac{2-4}{2} \right) \equiv (1, -1)$$

$$\text{একইভাবে, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left( \frac{-2+0}{2}, \frac{2-4}{2} \right) \equiv (-1, -1)$$

$$C \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left( \frac{-2+2}{2}, \frac{2+2}{2} \right) \equiv (0, 2)$$



তাহলে,  $P(-2, 2)$  ও  $A(1, -1)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখা তথা PA

মধ্যমার সমীকরণ:  $\frac{x+2}{-2-1} = \frac{y-2}{2+1}$

$$\text{বা, } \frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{3}$$

$$\text{বা, } x + 2 = -y + 2$$

$$\therefore x + y = 0$$

একইভাবে, QB মধ্যমার সমীকরণ:  $\frac{x-2}{2+1} = \frac{y-2}{2+1}$

$$\text{বা, } \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{3}$$

$$\text{বা, } x - 2 = y - 2$$

$$\therefore x - y = 0$$

এবং RC মধ্যমার সমীকরণ:  $\frac{x-0}{0-0} = \frac{y+4}{-4-2}$

$$\text{বা, } \frac{x}{0} = \frac{y+4}{-6}$$

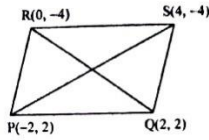
$$\therefore x = 0$$

$\therefore$  নির্ণেয় মধ্যমাগুলোর সমীকরণ:  $x + y = 0, x - y = 0$

$$\text{এবং } x = 0 \text{ (Ans.)}$$

(গ) এখানে, PQSR চতুর্ভুজটির বাহুগুলো PQ, QS, SR এবং RP কর্ণদ্বয় PS এবং QR





এখন,  $PQ = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-2)^2} = 4$  একক  
 $QS = \sqrt{(2-4)^2 + (2+4)^2} = 2\sqrt{10}$  একক  
 $SR = \sqrt{(4-0)^2 + (-4+4)^2} = 4$  একক  
 $RP = \sqrt{(0+2)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{10}$  একক  
 $PS = \sqrt{(-2-4)^2 + (2+4)^2} = 6\sqrt{2}$  একক  
 $QR = \sqrt{(2-0)^2 + (2+4)^2} = 2\sqrt{10}$  একক

PQSR চতুর্ভুজটির PQ ও SR বিপরীত বাহুদ্বয় সমান  
 আবার, QS ও RP বিপরীত বাহুদ্বয় সমান কিন্তু কর্ণদ্বয় PS ও QR অসমান।

$PQ = SR = 4$  একক;

$QS = RP = 2\sqrt{10}$  একক;  $PS \neq QR$

অতএব, PQSR চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)

৩৭. A(t, t), B(3, 0) এবং C(3, 6) বিন্দু তিনটি একটি সমতলে অবস্থিত।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২০]

(ক) AB রেখার ঢাল 3 হলে t এর মান কত?

(খ) t = 4 এর ক্ষেত্রে ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের কর।

(গ) A বিন্দু থেকে y-অক্ষ এবং C বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে t = কত?

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) A ও B বিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (t, t) ও (3, 0)

$$\therefore AB \text{ রেখার ঢাল} = \frac{t-0}{t-3} = \frac{t}{t-3}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{t}{t-3} = 2 \text{ বা, } 2t - 6 = t \therefore t = 6 \text{ (Ans.)}$$

(খ) t = 4 হলে A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (t, t) = (4, 4)

$\therefore A(t, t), B(3, 0)$  এবং  $C(3, 6)$  বিন্দুদ্বয় দ্বারা গঠিত ABC ত্রিভুজের

$$\text{ক্ষেত্রফল, } \Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 4 & 4 & 4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |(0 + 18 + 12) - (12 + 0 + 24)| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |30 - 36| = 3 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

(গ) A(t, t) বিন্দু থেকে y-অক্ষের দূরত্ব = ভূজ = t

$$A(t, t) \text{ বিন্দু থেকে } C(3, 6) \text{ বিন্দু দূরত্ব} = \sqrt{(t-3)^2 + (t-6)^2}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \sqrt{(t-3)^2 + (t-6)^2} = t$$

$$\text{বা, } (t-3)^2 + (t-6)^2 = t^2 \text{ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } t^2 - 6t + 9 + t^2 - 12t + 36 = t^2$$

$$\text{বা, } t^2 - 18t + 45 = 0$$

$$\text{বা, } t^2 - 15t - 3t + 45 = 0$$

$$\text{বা, } t(t-15) - 3(t-15) = 0$$

$$\text{বা, } (t-3)(t-15) = 0$$

$$t = 3, 15 \text{ (Ans.)}$$

৩৮. (i) P(2, -3), Q(7, -3) এবং R(2, 3) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু।

(ii)  $y = x + 7$ ,  $y = -x + 5$  এবং  $y = 3$  তিনটি সরলরেখার সমীকরণ।

[সিলেট বোর্ড-২০২২]

(ক) PQ রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(খ) প্রমাণ কর যে,  $\Delta PQR$  একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

(গ) (ii) এর সমীকরণ তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) P(2, -3), Q(7, -3)

$$PQ \text{ রেখার ঢাল} = \frac{-3-(-3)}{7-2} = \frac{-3+3}{5} = \frac{0}{5} = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $\Delta PQR$  এর শীর্ষবিন্দুগুলো P(2, -3), Q(7, -3) এবং R(2, 3)

$$PQ \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(7-2)^2 + (-3+3)^2} = \sqrt{5^2 + 0} = 5 \text{ একক}$$

$$QR \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(7-2)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61} \text{ একক}$$

$$PR \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2-2)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{0 + 6^2} = 6 \text{ একক}$$

$$\text{এখানে, } PQ^2 + PR^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61 =$$

$$(\sqrt{61})^2 = QR^2$$

$\therefore PQR$  একটি সমকোণী ত্রিভুজ (প্রমাণিত)

(গ) প্রদত্ত রেখাদ্বয়,  $y = x + 7 \Rightarrow x - y + 7 = 0 \dots \dots \dots (i)$

$$y = -x + 5 \Rightarrow x + y - 5 = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

$$y = 3 \dots \dots \dots (iii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই,

$$\frac{x}{5-7} = \frac{y}{7+5} = \frac{1}{1+1}$$

$$\therefore \frac{x}{-2} = \frac{1}{2} \text{ এবং } \frac{y}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -1 \quad y = 6$$

$\therefore (i) \text{ ও } (ii) \text{ নং রেখার ছেদবিন্দু } (-1, 6)$

(ii) ও (iii) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই,  $x = 2$  এবং  $y = 3$

$\therefore (ii) \text{ ও } (iii) \text{ নং রেখার ছেদবিন্দু } (2, 3)$

(i) ও (iii) নং সমীকরণ সমাধান করে পাই,  $x = -4$  এবং  $y = 3$

$\therefore (i) \text{ ও } (iii) \text{ নং রেখার ছেদবিন্দু } (-4, 3)$

$\therefore (i), (ii) \text{ ও } (iii) \text{ নং রেখা দ্বারা গঠিত } ABC \text{ ত্রিভুজের শীর্ষদ্বয় } A(-1, 6), B(2, 3), C(-4, 3)$

$$\therefore \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 6 & 3 & 3 \\ -1 & 3 & 3 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |-3 + 6 - 24 - 12 + 12 + 3| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times |-18|$$

$$= \frac{1}{2} \times 18 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 9 \text{ বর্গ একক}$$

$\therefore \Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল 9 বর্গ একক। (Ans.)

৩৯. A(3, -2), B(8, 3), C(3, 8) এবং D(-2, 3) একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[সিলেট বোর্ড-২০২২]

(ক) A ও B বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজটি একটি বর্গ।

(গ) ABCD চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) A(3, -2) ও B(8, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{y-(-2)}{-2-3} = \frac{x-3}{3-8} \Rightarrow \frac{y+2}{-5} = \frac{x-3}{-5}$$

$$\text{বা, } \frac{y+2}{-5} = \frac{x-3}{-5}$$

$$\text{বা, } y + 2 = x - 3$$

$$\therefore x - y - 5 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ) বাহু,  $AB = \sqrt{(8-3)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$  একক

$$\text{বাহু, } BC = \sqrt{(3-8)^2 + (8-3)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } CD = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-8)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } DA = \sqrt{(-2-3)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{কর্ণ, } AC = \sqrt{(3-3)^2 + (8+2)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

$$\text{কর্ণ, } BD = \sqrt{(-2-8)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

$$\text{এখানে যেহেতু, } AB = BC = CD = DA = 5\sqrt{2} \text{ একক}$$

$$\text{এবং কর্ণ } AC = \text{কর্ণ } BD = 10 \text{ একক}$$

$\therefore ABCD$  একটি বর্গ। (দেখানো হলো)

(গ) ABCD চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থান করে তা একটি ত্রিভুজ যা AD ও CD সরলরেখা ও y-অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ।

$$AD \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{y+2}{-2-3} = \frac{x-3}{3+2}$$

$$\text{বা, } \frac{y+2}{-5} = \frac{x-3}{5} \text{ বা, } y + 2 = -x + 3 \text{ বা, } x + y = 1$$

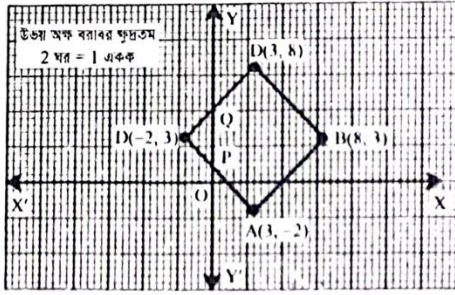
$\therefore AD$  রেখা y অক্ষকে P(0, 1) বিন্দুতে ছেদ করে।

$$\text{আবার, } CD \text{ রেখার সমীকরণ, } \frac{y-8}{8-3} = \frac{x-3}{3+2}$$

$$\text{বা, } \frac{y-8}{5} = \frac{x-3}{5} \text{ বা, } y - 8 = x - 3$$

$$\text{বা, } x - y = -5 \text{ বা, } \frac{x}{-5} + \frac{y}{5} = 1$$

∴ CD রেখা Y-অক্ষকে Q(0,5) বিন্দুতে ছেদ করে।



$$\begin{aligned} \therefore \Delta PDQ \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} |0 - 10 + 0 + 2 - 0 - 0| \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} |2 - 10| \text{ বর্গ একক} = \frac{1}{2} |-8| \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \text{ বর্গ একক} = 4 \text{ বর্গ একক} \\ \therefore \text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল} &= 4 \text{ বর্গ একক। (Ans.)} \end{aligned}$$

৪০. A, B, C এবং D চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে,  $(t^2, 2t)$ ,  $(t, 3t)$ ,  $(t, -2t)$  এবং  $(2, 5)$

[যশোর বোর্ড-২০২২]

(ক)  $t = 2$  হলে AB রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) AD রেখার ঢাল  $\frac{1}{7}$  হলে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

(গ)  $t = -1$  হলে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### ৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $t = 2$  হলে, A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4,4)

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2,6)

∴ AB সরলরেখার সমীকরণ:

$$\begin{aligned} \frac{x-4}{4-2} &= \frac{y-4}{4-6} \text{ বা, } \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-2} \text{ বা, } x-4 = -(y-4) \\ \text{বা, } x-4 + (y-4) &= 0 \therefore x+y-8=0 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(খ) A( $t^2, 2t$ ) এবং D(2,5) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল  $= \frac{2t-5}{t^2-2}$

শর্তমতে,  $\frac{2t-5}{t^2-2} = \frac{1}{7}$

$$\text{বা, } 14t - 35 = t^2 - 2 \text{ বা, } t^2 - 14t + 33 = 0$$

$$\text{বা, } t^2 - 11t - 3t + 33 = 0 \text{ বা, } t(t-11) - 3(t-11) = 0$$

$$\text{বা, } (t-11)(t-3) = 0$$

$$\text{হয়, } t-11=0 \text{ অথবা, } t-3=0$$

$$\therefore t=11 \quad \therefore t=3$$

$$\therefore t \text{ এর সম্ভাব্য মান} = 11, 3 \text{ (Ans.)}$$

(গ)  $t = -1$  হলে,

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, -2)

B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-1, -3)

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (-1, 2)

D বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 5)

∴ ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 \\ 5 & 2 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 & 4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |(4+3+2+5) - (-5-2-3-4)| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |(14) - (-14)| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (14+14) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 28 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 14 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৪১.  $L_1: 3x + 8y = 25$  এবং  $L_2: 9x + 2y = 31$  দুটি রেখা।

[যশোর বোর্ড-২০২২]

(ক)  $kx + 3y = 23$  রেখাটি (4,5) বিন্দুগামী হলে দেখাও যে, উক্ত রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে।

(খ) (5,7) বিন্দুগামী একটি সরলরেখা  $L_1$  রেখাটির সমান্তরাল হলে উক্ত রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

(গ)  $L_1$  এবং  $L_2$  রেখাদ্বয়ের সাথে অক্ষদ্বয় যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।

#### ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $kx + 3y = 23$  রেখাটি (4,5) বিন্দুগামী হলে,

$$k \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 23 \text{ বা, } 4k = 23 - 15 = 8 \therefore k = 2$$

$$\therefore \text{রেখাটির সমীকরণ, } 2x + 3y = 23$$

$$\text{বা, } 3y = -2x + 23 \therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{23}{3} \dots \dots \dots (i)$$

যেহেতু রেখাটির ঢাল ঋণাত্মক, সেহেতু রেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে স্থূলকোণ উৎপন্ন করে। (দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে,

$$L_1 \text{ রেখাটির সমীকরণ, } 3x + 8y = 25$$

$$\text{বা, } 8y = -3x + 25$$

$$\therefore y = -\frac{3}{8}x + \frac{25}{8} \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখাটির ঢাল  $= -\frac{3}{8}$ , এখন রেখাটির সমান্তরাল রেখার ঢালও একই অর্থাৎ  $-\frac{3}{8}$  হবে।

$$\therefore (5,7) \text{ বিন্দুগামী এবং } -\frac{3}{8} \text{ ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:}$$

$$y - 7 = -\frac{3}{8}(x - 5)$$

$$\text{বা, } 8y - 56 = -3x + 15$$

$$\therefore 3x + 8y - 71 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(গ) দেওয়া আছে,  $L_1$  রেখার সমীকরণ,  $3x + 8y = 25 \dots \dots \dots (i)$

এবং  $L_2$  রেখার সমীকরণ,  $9x + 2y = 31 \dots \dots \dots (ii)$

আমরা জানি, x ও y অক্ষ পরস্পরকে O(0,0) বিন্দুতে ছেদ করে।

ধরি,  $L_1$  রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A(a, 0) ও B(0, b) বিন্দুতে ছেদ করে।

(i) নং সমীকরণে  $x = a$  ও  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$3x + 8 \cdot 0 = 25 \text{ বা, } 3a = 25 \therefore a = \frac{25}{3}$$

আবার, (i) নং সমীকরণে  $x = 0$  ও  $y = b$  বসিয়ে পাই,

$$3 \cdot 0 + 8 \cdot b = 25 \text{ বা, } 8b = 25 \therefore b = \frac{25}{8}$$

∴  $L_1$  রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয়,

$$O(0,0), A\left(\frac{25}{3}, 0\right) \text{ ও } B\left(0, \frac{25}{8}\right)$$

$$\therefore \Delta OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & \frac{25}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{25}{8} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left(0 + \frac{625}{24} + 0 - 0 - 0\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{625}{48} \text{ বর্গ একক}$$

আবার ধরি,  $L_2$  রেখাটি x ও y-অক্ষকে যথাক্রমে C(p, 0) ও D(0, q) বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) নং সমীকরণে  $x = p$  ও  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$9p + 2 \cdot 0 = 31 \text{ বা, } 9p = 31 \therefore p = \frac{31}{9}$$

আবার, (ii) নং সমীকরণে  $x = 0$  ও  $y = q$  বসিয়ে পাই,

$$9 \cdot 0 + 2 \cdot q = 31 \text{ বা, } 2q = 31 \therefore q = \frac{31}{2}$$

∴  $L_2$  রেখা দ্বারা অক্ষদ্বয়ের সাথে উৎপন্ন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুত্রয়,  $O(0,0), C\left(\frac{31}{9}, 0\right) \text{ ও } D\left(0, \frac{31}{2}\right)$

$$\therefore \Delta OCD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & \frac{31}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{31}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left(0 + \frac{961}{18} + 0 - 0 - 0\right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{961}{36} \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফলের অনুপাত} = \frac{\frac{625}{48}}{\frac{961}{36}} = \frac{625}{48} \times \frac{36}{961} = \frac{1875}{3844}$$

$$= 1875 : 3844 \text{ (Ans.)}$$

৪২. A(3,10), B(2,-2), C(-6,-8), D(-5,4) ও E(-3,-a) একই সমতলস্থ পাঁচটি বিন্দু।

[বরিশাল বোর্ড-২০২২]

- (ক)  $-4$  ঢাল এবং  $y$ -অক্ষের ছেদাংশ  $2$  বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।
- (খ)  $A$  থেকে  $D$  ও  $E$  বিন্দু দুটির দূরত্ব সমান হলে  $a$  এর মান নির্ণয় কর।
- (গ)  $A, B, C$  ও  $D$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু।  $ABCD$  চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

## ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) মনে করি, সরলরেখাটির সমীকরণ,  $y = mx + c \dots \dots \dots$  (i)

এখানে,  $m$  ঢাল এবং  $c, y$ -অক্ষের ছেদাংশপ্রশ্নানুসারে,  $m = -4$  এবং  $c = 2$ (i) নং হতে পাই,  $y = (-4)x + 2$  বা,  $y = -4x + 2$  $\therefore 4x + y - 2 = 0$  (Ans.)

- (খ)  $A(3,10)$  থেকে  $D(-5,4)$  বিন্দুর দূরত্ব,

$$AD = \sqrt{(-5-3)^2 + (4-10)^2}$$

$$= \sqrt{64+36}$$

$$= \sqrt{100} = 10$$

আবার,  $A(3,10)$  থেকে  $E(-3,-a)$  বিন্দুর দূরত্ব,

$$AE = \sqrt{(-3-3)^2 + (-a-10)^2} = \sqrt{36(a+10)^2}$$

প্রশ্নানুসারে,  $\sqrt{36 + (a+10)^2} = 10$ 

$$\text{বা, } 36 + (a+10)^2 = 100$$

$$\text{বা, } (a+10)^2 = 64$$

$$\text{বা, } a+10 = \pm 8$$

$$\text{বা, } a = -10 \pm 8 = (-10+8) \text{ অথবা } (-10-8)$$

$$\therefore a = -2 \text{ অথবা } -18 \text{ (Ans.)}$$

- (গ)  $ABCD$  চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয়ের জন্য বাহু ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

$$\text{বাহু, } AB = \sqrt{(2-3)^2 + (-2-10)^2} = \sqrt{1+144} = \sqrt{145} \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } BC = \sqrt{(-6-2)^2 + (-8+2)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } CD = \sqrt{(-5+6)^2 + (4+8)^2} = \sqrt{1+144} = \sqrt{145} = \text{একক}$$

$$\text{বাহু, } AD = 10 \text{ একক [‘খ’ হতে প্রাপ্ত]}$$

$$\text{কর্ণ, } AC = \sqrt{(-6-3)^2 + (-8-10)^2}$$

$$= \sqrt{81+324} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$\text{কর্ণ, } BD = \sqrt{(-5-2)^2 + (4+2)^2}$$

$$= \sqrt{49+36} = \sqrt{85} \text{ একক}$$

$$ABCD \text{ চতুর্ভুজের } AB = CD, BC = AD$$

$$\text{এবং কর্ণ } AC \neq \text{ কর্ণ } BD$$

$$\therefore ABCD \text{ একটি সামান্তরিক। (Ans.)}$$

৪৩. (i)  $A(p, 0), B(0, q)$  এবং  $C(2, 2)$  একই সমতলস্থ তিনটি বিন্দু।

(ii)  $6x + 2y - 7 = 0$  একটি সরলরেখার সমীকরণ।

[বরিশাল বোর্ড-২০২২]

(ক)  $3x - 6y + 5 = 0$  সরলরেখাটি  $x$ -অক্ষ ও  $y$ -অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(খ)  $A, B$  ও  $C$  বিন্দু তিনটি সরলরেখা হলে প্রমাণ কর যে,  $\frac{2}{p} + \frac{2}{q} = 1$

(গ)  $C$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যার ঢাল (ii) নং সরলরেখার ঢালের সমান।

## ৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক)  $3x - 6y + 5 = 0 \dots \dots \dots$  (i)

 $x$ -অক্ষের উপর সকল বিন্দুর কোটি  $0$ (i) নং সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$3x - 6.0 + 5 = 0 \text{ বা, } 3x = -5 \text{ বা, } x = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore x\text{-অক্ষের ছেদবিন্দু স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{5}{3}, 0\right) \text{ (Ans.)}$$

আবার,  $y$ -অক্ষের উপর সকল বিন্দুর ভুজ  $0$ (i) নং সমীকরণে  $x = 0$  বসিয়ে পাই,

$$3.0 - 6y + 5 = 0 \text{ বা, } -6y = -5 \text{ বা, } y = \frac{5}{6}$$

$$\therefore y\text{-অক্ষের উপর ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(0, \frac{5}{6}\right) \text{ (Ans.)}$$

- (খ) প্রদত্ত বিন্দুত্রয়  $A(p, 0), B(0, q)$  এবং  $C(2, 2)$  সমরেখ হলে,  $AB$  রেখার ঢাল =  $BC$  রেখার ঢাল

$$\therefore \frac{q-0}{0-p} = \frac{2-q}{2-0} \text{ বা, } \frac{q}{-p} = \frac{2-q}{2}$$

$$\text{বা, } 2q = -2p + pq \text{ বা, } 2p + 2q = pq$$

$$\text{বা, } \frac{2p+2q}{pq} = \frac{pq}{pq}$$

$$\therefore \frac{2}{p} + \frac{2}{q} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

- (গ) (ii) নং সরলরেখার সমীকরণ:  $6x + 2y - 7 = 0$

$$\text{বা, } 2y = -6x + 7 \text{ বা, } y = -3x + \frac{7}{2}$$

$$\therefore \text{সরলরেখাটির ঢাল, } m = -3$$

এখন,  $C(2, 2)$  বিন্দুগামী ও $m = -3$  ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - 2 = -3(x - 2) \text{ বা, } y - 2 = -3x + 6$$

$$\therefore 3x + y - 8 = 0 \text{ (Ans.)}$$

৪৪. চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $A(2, 3), B(-2, 1), C(4, a), D(-6, t)$ ।  $\triangle ABC$  এর ক্ষেত্রফল  $10$  বর্গ একক এবং এর শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

[ঢাকা বোর্ড-২০২১]

(ক)  $A$  ও  $B$  বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর।(খ)  $A, B$  এবং  $D$  বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে  $t$  এর মান নির্ণয় কর।(গ) প্রমাণ কর যে,  $\triangle ABC$  একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

## ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক)  $A(2, 3)$  এবং  $B(-2, 1)$  বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$= \sqrt{(2+2)^2 + (3-1)^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{4^2 + 2^2} \text{ একক} = \sqrt{16+4} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{20} \text{ একক} = \sqrt{4 \times 5} \text{ একক}$$

$$= 2\sqrt{5} \text{ একক (Ans.)}$$

- (খ)  $AB$  সরলরেখার ঢাল  $= \frac{3-1}{2-(-2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$\text{এবং } BD \text{ সরলরেখার ঢাল} = \frac{1-t}{-2-(-6)} = \frac{1-t}{4}$$

দেওয়া আছে,  $A, B$  এবং  $D$  বিন্দু, তিনটি সমরেখ।অর্থাৎ,  $AB$  সরলরেখার ঢাল =  $BD$  সরলরেখার ঢাল

$$\text{বা, } \frac{1}{2} = \frac{1-t}{4} \text{ বা, } 2(1-t) = 4$$

$$\text{বা, } 1-t = 2 \text{ বা, } t = 1-2 \therefore t = -1 \text{ (Ans.)}$$

- (গ)  $ABC$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & a \\ 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$  বর্গ একক

$$= \frac{1}{2} (2-2a+12+6-4-2a) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (16-4a) \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2} (16-4a) = 10$$

$$\text{বা, } 16-4a = 20$$

$$\text{বা, } 4a = -20+16$$

$$\text{বা, } 4a = -4 \therefore a = -1$$

$$\therefore C \text{ এর স্থানাঙ্ক } (4, -1)$$

$$\text{এখন, } \triangle ABC \text{ এ, } AB = \sqrt{(2+2)^2 + (3-1)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{20} \text{ একক}$$

$$BC = \sqrt{(-2-4)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} \text{ একক}$$

$$CA = \sqrt{(4-2)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} \text{ একক}$$

$$AB^2 + CA^2 = (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{20})^2$$

$$= 20 + 20 = 40 = (\sqrt{40})^2 = BC^2$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ এ } AB^2 + CA^2 = BC^2$$

$$\therefore \triangle ABC\text{-একটি সমকোণী ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)}$$

৪৫.  $2x - y + 4 = E$  রেখাটি  $y$  অক্ষকে  $A$  বিন্দুতে এবং  $x$  অক্ষকে  $B$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $D(3, 2)$  বিন্দুগামী এবং  $4$  ঢালবিশিষ্ট অন্য একটি রেখা  $x$  অক্ষকে  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে।

[ঢাকা বোর্ড-২০২১]

(ক)  $AB$  সরলরেখাটির ঢাল নির্ণয় কর।(খ)  $E$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(গ) C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2,0) হলে ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

## ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, AB সরলরেখা:  $2x - y + 4 = 0$ বা,  $y = 2x + 4$  ..... (i)(i) নং সমীকরণকে  $y = mx + c$  এর সাথে তুলনা করে পাই,তাল,  $m = 2$  (Ans.)

(খ) D(3,2) বিন্দুগামী এবং 4 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

 $y - 2 = 4(x - 3)$ বা,  $y - 2 = 4x - 12$  $\therefore 4x - y - 10 = 0$  ..... (i)

এখন, কোনো সরলরেখা x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুর কোটি অথবা y-স্থানাঙ্ক শূন্য হবে।

অর্থাৎ, (i) নং এ  $y = 0$  বসিয়ে পাই, $4x - 0 - 10 = 0$ বা,  $4x = 10$  $\therefore x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$  $\therefore$  (i) নং সরলরেখা x-অক্ষকে  $(\frac{5}{2}, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে। $\therefore$  E বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(\frac{5}{2}, 0)$  (Ans.)

(গ) দেওয়া আছে,

 $2x - y + 4 = 0$  রেখাটি y-অক্ষকে A বিন্দুতে এবং x-অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।B বিন্দুর y স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। উদ্দীপকের সরলরেখাটির সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই,  $2x - 0 + 4 = 0$ বা,  $2x = -4 \therefore x = -2$  $\therefore B \equiv (-2, 0)$ আবার, A বিন্দুর x স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। উদ্দীপকের সরলরেখাটির সমীকরণে  $x = 0$  বসিয়ে পাই, $0 - y + 4 = 0 \therefore y = 4 \therefore A \equiv (0, 4)$  $\therefore$  ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -2 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \\ 12 & -8 & 0 & 0 \end{vmatrix}$  $= \frac{1}{2} \{(0 + 0 + 4 + 12) - (-8 + 0 + 0 + 0)\}$  $= \frac{1}{2} (6 + 8) = \frac{1}{2} \times 24 = 12$  বর্গ একক (Ans.)৪৬.  $4x - 3y + 30 = 0$  $4x + 3y - 30 = 0$  $y + 10 = 0$ 

সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২১]

(ক)  $p(x, y)$  বিন্দু থেকে x-অক্ষের দূরত্ব এবং  $Q(0, 1)$  বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^2 - 2y + 1 = 0$ .

(খ) প্রথম রেখাটি অক্ষদ্বয়কে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করলে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(গ) বাহু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় কর।

## ৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $p(x, y)$  বিন্দু থেকে x অক্ষের দূরত্ব  $= |y|$  একক $p(x, y)$  বিন্দু থেকে  $Q(0, 1)$  বিন্দুর দূরত্ব  $= \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 1)^2}$  $= \sqrt{x^2 + (y - 1)^2}$  এককপ্রশ্নমতে,  $\sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = |y|$ বা,  $x^2 + (y - 1)^2 = y^2$  বা,  $x^2 + y^2 - 2y + 1 = y^2$  $\therefore x^2 - 2y + 1 = 0$  (প্রমাণিত)(খ) উদ্দীপকে প্রথম রেখার সমীকরণ,  $4x - 3y + 30 = 0$  ... (i)

মনে করি, (i) নং রেখা x অক্ষকে A বিন্দুতে এবং y অক্ষকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

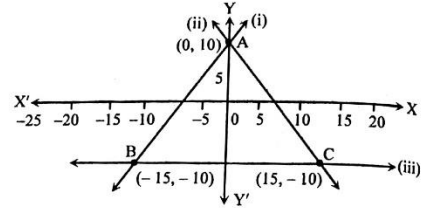
A বিন্দুর y স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। এখন, (i) নং সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই, $4x - 0 + 30 = 0$  বা,  $4x = -30$  বা,  $x = -\frac{30}{4} \therefore x = -\frac{15}{2}$  $\therefore A \equiv (-\frac{15}{2}, 0)$ আবার, B বিন্দুর x স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। এখন, (i) নং সমীকরণে  $x = 0$  বসিয়ে পাই,  $0 - 3y + 30 = 0$  বা,  $3y = 30 \therefore y = 10$  $\therefore B \equiv (0, 10)$  $\therefore A(-\frac{15}{2}, 0)$  এবং  $B(0, 10)$  বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব,

$$AB = \sqrt{\left(-\frac{15}{2} - 0\right)^2 + (0 - 10)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{225}{4} + 100} = \sqrt{\frac{225 + 400}{4}} = \sqrt{\frac{625}{4}}$$

$$= \frac{25}{2} \text{ একক (Ans.)}$$

(গ)



দেওয়া আছে, ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের সমীকরণ,

 $4x - 3y + 30 = 0$  ... (i) $4x + 3y - 30 = 0$  ... (ii)এবং  $y + 10 = 0$  ... (iii)

মনে করি, (i) ও (ii) নং রেখা A বিন্দুতে ছেদ করে। (i) ও (iii) নং রেখা B বিন্দুতে ছেদ করে এবং (ii) ও (iii) নং রেখা C বিন্দুতে ছেদ করে।

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

 $4x - 3y + 30 + 4x + 3y - 30 = 0$  বা,  $8x = 0 \therefore x = 0$ (i) নং সমীকরণে  $x = 0$  বসিয়ে পাই, $0 - 3y + 30 = 0$  বা,  $3y = 30 \therefore y = 10$  $\therefore$  (i) ও (ii) নং এর ছেদ বিন্দু  $A \equiv (0, 10)$ (iii) নং হতে পাই,  $y = -10$ (i) নং এ  $y = -10$  বসিয়ে পাই,  $4x - 3(-10) + 30 = 0$ বা,  $4x + 30 + 30 = 0$  বা,  $4x = -60 \therefore x = -15$ (i) ও (iii) নং এর ছেদ বিন্দু,  $B \equiv (-15, -10)$ (ii) নং এ  $y = -10$  বসিয়ে পাই, $4x + 3(-10) - 30 = 0$ বা,  $4x - 30 - 30 = 0$  বা,  $4x = 60 \therefore x = 15$  $\therefore$  (ii) ও (iii) এর ছেদবিন্দু,  $C \equiv (15, -10)$ বাহু,  $AB = \sqrt{(0 + 15)^2 + (10 + 10)^2}$ 

$$= \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25 \text{ একক}$$

বাহু,  $BC = \sqrt{(-15 - 15)^2 + (-10 + 10)^2} = \sqrt{30^2 + 0}$ 

$$= \sqrt{900} = 30 \text{ একক}$$

বাহু,  $CA = \sqrt{(15 - 0)^2 + (-10 - 10)^2} = \sqrt{15^2 + 20^2}$ 

$$= \sqrt{625} = 25 \text{ একক}$$

 $\therefore$  ABC ত্রিভুজের পরিসীমা  $= AB + BC + CA$ 

$$= 25 + 30 + 25$$

$$= 80 \text{ একক (Ans.)}$$

৪৭.  $A(p, 0), B(0, q), C(7, 7), D(1, 1)$  চারটি বিন্দু।

[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২১]

(ক)  $x - \sqrt{3}y + 5 = 0$  রেখাটি x-অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।(খ)  $7p + 7q = pq$  হলে, দেখাও যে A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ।(গ)  $p = q = 8$  হলে, দেখাও যে, ACBD একটি রম্বস।

## ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, রেখার সমীকরণ:  $x - \sqrt{3}y + 5 = 0$ 

$$\text{বা, } \sqrt{3}y = x + 5 \therefore y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{5}{\sqrt{3}}$$

মনে করি, রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করে।অর্থাৎ,  $\tan \theta = m = \frac{1}{\sqrt{3}}$  বা,  $\tan \theta = \tan 30^\circ$  $\therefore \theta = 30^\circ$  (Ans.)(খ)  $A(p, 0)$  এবং  $B(0, q)$  বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল,  $m_1 = \frac{0 - q}{p - 0} = -\frac{q}{p}$



$B(0, q)$  এবং  $C(7, 7)$  বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল,  $m_2 = \frac{q-7}{0-7} = \frac{q-7}{-7}$

দেওয়া আছে,  $7p + 7q = pq$

বা,  $7p - pq = -7q$  বা,  $p(7 - q) = -7q$

বা,  $\frac{7-q}{-7} = \frac{q}{p}$  বা,  $\frac{q-7}{-7} = -\frac{q}{p} \therefore m_2 - m_1$

যেহেতু  $m_2 = m_1$  সেহেতু  $A, B$  এবং  $C$  বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে।

(দেখানো হলো)

(গ) যদি  $p = q = 8$  হয় তবে  $A \equiv (8, 0)$  এবং  $B \equiv (0, 8)$

বাহু  $BC = \sqrt{(0-7)^2 + (8-7)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$  একক

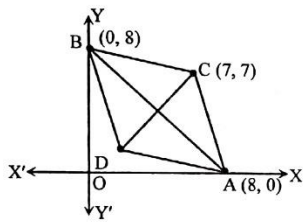
বাহু  $CA = \sqrt{(7-0)^2 + (7-8)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$  একক

বাহু  $AD = \sqrt{(8-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$  একক

বাহু  $DB = \sqrt{(1-0)^2 + (1-8)^2} = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50}$  একক

কর্ণ  $AB = \sqrt{(8-0)^2 + (0-8)^2} = 8\sqrt{2}$  একক

কর্ণ  $CD = \sqrt{(7-1)^2 + (7-1)^2} = 6\sqrt{2}$  একক



এখন, ABCD চতুর্ভুজে  $BC = CA = AD = DB$

কিন্তু কর্ণ  $AB \neq CD$

$\therefore$  ABCD চতুর্ভুজটি একটি রম্বস। (দেখানো হলো)

৪৮.  $C(p_1, q_1), D(p_2, q_1), R(-5, 15)$  ও  $S(10, -5)$  একটি সমতলে চারটি বিন্দু।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২১]

(ক)  $(3, 3x)$  এবং  $(4, x^2 + 1)$  বিন্দুগামী রেখার ঢাল  $-1$  হলে  $x$  এর মান নির্ণয় কর।

(খ) জ্যামিতিক পদ্ধতিতে  $C$  ও  $D$  এর দূরত্ব নির্ণয় কর।

(গ) RS রেখাটি  $x$ -অক্ষ  $y$ -অক্ষকে যথাক্রমে  $A$  ও  $B$  বিন্দুতে ছেদ করলে  $\Delta AOB$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $(3, 3x)$  এবং  $(4, x^2 + 1)$  বিন্দুগামী রেখার ঢাল  $= \frac{x^2+1-3x}{4-3} = x^2 - 3x + 1$

প্রশ্নমতে,  $x^2 - 3x + 1 = -1$

বা,  $x^2 - 3x + 1 + 1 = 0$

বা,  $x^2 - 3x + 2 = 0$

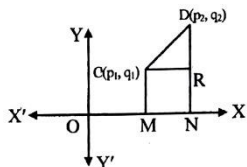
বা,  $x^2 - 2x - x + 2 = 0$

বা,  $x(x-2) - 1(x-2) = 0$

বা,  $(x-2)(x-1) = 0$

$\therefore x = 2, 1$  (Ans.)

(খ) মনে করি,  $C(p_1, q_1)$  এবং  $D(p_2, q_2)$  একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।  $C$  ও  $D$  বিন্দু থেকে  $x$  অক্ষের উপর লম্ব  $CM$  ও  $DN$  আঁকি। আবার  $C$  বিন্দু থেকে  $DN$  এর উপর লম্ব  $CR$  আঁকি।



এখন  $C$  বিন্দুর ভূজ  $= OM = p_1$  এবং  $C$  বিন্দুর কোটি  $= MC = q_1$

$D$  বিন্দুর ভূজ  $= ON = p_2$  ও কোটি  $ND = q_2$

চিত্র হতে আমরা পাই,

$CR = MN = ON - OM = p_2 - p_1$

$DR = ND - NR = ND - MC = q_2 - q_1$

অঙ্কন অনুসারে,  $CDR$  একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং  $CD$  ত্রিভুজের অতিভুজ।

তাই পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী

$CD^2 = CR^2 + DR^2$  বা,  $CD = \pm\sqrt{CR^2 + DR^2}$

বা,  $CD = \pm\sqrt{(p_2 - p_1)^2 + (q_2 - q_1)^2}$

$\therefore C$  বিন্দু হতে  $D$  বিন্দুর দূরত্ব,  $CD = \sqrt{(p_2 - p_1)^2 + (q_2 - q_1)^2}$  একক (Ans.)

[যেহেতু দূরত্ব সবসময় অঋণাত্মক হয় সেহেতু ঋণাত্মক মান পরিহার করা হয়েছে।]

(গ)  $R(-5, 15)$  এবং  $S(10, -5)$  বিন্দুগামী RS সরলরেখার

সমীকরণ,  $\frac{y-15}{15-(-5)} = \frac{x-(-5)}{-5-10}$

বা,  $\frac{y-15}{20} = \frac{x+5}{-15}$  বা,  $\frac{y-15}{4} = \frac{x+5}{-3}$

বা,  $4x + 20 = -3y + 45$

$\therefore 4x + 3y = 25$  ..... (i)

এখন, কোনো সরলরেখা  $x$ -অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুর কোটি অথবা  $y$ -স্থানাঙ্ক শূন্য হবে।

অর্থাৎ (i) নং এ  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$4x + 3.0 = 25$  বা,  $4x = 25 \therefore 4x = 25 \therefore x = \frac{25}{4}$

$\therefore$  (i) নং সরলরেখা  $x$ -অক্ষকে  $A(\frac{25}{4}, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে। আবার কোনো সরলরেখা  $y$ -অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুর ভূজ অথবা  $x$  স্থানাঙ্ক শূন্য হবে।

অর্থাৎ (i) নং এ  $x = 0$  বসিয়ে পাই,

$4.0 + 3y = 25$

বা,  $3y = 25$

$\therefore y = \frac{25}{3}$

$\therefore$  (i) নং সরলরেখা  $y$  অক্ষকে  $B(0, \frac{25}{3})$  বিন্দুতে ছেদ করে এবং মূলবিন্দু  $O(0, 0)$

$\therefore \Delta AOB$  এর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & \frac{25}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{25}{3} & 0 \end{vmatrix}$   
 $= \frac{1}{2} \times (0 + \frac{625}{12} + 0 - 0 - 0 - 0)$   
 $= \frac{625}{24}$  বর্গ একক (Ans.)

৪৯.  $A(-5, 5), B(-15, -5), C(5, -5)$  ও  $D(15, 5)$ .

[রাজশাহী বোর্ড-২০২১]

(ক)  $-2$  ঢালবিশিষ্ট  $A$  বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) ABCD চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

(গ) ABCD চতুর্ভুজের যে অংশ ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $-2$  ঢালবিশিষ্ট এবং  $A(-5, 5)$  বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ,

$y - 5 = -2(x + 5)$

বা,  $y - 5 = -2x - 10$  বা,  $2x + y - 5 + 10 = 0$

$\therefore 2x + y + 5 = 0$  (Ans.)

(খ) ABCD চতুর্ভুজের প্রকৃতি নির্ণয়ের জন্য বাহু এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

বাহু,  $AB = \sqrt{(-5+15)^2 + (5+5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$  একক

বাহু,  $BC = \sqrt{(-15+5)^2 + (-5+5)^2} = \sqrt{20^2 + 0^2} = 20$  একক

বাহু,  $CD = \sqrt{(5-15)^2 + (-5-5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$  একক

বাহু,  $DA = \sqrt{(15+5)^2 + (5-5)^2} = \sqrt{20^2 + 0^2} = 20$  একক

কর্ণ,  $DA = \sqrt{(-5-5)^2 + (5+5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$  একক

কর্ণ,  $BD = \sqrt{(-15-15)^2 + (-5-5)^2} = \sqrt{30^2 + 10^2} = 10\sqrt{10}$  একক

ABCD চতুর্ভুজের বাহু  $AB =$  বাহু  $CD$  এবং বাহু  $BD =$  বাহু  $DA$  এবং কর্ণ  $AC \neq$  কর্ণ  $BC$ .

$\therefore$  ABCD চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। (Ans.)

(গ)

ABCD চতুর্ভুজের  $T(15, 5)$  বিন্দুটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

এখন, C(5, -5) এবং D(15,5) বিন্দুগামী CD রেখার সমীকরণ:

$$\frac{y-5}{5-(-5)} = \frac{x-15}{15-5}$$

$$\text{বা, } \frac{y-5}{10} = \frac{x-15}{10}$$

$$\text{বা, } y-5 = x-15$$

$$\text{বা, } x-y-15+5 = 0$$

$$\therefore x-y-10 = 0 \dots \dots (i)$$

মনে করি, CD রেখাটি x অক্ষকে E বিন্দুতে ছেদ করে। E বিন্দুর কোটি

বা y স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। এখন, (i) নং সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$x-0-10 = 0$$

$$\therefore x = 10$$

$$\therefore E = (10,0)$$

আবার, A(-5,5) এবং D(15,5) বিন্দুগামী AD সরলরেখার সমীকরণ:

$$y = 5 \dots \dots (ii) \quad [\because \text{যেহেতু A ও B বিন্দুর y স্থানাঙ্ক একই}]$$

মনে করি, AD রেখাটি y অক্ষকে F বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) নং সরলরেখা y- অক্ষকে যে বিন্দুরত ছেদ করবে সেই বিন্দুতে x স্থানাঙ্ক শূন্য হবে।

$$F = (0,5)$$

$\therefore$  ABCD চতুর্ভুজের OEDF ক্ষেত্রটি ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$\therefore$  চতুর্ভুজ OEDF এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 10 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \{(50 + 75) - (0 + 0 + 0 + 0)\} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{125}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 62.5 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৫০. D(2, -1), E(-4,2) এবং F(2,5) একই সমতলে অবস্থিত তিনটি বিন্দু এবং EF রেখাটি y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২১]

(ক) 5 ঢালবিশিষ্ট এবং D বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) M(x,y) বিন্দু থেকে D এবং E বিন্দুদ্বয় সমদূরবর্তী হলে, প্রমাণ কর যে,  
 $4x - 2y + 5 = 0$

(গ) DQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) 5 ঢালবিশিষ্ট এবং D(2, -1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - (-1) = 5(x - 2)$$

$$\text{বা, } y + 1 = 5x - 10 \therefore 5x - y - 11 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ) M(x,y) বিন্দু হতে D(2, -1) বিন্দুর দূরত্ব  $= \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}$  একক  
M(x,y) বিন্দু হতে E(-4,2) বিন্দুর দূরত্ব  $= \sqrt{(x+4)^2 + (y-2)^2}$  একক  
প্রশ্নমতে,

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + (y-2)^2}$$

$$\text{বা, } (x-2)^2 + (y+1)^2 = (x+4)^2 + (y-2)^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 8x + 16 + y^2 - 4y + 4$$

$$\text{বা, } x^2 - x^2 - 4x - 8x + y^2 - y^2 + 2y + 4y + 5 - 20 = 0$$

$$\text{বা, } -12x + 6y - 15 = 0$$

$$\text{বা, } -3(4x - 2y + 5) = 0$$

$$\therefore 4x - 2y + 5 = 0 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) E(-4,2) এবং F(2,5) বিন্দুগামী EF সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{y-2}{2-5} = \frac{x-(-4)}{-4-2} \text{ বা, } \frac{y-2}{-3} = \frac{x+4}{-6}$$

$$\text{বা, } y-2 = \frac{1}{2}(x+4) \text{ বা, } 2y-4 = x+4$$

$$\text{বা, } x-2y+4+4 = 0 \therefore x-2y+8 = 0 \dots \dots (i)$$

(i) নং সরলরেখাটি y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে। Q বিন্দুর x-স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। (i) নং সমীকরণে  $x = 0$  বসিয়ে পাই,

$$0 - 2y + 8 = 0 \text{ বা, } 2y = 8 \therefore y = 4$$

$$\therefore Q \equiv (0,4)$$

$$\therefore DQ \text{ এর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-4)^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{2^2 + 5^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{4 + 25} \text{ একক} = \sqrt{29} \text{ একক (Ans.)}$$

৫১. কোনো চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে P(0,1), Q(8,3), R(6,7) এবং S(-2,3)

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২১]

(ক) দেখাও যে, PQ রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।

(খ) দেখাও যে, PQRS চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র।

(গ) চতুর্ভুজটির যে অংশ ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করে, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) P(0, -1) এবং Q(8,3) বিন্দুগামী PQ রেখার

$$\text{ঢাল, } m = \frac{3-(-1)}{8-0} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

ঢাল ধনাত্মক হলে রেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore$  PQ রেখা x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।

(দেখানো হলো)

(খ) দেওয়া আছে,

PQRS চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ যথাক্রমে P(0, -1), Q(8,3), R(6,7) এবং S(-2,3)

$$PQ \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(0+2)^2 + (-1-3)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$QR \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(8-6)^2 + (3-7)^2} = 2\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$RS \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6+2)^2 + (7-3)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \text{ একক}$$

$$SP \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2}$$

$$= 2\sqrt{5} \text{ একক}$$

এখন, PQ = RS এবং QR = PS বলে চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো সমান। তাই চতুর্ভুজটির আয়ত কিংবা সামান্তরিক হবে।

আবার,

$$PR \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(0-6)^2 + (-1-7)^2}$$

$$= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ একক}$$

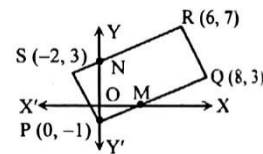
$$QS \text{ কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(8+2)^2 + (3-3)^2} = 10 \text{ একক}$$

অর্থাৎ, PR কর্ণ = QS কর্ণ

$\therefore$  চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় ও পরস্পর সমান।

তাই, চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র। (Ans.)

(গ) PQRS চতুর্ভুজটির Q(8,3) এবং R(6,7) বিন্দু দুটি প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থিত।



এখন, P(0, -1) ও Q(8,3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:

$$\frac{y+1}{-1-3} = \frac{x-0}{0-8}$$

$$\text{বা, } \frac{y+1}{-4} = \frac{x}{-8}$$

$$\text{বা, } 2y + 2 = x$$

$$\therefore x - 2y - 2 = 0 \dots \dots (i)$$

মনে করি, (i) নং সরলরেখা x-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব, M বিন্দুর কোটি অর্থাৎ y-স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। (i) নং সমীকরণে  $y = 0$  বসিয়ে পাই,  $x - 0 - 2 = 0 \therefore x = 2$

$$\therefore M \equiv (2,0)$$

আবার, R(6,7) ও S(-2,3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\frac{y-7}{7-3} = \frac{x-6}{6+2} \text{ বা, } \frac{y-7}{4} = \frac{x-6}{8}$$

$$\text{বা, } 2y - 14 = x - 6 \therefore x - 2y + 8 = 0 \dots \dots (ii)$$

মনে করি, (ii) নং সরলরেখা y-অক্ষকে N বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব, N বিন্দুর ভুজ অর্থাৎ x স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। (ii) নং সমীকরণে  $x = 0$  বসিয়ে পাই,  $0 - 2y + 8 = 0 \text{ বা, } 2y = 8 \therefore y = 4$

$$\therefore N \equiv (0,4)$$

∴ PQRS চতুর্ভুজটি ১ম চতুর্ভাগে OMQRN পঞ্চভুজ গঠন করে।

∴ OMQRN পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 8 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 7 & 4 & 0 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (6 + 56 + 24 - 18) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (86 - 18) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 68 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 34 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৫২. (i) P(m<sup>2</sup> + 2, 3m), Q(4, 8), R(7, 5) তিনটি ভিন্ন বিন্দু।

(ii) A(5, 10), B(3, -4), C(7, -4) এবং D(11, 12) একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২১]

(ক) (ii) নং হতে AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) (i) নং হতে P, Q এবং R বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে m এর মান নির্ণয় কর।

(গ) (ii) নং হতে ABCD চতুর্ভুজটির যে অংশ ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) A(5, 10) বিন্দু হতে B(3, -4) বিন্দুর দূরত্ব,

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(5-3)^2 + (10+4)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 14^2} = \sqrt{4 + 196} \\ &= \sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} \\ &= 10\sqrt{2} \text{ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

(খ) P(m<sup>2</sup> + 2, 3m) এবং Q(4, 8) বিন্দুগামী রেখার ঢাল,

$$m_1 = \frac{3m-8}{m^2+2-4} = \frac{3m-8}{m^2-2}$$

আবার, Q(4, 8) এবং R(7, 5) বিন্দুগামী রেখার ঢাল,

$$m_2 = \frac{8-5}{4-7} = \frac{3}{-3} = -1$$

P, Q এবং R বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে m<sub>1</sub> ও m<sub>2</sub> পরস্পর সমান হবে।

সুতরাং, m<sub>1</sub> = m<sub>2</sub>

$$\text{বা, } \frac{3m-8}{m^2-2} = -1$$

$$\text{বা, } 3m - 8 = -m^2 + 2$$

$$\text{বা, } m^2 + 3m - 10 = 0$$

$$\text{বা, } m^2 + 5m - 2m - 10 = 0$$

$$\text{বা, } m(m+5) - 2(m+5) = 0$$

$$\text{বা, } (m+5)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -5, 2 \text{ (Ans.)}$$

(গ) ABCD চতুর্ভুজের A(5, 10) এবং D(11, 12) বিন্দুটি ১ম চতুর্ভাগে অবস্থিত।

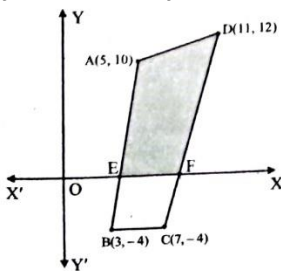
এখন, AB বাহু ও CD বাহু x-অক্ষকে ছেদ করে।

মনে করি, ছেদবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে E এবং F. অর্থাৎ, ABCD চতুর্ভুজটি প্রথম চতুর্ভাগে AEFD ক্ষেত্র উৎপন্ন করে।

AB বাহুর সমীকরণ:

$$\frac{y-10}{10-(-4)} = \frac{x-5}{5-3} \text{ বা, } \frac{y-10}{14} = \frac{x-5}{2}$$

$$\text{বা, } 7x - 35 = y - 10 \therefore 7x - y - 25 = 0 \dots\dots\dots (i)$$



এখানে, E বিন্দুর y স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। (i) নং সমীকরণে y = 0 বসিয়ে পাই,

$$7x - 25 = 0$$

$$\therefore x = \frac{25}{7} \therefore E \equiv \left(\frac{25}{7}, 0\right)$$

আবার, CD বাহুর সমীকরণ:

$$\frac{y-(-4)}{-4-12} = \frac{x-7}{7-11}$$

$$\text{বা, } \frac{y+4}{-16} = \frac{x-7}{-4} \text{ বা, } y + 4 = 4x - 25$$

$$\therefore 4x - y - 32 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

এখানে, F বিন্দুর y স্থানাঙ্ক শূন্য হবে। (ii) নং সমীকরণে y = 0 বসিয়ে পাই,

$$4x - 0 - 32 = 0 \text{ বা, } 4x = 32 \therefore x = 8$$

$$\therefore F \equiv (8, 0)$$

∴ AEFD চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & \frac{25}{7} & 8 & 11 & 5 \\ 10 & 0 & 0 & 12 & 10 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 96 + 110 - \frac{250}{7} - 60 \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left( 206 - \frac{670}{7} \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{772}{7} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{386}{7} \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৫৩. (i) 3x + qy + 1 = 0 এবং px + 6y + 2 = 0 সরলরেখাদ্বয় (2, 1) বিন্দুগামী।

(ii) y = x + 7, t = -x + 7 এবং y = 4 সমীকরণ তিনটি একটি ত্রিভুজের বাহু নির্দেশ করে।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২১]

(ক) M(-5, 6) এবং N(-6, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) (i) নং হতে p, q এর মান নির্ণয় কর এবং প্রদত্ত রেখাদ্বয়ের ঢালের গুণফল নির্ণয় কর।

(গ) উদ্দীপক (ii) নং হতে ত্রিভুজটির চিত্র আঁক এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) M(-5, 6) এবং N(-6, 4) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:

$$\frac{y-6}{6-4} = \frac{x-(-5)}{-5-(-6)}$$

$$\text{বা, } \frac{y-6}{2} = \frac{x+5}{1}$$

$$\text{বা, } 2x + 10 = y - 6$$

$$\therefore 2x - y + 16 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ) দেওয়া আছে,

$$3x + qy + 1 = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } px + 6y + 2 = 0 \dots\dots\dots (ii)$$

সরলরেখাদ্বয় (2, 1) বিন্দুগামী।

এখন, (i) নং সরলরেখা (2, 1) বিন্দুগামী হওয়ায় (i) নং হতে পাই,

$$3.2 + q.1 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 6 + q + 1 = 0$$

$$\therefore q = -7 \text{ (Ans.)}$$

আবার, q এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3x - 7y + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 7y = 3x + 1 \text{ বা, } y = \frac{3}{7}x + \frac{1}{7} \therefore \text{ রেখাটির ঢাল, } m_1 = \frac{3}{7}$$

আবার, (ii) নং সরলরেখা (2, 1) বিন্দুগামী হওয়ায় (ii) নং হতে পাই,

$$p.2 + 6 + 2 = 0 \text{ বা, } 2p = -8 \therefore p = -4 \text{ (Ans.)}$$

এখন, p এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$-4x + 6y + 2 = 0$$

$$\text{বা, } 6y = 4x - 2 \text{ বা, } y = \frac{4}{6}x - \frac{2}{6} \therefore y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ রেখাটির ঢাল, } m_2 = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{ প্রদত্ত রেখাদ্বয় ঢালের গুণফল } = m_1 \times m_2 = \frac{3}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{7} \text{ (Ans.)}$$

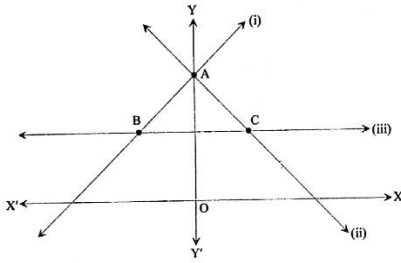
(গ) দেওয়া আছে,

ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমীকরণ,

$$y = x + 7 \dots\dots\dots (i)$$

$$y = -x + 7 \dots\dots\dots (ii)$$

$$y = 4 \dots\dots\dots (iii)$$



মনে করি, (i) ও (ii) নং রেখার ছেদবিন্দু A, (ii) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু C এবং (i) ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু B. (i) নং ও (ii) নং রেখার ছেদবিন্দু নির্ণয়:

$$x + y = -x + 7$$

$$\text{বা, } 2x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

$$\text{এবং } y = 0 + 7 = 7$$

$$\therefore A \equiv (0, 7)$$

(i) নং ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু নির্ণয়:

$$y = 4$$

$$\text{এবং } 4 = x + 7$$

$$\therefore x = -3$$

$$\therefore B \equiv (-3, 4)$$

(ii) নং ও (iii) নং রেখার ছেদবিন্দু নির্ণয়:  $y = 4$

$$\text{এবং } 4 = -x + 7 \text{ বা, } x = 7 - 4 \therefore x = 3$$

$$\therefore C \equiv (3, 4)$$

$$\therefore \Delta ABC\text{-এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ 7 & 4 & 4 & 7 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (-12 + 21 + 21 - 12 - 0) \text{ বর্গ}$$

একক

$$= \frac{1}{2} (42 - 24) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 18 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 9 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৫৪.  $A(-1, 1)$ ,  $B(10, 0)$ ,  $C(8, 4)$  এবং  $D(-3, 3)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু। AD সরলরেখা x অক্ষকে P বিন্দুতে এবং DC সরলরেখা y অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২১]

(ক) AD এর মধ্যবিন্দু M হলে, CM এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

(গ) PQ সরলরেখা x অক্ষকে ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $A(-1, -1)$  ও  $D(-3, 3)$  এর মধ্যবিন্দু M হলে,

$$M \text{ এর স্থানাঙ্ক} \equiv \left( \frac{-1-3}{2}, \frac{-1+3}{2} \right)$$

$$\equiv \left( \frac{-4}{2}, \frac{2}{2} \right)$$

$$\equiv (-2, 1)$$

$\therefore C(8, 4)$  ও  $M(-2, 1)$  বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

$$CM = \sqrt{(8+2)^2 + (4-1)^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{10^2 + 3^2} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{109} \text{ একক (Ans.)}$$

(খ)  $A(-1, -1)$ ,  $B(10, 0)$ ,  $C(8, 4)$  বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত ত্রিভুজক্ষেত্র

$$ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 10 & 8 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (0 + 40 - 8 + 10 - 0 + 4) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 46 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 23 \text{ বর্গ একক}$$

আবার,  $A(-1, -1)$ ,  $B(10, 0)$ ,  $C(8, 4)$ ,  $D(-3, 3)$  বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 10 & 8 & -3 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (0 + 40 + 24 + 3 + 10 - 0 + 12 + 3) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 92 \text{ বর্গ একক} = 46 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 2 \times 23 \text{ বর্গ একক} = 2 \times \Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$\therefore ABCD$  চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল  $ABC$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

(দেখানো হলো)

(গ)  $A(-1, -1)$  ও  $D(-3, 3)$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-(-1)}{-1-(-3)} = \frac{y-(-1)}{-1-3}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1}{-1+3} = \frac{y+1}{-4} \text{ বা, } \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-4}$$

$$\text{বা, } x+1 = \frac{y+1}{-2} \text{ বা, } y+1 = -2x-2$$

$$\therefore 2x + y + 3 = 0 \dots (i)$$

(i) নং সরলরেখাটি x অক্ষকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

অর্থাৎ, P বিন্দুর কোটি বা y-স্থানাঙ্ক শূন্য।

(i) নং এ  $y = 0$  বসিয়ে পাই,

$$2x + 0 + 3 = 0 \text{ বা, } 2x = -3 \therefore x = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} \left( -\frac{3}{2}, 0 \right)$$

আবার,  $C(8, 4)$  ও  $D(-3, 3)$  বিন্দুদ্বয়গামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-8}{8-(-3)} = \frac{y-4}{4-3} \text{ বা, } \frac{x-8}{11} = \frac{y-4}{1} \text{ বা, } x-8 = 11y-44$$

$$\therefore x - 11y + 36 = 0 \dots (ii)$$

এখন, (ii) নং সরলরেখাটি y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

অর্থাৎ, Q বিন্দুর x-স্থানাঙ্ক বা ভূজ শূন্য হবে। (ii) নং এ  $x = 0$  বসিয়ে পাই,

$$0 - 11y + 36 = 0 \text{ বা, } -11y = -36 \therefore y = \frac{36}{11}$$

$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক} \left( 0, \frac{36}{11} \right)$$

$\therefore P \left( -\frac{3}{2}, 0 \right)$  ও  $Q \left( 0, \frac{36}{11} \right)$  বিন্দু দুইটি দ্বারা গঠিত সরলরেখার ঢাল,

$$M = \frac{\frac{36}{11} - 0}{0 - (-\frac{3}{2})} = \frac{\frac{36}{11}}{\frac{3}{2}} = \frac{36}{11} \times \frac{2}{3} = \frac{24}{11}$$

PQ সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $\theta$  কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\tan \theta = \frac{24}{11}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \left( \frac{24}{11} \right)$$

$$= 65.376^\circ \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

৫৫.  $P(-3, -2)$ ,  $Q(6, -2)$ ,  $R(10, 3)$ , এবং  $S(1, 3)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২১]

(ক) P ও  $-\frac{1}{3}$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) PQRS চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তক্ষেত্র তা নির্ণয় কর।

(গ) QS সরলরেখা x অক্ষের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $P(-3, -2)$  বিন্দুগামী ও  $-\frac{1}{3}$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - (-2) = -\frac{1}{3} \{x - (-3)\}$$

$$\text{বা, } y + 2 = -\frac{1}{3} (x + 3)$$

$$\text{বা, } 3y + 6 = -x - 3$$

$$\therefore x + 3y + 9 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $P(-3, -2)$ ,  $Q(6, -2)$ ,  $R(10, 3)$  এবং  $S(1, 3)$  বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের বাহু ও কর্ণ নির্ণয় কর।

$$\text{বাহু, } PQ = \sqrt{(6+2)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{9^2 + 0^2} = 9 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } QR = \sqrt{(10-6)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } RS = \sqrt{(1-10)^2 + (3-3)^2} = \sqrt{(-9)^2 + 0^2} = 9 \text{ একক}$$

$$\text{বাহু, } SP = \sqrt{(1+3)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \text{ একক}$$

$$\text{কর্ণ, } PR = \sqrt{(10+3)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{13^2 + 5^2} = \sqrt{194} \text{ একক}$$

$$\text{কর্ণ, } QS = \sqrt{(1-6)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{(-5)^2 - 5^2} = \sqrt{50} \text{ একক}$$



এখানে, বাহু PQ = RS; বাহু QR = SP এবং কর্ণ PR ≠ কর্ণ QS.

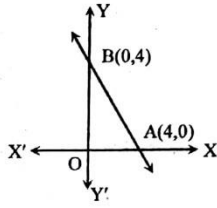
∴ PQRS চতুর্ভুজটি সামান্তরিক। (Ans.)

(গ) Q(6, -2) এবং S(1, 3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-6}{6-1} = \frac{y-(-2)}{-2-3} \text{ বা, } \frac{x-6}{5} = \frac{y+2}{-5}$$

$$\text{বা, } \frac{x-6}{1} = \frac{y+2}{-1} \text{ বা, } x-6 = -y-2$$

$$\therefore x + y - 4 = 0 \dots \dots (i)$$



মনে করি, QS সরলরেখা x অক্ষকে A(h, 0) এবং y অক্ষকে B(0, k) বিন্দুতে ছেদ করে।

সুতরাং (i) নং A(h, 0) বিন্দুগামী।

$$h + 0 - 4 = 0$$

$$\therefore h = 4$$

∴ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 0)

আবার, (i) নং B(0, k) বিন্দুগামী।

$$0 + k - 4 = 0 \therefore k = 4$$

∴ B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 4)

QS রেখা অক্ষদ্বয়ের সাথে OAB ত্রিভুজ গঠন করে যেখানে O মূলবিন্দু।

$$\begin{aligned} \therefore OAB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times OA \times OB \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \text{ বর্গ একক} \\ &= 8 \text{ বর্গ একক (Ans.)} \end{aligned}$$

৫৬. একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু P(2, -4), Q(3, 3), R(-4, 4), এবং T(-6, v) এবং শীর্ষসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

[সিলেট বোর্ড-২০২১]

(ক) x + y = 0 সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকে সাথে কত ডিগ্রি কোণ উৎপন্ন করে তা নির্ণয় কর।

(খ) S(x, y) বিন্দু থেকে Y অক্ষের দূরত্ব এবং P বিন্দুর দূরত্ব সমান হলে দেখাও যে,  $y^2 + 8y - 4x + 20 = 0$ .

(গ) PQRS চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ΔPRT এর ক্ষেত্রফলের ছয়গুণ হলে, v এর মান নির্ণয় কর।

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, x + y = 0

$$\therefore y = -1 \cdot x + 0 \dots \dots (i)$$

(i) নং সমীকরণকে y = mx + c এর সাথে তুলনা করে পাই, ঢাল, m = -1

মনে করি, (i) নং সরলরেখাটি x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$$\text{অতএব, } m = -1 = \tan \theta$$

$$\text{বা, } \tan \theta = -\tan 45^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ)$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \tan 135^\circ \therefore \theta = 135^\circ \text{ (Ans.)}$$

(খ) S(x, y) বিন্দু হতে y-অক্ষের দূরত্ব = |x| একক

$$S(x, y) \text{ বিন্দু হতে } P(2, -4) \text{ বিন্দুর দূরত্ব} = \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} \text{ একক}$$

প্রশ্নমতে,

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = |x|$$

$$\text{বা, } (x-2)^2 + (y+4)^2 = x^2$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = x^2$$

$$\text{বা, } y^2 + x^2 - x^2 + 8y - 4x + 20 = 0$$

$$\therefore y^2 + 8y - 4x + 20 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\begin{aligned} \text{(গ) PQRT চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & 2 \\ -4 & 3 & 4 & v \\ 2 & 3 & -4 & 2 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক} \\ &= \frac{1}{2} (6 + 12 - 4v + 24 + 12 + 12 + 24 - 2v) \text{ বর্গ একক} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} (90 - 6v) \text{ বর্গ একক} = 45 - 3v \text{ বর্গ একক}$$

$$\Delta PRT \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & -4 & -6 & 2 \\ -4 & 4 & v & -4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (8 - 4v + 24 - 16 + 24 - 2v) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (40 - 6v) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 20 - 3v \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 45 - 3v = 6(20 - 3v)$$

$$\text{বা, } 45 - 3v = 120 - 18v$$

$$\text{বা, } 18v - 3v = 120 - 45$$

$$\text{বা, } 15v = 75 \therefore v = 5 \text{ (Ans.)}$$

৫৭. (i) x + y = 6 এবং x - y = 0 সরলরেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) A(2t, 2), Q(4, 8) এবং R(2, 2t) একটি সরলরেখা উপরস্থ তিনটি বিন্দু।

[সিলেট বোর্ড-২০২১]

(ক) 8x - 3y - 6 = 0 সরলরেখাটির y অক্ষের ছেদক নির্ণয় কর।

(খ) (ii) নং এর সাহায্যে t এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় কর।

(গ) P বিন্দু দিয়ে যায় এবং 2x - y = 4 সরলরেখা সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) একটি সরলরেখার ঢাল m এবং y অক্ষের ছেদক c হলে সরলরেখার সমীকরণ, y = mx + c ... (i)

দেওয়া আছে, 8x - 3y - 6 = 0

$$\text{বা, } 3y = 8x - 6$$

$$\text{বা, } y = \frac{8}{3}x - \frac{6}{3}$$

$$\therefore y = \frac{8}{3}x - 2$$

সরলরেখাটির সমীকরণকে (i) নং এর সাথে তুলনা করে পাই, y-অক্ষের ছেদক, c = -2 (Ans.)

$$\begin{aligned} \text{(খ) } A(2t, 2) \text{ এবং } Q(4, 8) \text{ বিন্দুগামী রেখার ঢাল, } m_1 &= \frac{8-2}{4-2t} \\ &= \frac{6}{2(2-t)} = \frac{3}{2-t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(4, 8) \text{ এবং } R(2, 2t) \text{ বিন্দুগামী রেখার ঢাল, } m_2 &= \frac{8-2t}{4-2} \\ &= \frac{8-2t}{2} = 4 - t \end{aligned}$$

A, Q এবং R বিন্দু তিনটি একই সরলরেখার উপর অবস্থিত হওয়ায়  $m_1 = m_2$  হবে।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{3}{2-t} = 4 - t \text{ বা, } 3 = (2-t)(4-t)$$

$$\text{বা, } 3 = 8 - 2t - 4t + t^2 \text{ বা, } t^2 - 6t + 8 - 3 = 0$$

$$\text{বা, } t^2 - 6t + 5 = 0 \text{ বা, } t^2 - 5t - t + 5 = 0$$

$$\text{বা, } t(t-5) - 1(t-5) = 0 \text{ বা, } (t-5)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = 5, 1 \text{ (Ans.)}$$

(গ) দেওয়া আছে, x + y = 6 ... (i)

$$x - y = 0 \dots \dots (ii)$$

সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু P

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 6 + 0 \text{ বা, } 2x = 6 \therefore x = 3$$

$$(ii) \text{ নং হতে পাই, } y = x = 3 \therefore P \equiv (3, 3)$$

$$\text{আবার, } 2x - y = 4 \text{ বা, } y = 2x - 4$$

সরলরেখাটির ঢাল = 2. এখন, সরলরেখাটির সমান্তরাল রেখার ঢাল ও একই হবে অর্থাৎ সমান্তরাল রেখার ঢাল = 2 হবে।

এখন, P(3, 3) বিন্দুগামী এবং 2 ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$$y - 3 = 2(x - 3)$$

$$\text{বা, } y - 3 = 2x - 6 \text{ বা, } 2x - y + 3 - 6 = 0$$

$$\therefore 2x - y - 3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

৫৮. চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক A(7, 2), B(-4, 3), C(-5, -8) এবং D(10, -5)

[যশোর বোর্ড-২০২১]

(ক) AC সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(খ) বাহুর দৈর্ঘ্য ও পরিসীমার সাহায্যে ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

- (গ) x-অক্ষের উপর অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে B ও D বিন্দু সমদূরবর্তী হলে, বিন্দুটির স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

## ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) A(7,2) ও C(-5,-8) বিন্দুগামী AC রেখার ঢাল =  $\frac{2-(-8)}{7-(-5)}$   
 $= \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$  (Ans.)

(খ)  $\Delta ABC$ -এর

বাহু, AB =  $\sqrt{(7+4)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{11^2 + 1^2} = \sqrt{122}$  একক  
 বাহু, BC =  $\sqrt{(-4+5)^2 + (3+8)^2} = \sqrt{1^2 + 11^2} = \sqrt{122}$  একক  
 বাহু, CA =  $\sqrt{(-5-7)^2 + (-8-2)^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = 2\sqrt{61}$  একক  
 $\Delta ABC$ -এর অর্ধপরিসীমা, s =  $\frac{\sqrt{122} + \sqrt{122} + 2\sqrt{61}}{2}$   
 $= \sqrt{122} + \sqrt{61}$  একক  
 ধরি, AB = c, BC = a এবং CA = b

এখন,  $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল =  $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$   
 $= \sqrt{(\sqrt{122} + \sqrt{61})(\sqrt{122} + \sqrt{61} - \sqrt{122})(\sqrt{122} + \sqrt{61} - 2\sqrt{61})(\sqrt{122} + \sqrt{61} - \sqrt{122})}$   
 $= \sqrt{(\sqrt{122} + \sqrt{61})(\sqrt{122} - \sqrt{61})(\sqrt{61})^2}$   
 $= \sqrt{(122 - 61)(61)}$   
 $= \sqrt{61 \times 61} = 61$  বর্গ একক (Ans.)

- (গ) মনে করি, x-অক্ষের উপর নির্ণেয় বিন্দুর স্থানাঙ্ক P(a,0), P(a,0) হতে B(-4,3) বিন্দুর দূরত্ব, PB =  $\sqrt{(a+4)^2 + 3^2}$  একক P(a,0) হতে D(10,-5) বিন্দুর দূরত্ব, PD =  $\sqrt{(a-10)^2 + (0+5)^2}$  একক =  $\sqrt{(a-10)^2 + 5^2}$  একক  
 প্রশ্নমতে, PB = PD

বা,  $\sqrt{(a+4)^2 + 3^2} = \sqrt{(a-10)^2 + 5^2}$   
 বা,  $(a+4)^2 + 9 = (a-10)^2 + 25$   
 বা,  $a^2 + 8a + 16 + 9 = a^2 - 20a + 100 + 25$   
 বা,  $20a + 8a = 100 + 25 - 25$   
 বা,  $28a = 100 \therefore a = \frac{25}{7}$   
 $\therefore P \equiv \left(\frac{25}{7}, 0\right)$  (Ans.)

৫৯. A(a,-b), B(-b,a), C $\left(\frac{1}{a}, -\frac{1}{b}\right)$  এবং D(k<sup>2</sup>, 2k) চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক।

[যশোর বোর্ড-২০২১]

- (ক) P(3,2) এবং Q(2,3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।  
 (খ) A, B, C বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে, দেখাও যে, a = b.  
 (গ) D বিন্দুগামী এবং  $\frac{1}{k}$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখাটি (5,6) বিন্দুগামী হলে k এর মান নির্ণয় কর।

## ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) P(3,2) এবং Q(2,3) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ:

$\frac{y-2}{2-3} = \frac{x-3}{3-2}$   
 বা,  $\frac{y-2}{-1} = \frac{x-3}{1}$   
 বা, x - 3 = -y + 2  
 বা, x + y - 5 = 0  
 $\therefore x + y = 5$  (Ans.)

- (খ) A(a,-b) এবং B(-b,a) বিন্দুগামী রেখার ঢাল,

$m_1 = \frac{a-(-b)}{-b-a} = \frac{a+b}{-(a+b)} = -1$   
 B(-b,a) এবং C $\left(\frac{1}{a}, -\frac{1}{b}\right)$  বিন্দুগামী রেখার ঢাল,  
 $m_2 = \frac{a-(-\frac{1}{b})}{-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}} = \frac{a+\frac{1}{b}}{\frac{-a-b}{ab}} = \frac{a(ab+1)}{-b(ab+1)} = -\frac{a}{b}$

যেহেতু, A, B এবং C বিন্দু তিনটি সমরেখ সেহেতু

$m_1 = m_2$   
 বা,  $-1 = -\frac{a}{b}$  বা,  $1 = \frac{a}{b} \therefore a = b$  (দেখানো হলো)

- (গ) D(k<sup>2</sup>, 2k) এবং  $\frac{1}{k}$  ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ:

$y - 2k = \frac{1}{k}(x - k^2)$   
 বা,  $ky - 2k^2 = x - k^2$   
 বা,  $x - ky = k^2 - 2k^2$   
 $\therefore x - ky + k^2 = 0$

যেহেতু রেখাটি (5,6) বিন্দুগামী সেহেতু,

$5 - k \cdot 6 + k^2 = 0$  বা,  $k^2 - 6k + 5 = 0$

বা,  $k^2 - 5k - k + 5 = 0$  বা,  $k(k-5) - 1(k-5) = 0$

বা,  $(k-5)(k-1) = 0 \therefore k = 5, 1$  (Ans.)

৬০. P(11,5), Q(-2,5), R(-5,-4) এবং S(x,y) চারটি বিন্দু।

[বরিশাল বোর্ড-২০২১]

- (ক) PR রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

- (খ) বাহুর দৈর্ঘ্যের সাহায্যে  $\Delta PQR$  এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

- (গ) PQRS একটি সামান্তরিক হলে S এর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

## ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) P(11,5) ও R(-5,-4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখা অর্থাৎ PR রেখার ঢাল  
 $= \frac{5-(-4)}{11-(-5)} = \frac{9}{16}$  (Ans.)

- (খ) P(11,5), Q(-2,5), R(-5,-4) বিন্দু তিনটি দ্বারা গঠিত  $\Delta PQR$ .

বাহু, PQ =  $\sqrt{\{11 - (-2)\}^2 + (5-5)^2} = \sqrt{(11+2)^2 + 0^2}$   
 $= \sqrt{13^2} = 13$

বাহু, QR =  $\sqrt{(-2+5)^2 + (5+4)^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} = 9.49$  (প্রায়)

বাহু, PR =  $\sqrt{(11+5)^2 + (5+4)^2} = \sqrt{16^2 + 9^2} = \sqrt{337}$   
 $= 18.36$  (প্রায়)

ত্রিভুজটির অর্ধপরিসীমা,

$\therefore S = \frac{PQ+QR+PR}{2} = \frac{13+9.49+18.36}{2} = \frac{40.85}{2}$   
 $= 20.425$  একক

$\therefore \Delta PQR$  এর ক্ষেত্রফল =  $\sqrt{S(S-PQ)(S-PR)(S-QR)}$   
 $= \sqrt{20.425 \times (20.425 - 13) \times (20.425 - 18.36) \times (20.425 - 9.49)}$   
 $= \sqrt{20.425 \times 7.425 \times 2.065 \times 10.935} = \sqrt{3424.501546}$   
 $= 58.52$  বর্গ একক (প্রায়) (Ans.)

- (গ) PR কর্ণের মধ্যবিন্দু =  $\left(\frac{11-5}{2}, \frac{5-4}{2}\right) \equiv \left(3, \frac{1}{2}\right)$

QS কর্ণের মধ্যবিন্দু =  $\left(\frac{-2+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$

যেহেতু সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে সেহেতু PR ও QS কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু একই।

সুতরাং,  $\frac{-2+x}{2} = 3$  এবং  $\frac{5+y}{2} = \frac{1}{2}$

বা,  $-2 + x = 6$  বা,  $5 + y = 1$

$\therefore x = 6 + 2 = 8$   $\therefore y = 1 - 5 = -4$

$\therefore S$  বিন্দুর স্থানাঙ্ক (8, -4) (Ans.)

৬১. A(12,4), B(7,13), C(-3,9), D(-12,-3), E(3,-11)

বিন্দুগুলো একই সমতলে অবস্থিত।

[বরিশাল বোর্ড-২০২১]

- (ক) AB সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

- (খ) বহুভুজ ক্ষেত্র ABCDE এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

- (গ) অক্ষদ্বয় দ্বারা CD সরলরেখার খন্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

## ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

- (ক) A(12,4) ও B(7,13) বিন্দুর সংযোগ সরলরেখার সমীকরণ,

$\frac{x-12}{12-7} = \frac{y-4}{4-13}$  বা,  $\frac{x-12}{5} = \frac{y-4}{-9}$

বা,  $-9x + 108 = 5y - 20$

বা,  $108 + 20 = 5y + 9x$

$\therefore 9x + 5y = 128$  (Ans.)

- (খ) A(12,4), B(7,13), C(-3,9), D(-12,-3), E(3,-11)

বিন্দুগুলো দ্বারা গঠিত বহুভুজক্ষেত্র

ABCDE এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 12 & 7 & -3 & -12 & 3 \\ 4 & 13 & 9 & -3 & -11 \end{vmatrix}$  বর্গ একক

$$= \frac{1}{2}(156 + 63 + 9 + 132 + 12 - 28 + 39 + 108 + 9 + 132) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 632 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 316 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

(গ)  $C(-3,9)$ ,  $D(-12,-3)$  বিন্দু দুইটি দ্বারা গঠিত সরলরেখার

$$\text{সমীকরণ, } \frac{x-(-3)}{-3-(-12)} = \frac{y-9}{9-(-3)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3}{9} = \frac{y-9}{12} \text{ বা, } \frac{x+3}{3} = \frac{y-9}{4}$$

$$\text{বা, } 4x + 12 = 3y - 27 \therefore 4x - 3y + 39 = 0 \dots (i)$$

মনে করি, (i) নং সরলরেখাটি x অক্ষকে  $P(h, 0)$  এবং y-অক্ষকে  $Q(0, k)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

(i) নং সরলরেখা  $P(h, 0)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore 4 \cdot h - 3 \cdot 0 + 39 = 0 \text{ বা, } 4h = -39 \therefore h = \frac{-39}{4}$$

$$\therefore P \text{ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{39}{4}, 0\right)$$

আবার,  $Q(0, k)$  বিন্দুটি (i) নং সরলরেখার উপর অবস্থিত।

$$\therefore 4 \cdot 0 - 3 \cdot k + 39 = 0 \text{ বা, } -3k = -39 \therefore k = 13$$

$$\therefore Q \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } (0, 13)$$

$$\therefore PQ \text{ অংশের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{\left(0 + \frac{39}{4}\right)^2 + (13 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{39}{4}\right)^2 + 13^2} = \sqrt{\frac{1521}{16} + 169} = \sqrt{\frac{1521 + 2704}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{4225}{16}} = \sqrt{\left(\frac{65}{4}\right)^2} = \frac{65}{4} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{অক্ষদ্বয় দ্বারা CD রেখার খন্ডিতাংশের দৈর্ঘ্য} = \frac{65}{4} \text{ একক। (Ans.)}$$

৬২.  $P(1,5)$ ,  $Q(4,5)$ ,  $R(1,-2)$  এবং  $S(-2,-2)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০২০]

(ক) PQ রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

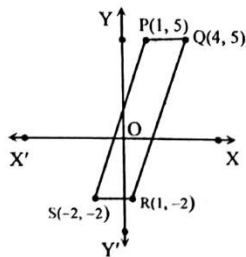
(খ) PQRS চতুর্ভুজটি সামান্তরিক না আয়তক্ষেত্র নির্ণয় কর।

(গ) PQRS চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $P(1,5)$  ও  $Q(4,5)$  বিন্দুদ্বয়গামী PQ রেখার ঢাল  $= \frac{5-5}{4-1} = \frac{0}{3} = 0 \text{ (Ans.)}$

(খ)



PQRS চতুর্ভুজটি বিন্দু পাতনের মাধ্যমে দেখানো হলো।

$$\text{বাহু, } PQ = \sqrt{(4-1)^2 + (5-5)^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$$

$$\text{বাহু, } QR = \sqrt{(4-1)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58}$$

$$\text{বাহু, } RS = \sqrt{(1+2)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$$

$$\text{বাহু, } PS = \sqrt{(1+2)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58}$$

$$\text{কর্ণ, } PR = \sqrt{(1-1)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{0^2 + 7^2} = 7$$

$$\text{কর্ণ, } QS = \sqrt{(4+2)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85}$$

দেখা যাচ্ছে যে, চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান কিন্তু কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান নয়।

$\therefore$  PQRS চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। (Ans.)

(গ) PQRS চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুসমূহ ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & -2 & 5 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} |-2 + 4 + 5 + 20 + 10 + 2 + 8 - 5| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (42) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 21 \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = 21 \text{ বর্গ একক}$$

বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে ক্ষেত্রফল  $a^2$  বর্গ একক এবং কর্ণ  $\sqrt{2}a$  একক।

$$\text{শর্তমতে, } a^2 = 21$$

$$\therefore a = \sqrt{21} \text{ একক}$$

$$\therefore \text{কর্ণ} = \sqrt{2}a = \sqrt{2} \cdot \sqrt{21} \text{ একক}$$

$$= \sqrt{42} \text{ একক (Ans.)}$$

৬৩.  $P(-10,6)$ ,  $Q(-12,-4)$ ,  $R(-3,-4)$  ও  $S(-1,6)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[বরিশাল বোর্ড-২০২০]

(ক) -2 ঢাল ও  $(-3,6)$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

(খ) দেখাও যে, PQRS একটি সামান্তরিক।

(গ) উক্ত চতুর্ভুজের যে অংশ ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

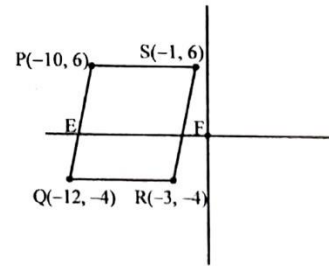
(ক) -2 ঢাল ও  $(-3,6)$  বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$y - 6 = -2(x + 3)$$

$$\text{বা, } y - 6 = -2x - 6$$

$$\therefore y + 2x = 0 \text{ (Ans.)}$$

(খ)



PQRS চতুর্ভুজটি বিন্দু পাতনের মাধ্যমে দেখানো হলো।

$$\text{বাহু, } PQ = \sqrt{(-10+12)^2 + (6+4)^2} = \sqrt{2^2 + 10^2} = \sqrt{104}$$

$$\text{বাহু, } QR = \sqrt{(-12+3)^2 + (-4+4)^2} = \sqrt{(-9)^2 + 0} = 9$$

$$\text{বাহু, } RS = \sqrt{(-3+1)^2 + (-4-6)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-10)^2} = \sqrt{104}$$

$$\text{বাহু, } SP = \sqrt{(-10+1)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{(-9)^2 + 0} = 9$$

চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান।

অর্থাৎ, চতুর্ভুজটি আয়ত অথবা সামান্তরিক হবে।

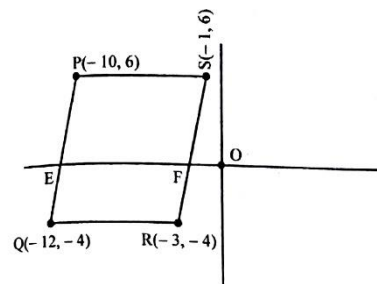
$$\text{কর্ণ, } PR = \sqrt{(-10+3)^2 + (6+4)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 10^2} = \sqrt{149}$$

$$\text{কর্ণ, } QS = \sqrt{(-12+1)^2 + (-4-6)^2} = \sqrt{(-11)^2 + (-10)^2} = \sqrt{221}$$

চতুর্ভুজটির কর্ণদ্বয় সমান নয়।

$\therefore$  চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। (দেখানো হলো)

(গ)



মনে করি, PQRS চতুর্ভুজের PQ বাহু x অক্ষকে  $E(x_1, 0)$  এবং SR বাহু x অক্ষকে  $F(x_2, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।

$\therefore$  PQRS চতুর্ভুজটির ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত অংশ হবে PEFS চতুর্ভুজ।

$$PQ \text{ সরলরেখার সমীকরণ, } \frac{x+10}{-10+12} = \frac{y-6}{6+4}$$

$$\text{বা, } \frac{x+10}{2} = \frac{y-6}{10}$$

$$\text{বা, } x + 10 = \frac{y-6}{5}$$

$$\text{বা, } 5x + 50 = y - 6$$

$$\therefore 5x - y + 56 = 0 \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখাটি  $E(x_1, 0)$  বিন্দুগামী।

$$\therefore 5x_1 - 0 + 56 = 0 \text{ বা, } 5x_1 = -56 \therefore x_1 = \frac{-56}{5}$$

$$\therefore E \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{56}{5}, 0\right)$$

$$RS \text{ সরল রেখার সমীকরণ, } \frac{x+3}{-3+1} = \frac{y+4}{-4-6}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-10}$$

$$\text{বা, } x + 3 = \frac{y+4}{5}$$

$$\text{বা, } 5x + 15 = y + 4$$

$$\therefore 5x - y + 11 = 0 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং  $F(x_2, 0)$  রেখাটি বিন্দুগামী।

$$\therefore 5x_2 - 0 + 11 = 0 \text{ বা, } 5x_2 = -11 \therefore x_2 = \frac{-11}{5}$$

$$\therefore F \text{ বিন্দুর স্থানাঙ্ক } \left(-\frac{11}{5}, 0\right)$$

$$\therefore PEFS \text{ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & -56 & -11 & -1 & -10 \\ 6 & 0 & 0 & 6 & 6 \end{vmatrix}$$

বর্গ একক

$$= \frac{1}{2} \left| 0 + 0 - \frac{66}{5} - 6 + \frac{336}{5} + 0 + 0 + 60 \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{-66 - 30 + 336 + 300}{5} \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{540}{5} \right| \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 108$$

$$= 54 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৬৪.  $A(6,12), B(2,-3), C(6,-3)$  ও  $D(10,12)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষ বিন্দু।

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯]

(ক)  $P(-3,4)$  এবং  $Q(-4,2)$  বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(খ)  $A, B, C$  ও  $D$  বিন্দু চারটি দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ আয়ত না সামান্তরিক তা নির্ণয় কর।

(গ)  $ABCD$  চতুর্ভুজটির যে অংশ ১ম চতুর্ভাগে অবস্থান করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

#### ৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $P(-3,4)$  এবং  $Q(-4,2)$  বিন্দুদ্বয় দিয়ে গমনকারী সরলরেখার

$$\text{ঢাল} = \frac{2-4}{-4-(-3)} = \frac{-2}{-4+3} = \frac{-2}{-1} = 2 \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $A(6,12)$  ও  $D(10,12)$  বিন্দু দুইটি প্রথম চতুর্ভাগে এবং  $B(2,-3)$  ও  $C(6,-3)$  বিন্দু দুইটি চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত।

$$AB \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6-2)^2 + (12+3)^2} = \sqrt{241}$$

$$BC \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(2-6)^2 + (-3+3)^2} = 4$$

$$CD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6-10)^2 + (-3-12)^2} = \sqrt{241}$$

$$AD \text{ বাহুর দৈর্ঘ্য} = \sqrt{(6-10)^2 + (12-12)^2} = 4$$

এখানে,  $AB$  বাহুর দৈর্ঘ্য =  $CD$  বাহুর দৈর্ঘ্য

এবং  $BC$  বাহুর দৈর্ঘ্য =  $AD$  বাহুর দৈর্ঘ্য

$\therefore$  চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান।

$$\text{এখন, কর্ণ } AC = \sqrt{(6-6)^2 + (12+3)^2} = 15$$

$$\text{কর্ণ } BD = \sqrt{(2-10)^2 + (-3-12)^2} = 17$$

$$\text{কর্ণ } AC \neq \text{কর্ণ } BD$$

$\therefore$  কর্ণদ্বয় সমান নয়।

$\therefore$  চতুর্ভুজটির বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান কিন্তু কর্ণদ্বয় সমান নয়।

$\therefore$  চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক। (Ans.)

(গ)  $AB$  সরলরেখার সমীকরণ,  $\frac{x-6}{6-2} = \frac{y-12}{12+3}$

$$\text{বা, } \frac{x-6}{4} = \frac{y-12}{15} \text{ বা, } 15x - 90 = 4y - 48$$

$$\therefore 15x - 4y = 42 \dots \dots (i)$$

আবার,  $CD$  সরলরেখার সমীকরণ,

$$\frac{x-10}{10-6} = \frac{y-12}{12+3} \text{ বা, } \frac{x-10}{4} = \frac{y-12}{15}$$

$$\text{বা, } 15x - 150 = 4y - 48 \therefore 15x - 4y = 102 \dots \dots (ii)$$

এখন, কোনো সরলরেখা  $x$  অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুর  $y$  স্থানাঙ্ক শূন্য।

অর্থাৎ,  $y = 0$  এই মান (i) নং এ বসিয়ে,

$$15x - 4 \cdot 0 = 42 \therefore x = \frac{42}{15}$$

$$\therefore (i) \text{ নং রেখা } x \text{ অক্ষকে } \left(\frac{42}{15}, 0\right) \text{ বিন্দুতে ছেদ করে।}$$

আবার,  $y = 0$  (ii) নং এ বসিয়ে,

$$15x - 4 \cdot 0 = 102 \therefore x = \frac{102}{15}$$

$$\therefore (ii) \text{ নং রেখা } x \text{ অক্ষকে } \left(\frac{102}{15}, 0\right) \text{ বিন্দুতে ছেদ করে।}$$

$$\text{মনে করি, } E\left(\frac{42}{15}, 0\right) \text{ এবং } F\left(\frac{102}{15}, 0\right)$$

তাহলে,  $ABCD$  চতুর্ভুজের যে অংশ প্রথম চতুর্ভাগে অবস্থান করে তা হবে  $A, E, F, D$  বিন্দু দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজ।

$$\therefore \text{চতুর্ভুজ } AEFD \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 6 & \frac{42}{15} & \frac{102}{15} & 10 & 6 \\ 12 & 0 & 0 & 12 & 12 \end{vmatrix} \text{ বর্গ}$$

একক

$$= \frac{1}{2} \left( 0 + 0 + \frac{408}{5} + 120 - \frac{168}{5} - 0 - 0 - 72 \right) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times 96 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 48 \text{ বর্গ একক (Ans.)}$$

৬৫.  $P(3,4), Q(-4,2), R(6,-1)$  এবং  $S(k,3)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু এবং বিন্দু চারটি ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে আবর্তিত।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১৯]

(ক)  $Q$  ও  $R$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

(খ)  $T(x,y)$  বিন্দুটি  $Q$  ও  $R$  বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী হলে প্রমাণ কর যে,  $20x - 6y = 17$ .

(গ)  $PQRS$  চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  $PQR$  ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তিনগুণ কলে  $k$  এর মান নির্ণয় কর।

#### ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)  $Q(-4,2)$  এবং  $R(6,-1)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী রেখার

$$\text{ঢাল} = \frac{2-(-1)}{-4-6} = \frac{3}{-10} = -\frac{3}{10} \text{ (Ans.)}$$

(খ) প্রশ্নমতে,  $TQ = TR$

$$\text{বা, } \sqrt{(x+4)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (y+1)^2}$$

$$\text{বা, } x^2 + 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 = x^2 - 12x + 36 + y^2 + 2y + 1$$

$$\text{বা, } x^2 + 8x + 16 + y^2 - 4y + 4 - x^2 + 12x - 36 - y^2 - 2y - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 20x - 6y - 17 = 0 \therefore 20x - 6y = 17 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$(গ) PQRS \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & k & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 3 & 4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (6 + 4 + 18 + 4k + 16 - 12 + k - 9) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (23 + 5k) \text{ বর্গ একক}$$

$$PQR \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & -4 & 6 & 3 \\ 4 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} (6 + 4 + 24 + 16 - 12 + 3) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{41}{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{1}{2} (23 + 5k) = 3 \cdot \frac{41}{2}$$

$$\text{বা, } 23 + 5k = 123$$

$$\text{বা, } 5k = 100$$

$$\therefore k = 20 \text{ (Ans.)}$$

৬৬.  $P(-4,12), Q(7,7), R(10,-4)$  এবং  $S(6,0)$  একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু।

[যশোর বোর্ড-২০১৯]

(ক)  $PR$  এর দূরত্ব নির্ণয় কর।



(খ) লেখচিত্রে প্রদর্শনপূর্বক PQRS চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(গ) PS রেখাটি x অক্ষ ও y অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) দেওয়া আছে, P = (-4, 12)

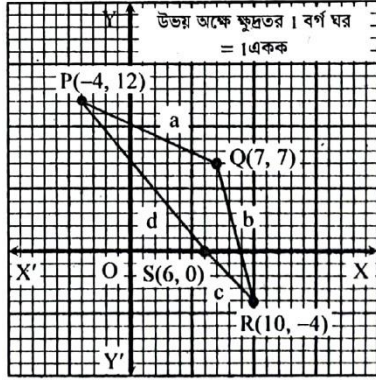
R = (10, -4)

∴ PR =  $\sqrt{(10+4)^2 + (-4-12)^2}$  একক

=  $\sqrt{14^2 + (-16)^2}$  একক

=  $2\sqrt{113}$  একক (Ans.)

(খ) বিন্দু পাতনের মাধ্যমে xy সমতলে PQRS চতুর্ভুজটি দেখানো হলো।



বিন্দুসমূহকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিয়ে চতুর্ভুজক্ষেত্র PQRS এর

ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 7 & -4 & 6 & 10 & 7 \\ 7 & 12 & 0 & -4 & 7 \end{vmatrix}$  বর্গ একক

=  $\frac{1}{2} |84 + 0 - 24 + 70 + 28 - 72 - 0 + 28|$  বর্গ একক

=  $\frac{1}{2} (114)$  বর্গ একক

= 57 বর্গ একক (Ans.)

(গ) P = (-4, 12), S = (6, 0)

∴ PS রেখার সমীকরণ:

$$\frac{y-12}{12-0} = \frac{x+4}{-4-6}$$

$$\text{বা, } \frac{y-12}{x+4} = \frac{12}{-10}$$

$$\text{বা, } \frac{y-12}{x+4} = -\frac{6}{5}$$

$$\text{বা, } y-12 = -\frac{6}{5}(x+4)$$

$$\text{বা, } y-12 = -\frac{6}{5}x - \frac{24}{5}$$

$$\text{বা, } y = -\frac{6}{5}x - \frac{24}{5} + 12$$

$$\therefore y = -\frac{6}{5}x + \frac{36}{5} \dots \dots \dots (i)$$

(i) নং রেখাটি x-অক্ষকে (6, 0) বিন্দুতে ছেদ করে এবং y-অক্ষকে  $(0, \frac{36}{5})$

বিন্দুতে ছেদ করে।

এখানে, উৎপন্ন ত্রিভুজটি সমকোণী।

∴ বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য = 6 একক এবং  $\frac{36}{5}$  একক

∴ ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{36}{5}$  বর্গ একক

=  $\frac{108}{5}$  বর্গ একক = 21.6 বর্গ একক (Ans.)

৬৭.  $3x - 2y = 6$  একটি সরলরেখার সমীকরণ এবং A(x, y) ও B(a, b) দুটি বিন্দুর স্থানাংক।

[বরিশাল বোর্ড-২০১৯]

(ক) সরলরেখাটির ঢাল নির্ণয় কর।

(খ) সরলরেখাটির সমান ঢালবিশিষ্ট এবং C(2, -1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় করে সরলরেখাটি দ্বারা y অক্ষের ছেদ বিন্দু স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(গ) প্রমাণ কর যে, AB এর দৈর্ঘ্য =  $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$

৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক) প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ,  $3x - 2y = 6$

$$\text{বা, } 3x - 6 = 2y$$

$$\text{বা, } 2y = 3x - 6$$

$$\text{বা, } y = \frac{3}{2}x - 3$$

$$\therefore y = mx + c \text{ এর সাথে তুলনা করে পাই, ঢাল, } m = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

(খ)  $\frac{3}{2}$  ঢালবিশিষ্ট এবং C(2, -1) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$$(y + 1) = \frac{3}{2}(x - 2)$$

$$\text{বা, } 2y + 2 = 3x - 6$$

$$\text{বা, } 3x - 6 - 2y - 2 = 0 \therefore 3x - 2y - 8 = 0 \text{ (Ans.)}$$

$$x = 0 \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$3 \cdot 0 - 2y - 8 = 0$$

$$\text{বা, } -2y = 8 \therefore y = -4$$

$$\therefore y \text{ অক্ষের ছেদবিন্দু } (0, -4) \text{ (Ans.)}$$

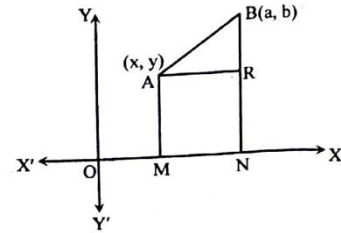
(গ) মনে করি, A(x, y) এবং B(a, b) একটি সমতলে অবস্থিত দুইটি ভিন্ন বিন্দু।

A ও B বিন্দু থেকে x অক্ষের উপর লম্ব AM ও BN আঁকি। আবার A বিন্দু

থেকে BN এর উপর লম্ব AR আঁকি। এখন, A বিন্দুর ভুজ = OM = x এবং

A বিন্দুর কোটি = MA = y B বিন্দুর ভুজ = ON = a ও কোটি =

NB = b



চিত্র হতে আমরা পাই,

$$AR = MN = ON - OM = a - x$$

$$BR = NB - NR = NB - MA = b - y$$

অঙ্কন অনুসারে, ABR একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং AB ত্রিভুজের অতিভুজ।

তাই পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

$$AB^2 = AR^2 + BR^2$$

$$\text{বা, } AB = \pm \sqrt{AR^2 + BR^2}$$

$$\text{বা, } AB = \pm \sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2}$$

$$= \pm \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

যেহেতু দূরত্ব সমসময় অঋণাত্মক হয় সেহেতু AB এর দৈর্ঘ্য

$$= \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$