Astronomisches Praktikum: Planetenbahnen

Versuch 8

Jan Röder & Julia Lienert

Contents

1 Einleitung

Um Planetenbahnen verschiedener Formen und Eigenschaften zu untersuchen, werden in diesem Versuch das System von Erde und Mond sowie die Bahn des Zwergplaneten Pluto analysiert. Zunächst werden einige Grundsatzfragen geklärt, um Planetenbahnen zu beschreiben; danach wird Plutos scheinbare Bahn am Himmel untersucht. Im dritten Aufgabenteil wendet man sich dann Erde und Mond sowie dem Zusammenhang mit der scheinbaren Bewegung der Sonne zu. Aus gegebenen Daten kann man dann noch die Masse des Mondes und das Baryzentrum des Systems bestimmen.

2 Grundlagen

2.1 Aufgabe 1

Erstes Gesetz. Stellt man die Energiegleichung bzw. das Gravitationsgesetz für einen Körper mit Masse m um eine zentrale Masse M auf, erhält man nach Umformung einen Kegelschnitt:

$$r(\phi) = \frac{P}{1 + e \cdot cos(\phi)} \tag{1}$$

mit dem Halbparameter P und der Elliptizität e. Es sind somit drei Arten von Umlaufbahnen möglich:

$$\begin{aligned} e < 1 &: \quad \text{Ellipse} \\ e = 1 &: \quad \text{Parabel} \\ e > 1 &: \quad \text{Hyperbel} \end{aligned}$$

Für die Planetenbahnen gilt $e < 1$, sie sind Ellipsenbahnen. In einem der Brennpunkte dieser Ellipsen steht jeweils die Sonne (für jeden Planeten).

Zweites Gesetz. Zieht man von der Sonne zu einem der Planeten einen "Fahrstrahl" und lässt den Planeten loslaufen, stoppt man die Zeit zu Beginn der Bewegung. Nach einem bestimmten Zeitintervall wurde vom Fahrstrahl eine Fläche aufgespannt, die direkt zur gestoppten Zeit gehört. Das bedeutet: in gleichen Zeitabschnitten werden gleiche Flächen überstrichen.

Drittes Gesetz. Die Umlaufzeit T im Quadrat und die dritte Potenz der großen Halbachse a stehen also für eine Planetenbahn in einem bestimmten, konstanten Verhältnis.

$$\frac{T^2}{a^3} = const. = \frac{4\pi^2}{G(M + m)} \tag{2}$$

Dabei wird die Annahme getroffen, dass die Planetenmasse m gegenüber der Sternmasse M gering ist.

2.2 Aufgabe 2

Die Ekliptik ist definiert als diejenige Ebene, in der sich die Sonne in einem Jahr vor dem Fixsternhimmel scheinbar über den Himmel bewegt.
Eine Planetenbahn wird charakterisiert durch die folgenden Grundgrößen: Inklination (Orientierung gegenüber dem Äquator des Koordinatensystems), Exzentrizität bzw. die Halbachsen (Form der Umlaufbahn) und die Länge des aufsteigenden Knotens (Schnittpunkt mit dem Äquator des Systems).

2.3 Aufgabe 3

Wählt man ein astronomisches Koordinatensystem zur verwendung, wird es Objekte geben, die sich relativ dazu bewegen. Dies wird als Positionsdaten mit Zetiverlauf festgehalten; diese Daten nennt man Ephemeriden. Die Ephemeriden werden in gleichen Zeitintervallen katalogisiert.

2.4 Aufgabe 4

Um die Frage zu klären, warum Pluto nicht mehr als Planet gezählt wird, muss man die Definition eines Planeten betrachten:

1. Ein Planet bewegt sich immer um einen zentralen Stern, nie um einen anderen Planeten.

2. Durch hydrostatisches Gleichgewicht und die eigene Gravitation hat das Objekt annähernd Kugelform.

3. Das Objekt ist massereich genug, um seine Umlaufbahn um den Stern von Asteroiden und anderen Kleinkörpern freizuräumen.

Das letzte Kriterium kann Pluto aufgrund seiner geringen Masse und seines großen Orbits nicht erfüllen.

3 Die geozentrische Plutobahn

3.1 Aufgabe 1

Die Daten kännen grafisch dargestellt werden, indem man die Rektaszensionswerte mit 15 Grad multipliziert (dies muss später mit der Deklination korrigiert werden) Das Ergebnis zeigt Bild 1.

3.2 Aufgabe 2

Pluto bewegt sich nicht mit konstanter Geschwindigkeit: An den längeren Seiten der Ellipse ist die Bewegung schneller als an den kürzeren Seiten. Dabei ist jeder Punkt einen Monat vom nächsten Punkt entfernt (Anmerkung: links unten im Bild fehlt ein Punkt). Außerdem bewegt sich Pluto in Schleifen teils auch scheinbar rückwärtig (generell oberer Teil der Schleifen im Bild 2).

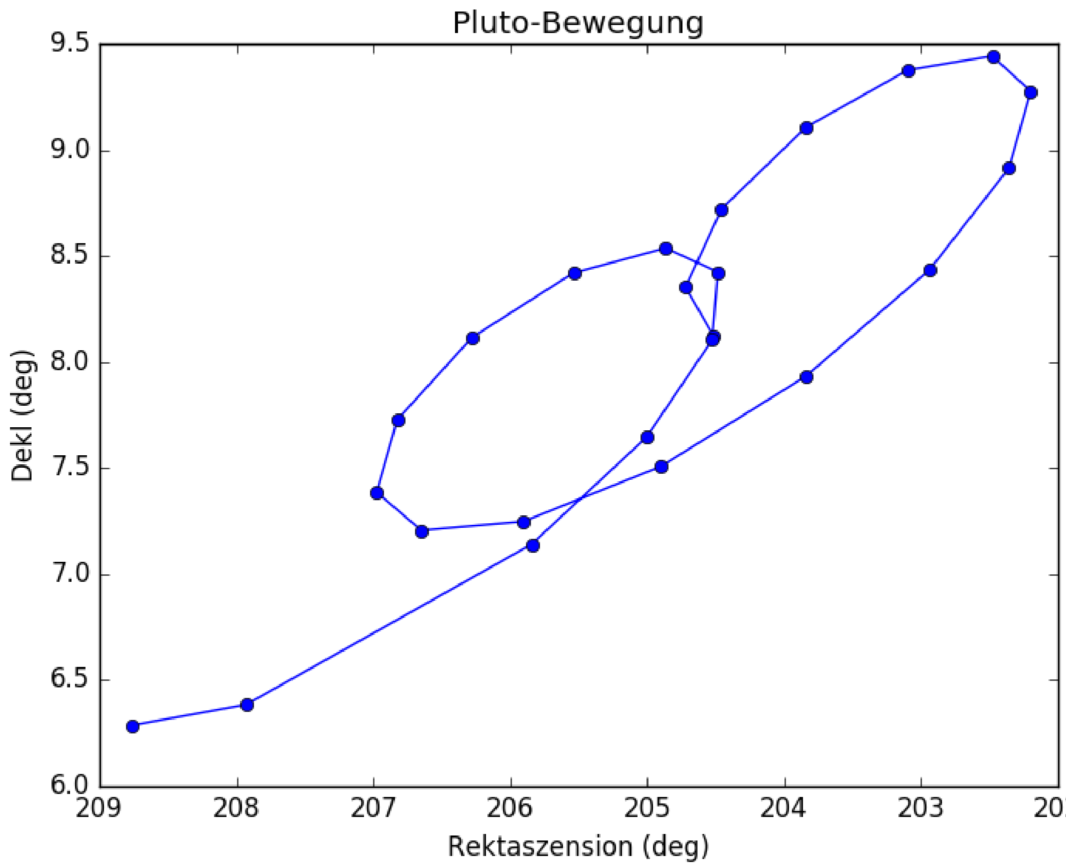

Figure 1: Darstellung der scheinbaren Plutobahn mit Deklination δ und Rektaszension α

3.3 Aufgabe 3

In Bild 2 sind Bereiche markiert, in denen entweder eine Opposition oder eine Konjunktion zur Sonne stattfinden.

3.4 Aufgabe 4

Die Eigenbewegung des Pluto erhält man mithilfe zweier Punkte, die möglichst genau ein Jahr auseinander liegen (Tabelle 1). Damit gilt $\Delta\delta = 0.7893^\circ$ und $\Delta\alpha = 2.0679^\circ$. Letzteres

Datum	Rektaszension α	Deklination δ
29.08.1979	13 h 31 m 45.0 s	+8 ° 26 ' 3.7 "
23.08.1980	13 h 40 m 1.3 s	+7 ° 38 ' 42.1 "

Table 1: Benötigte Sterndaten zur Ermittlung der Eigenbewegung von Pluto

ist die Rektaszensionsdifferenz, wenn man die Umrechnung in Grad durchführt, in dem man alle Werte mit 15° multipliziert. Dies muss nun mit $\cos\bar{\delta}$ korrigiert werden. Man erhält $\Delta\alpha = 2.0476^\circ$. Die beiden Differenzen sind nun die Werte für ein Jahr, man muss also durch 12 teilen und die Werte nochmals Umrechnen, um die Eigenbewegung herauszurechnen.

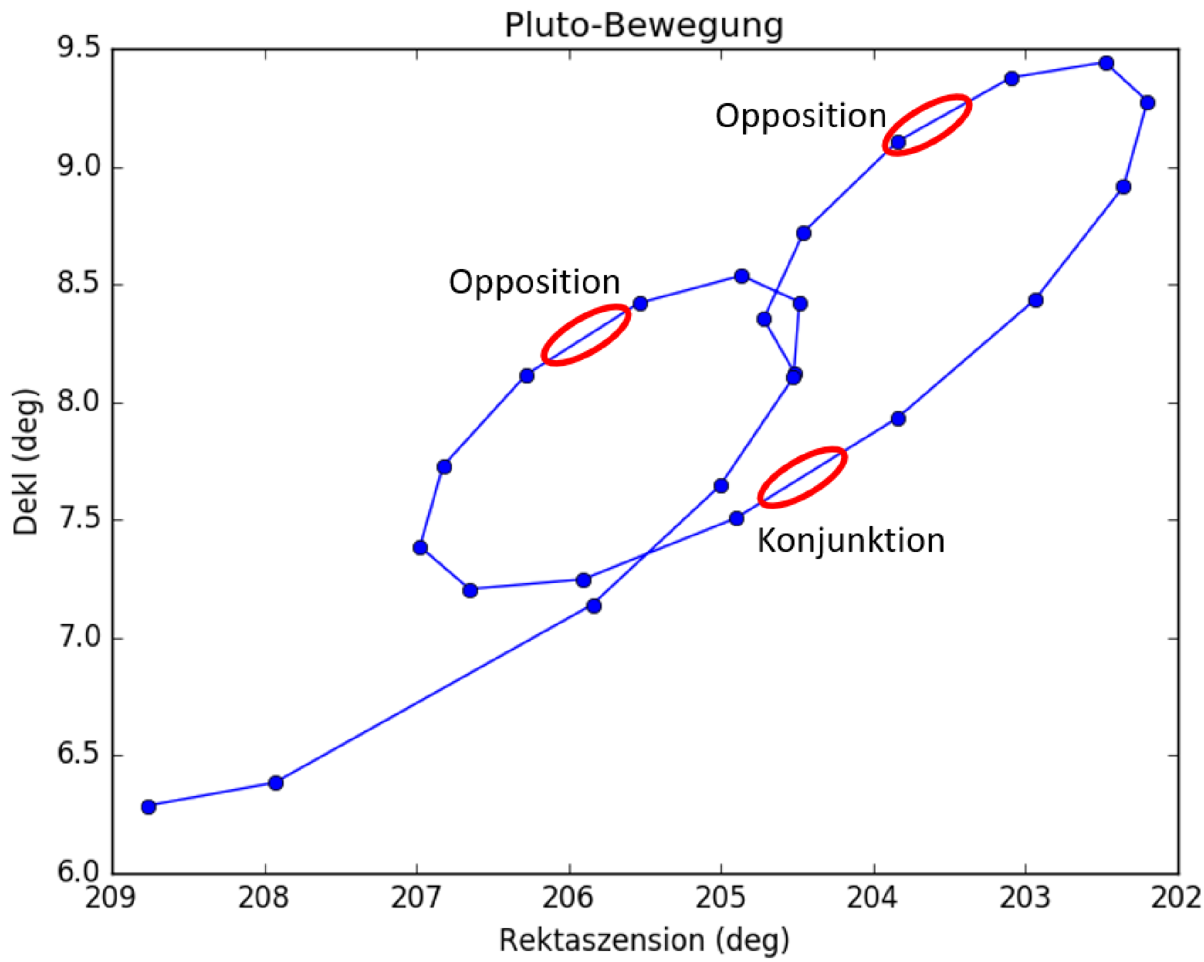

Figure 2: Darstellung der scheinbaren Plutobahn, mit Oppositions- und Konjunktionsbereichen

Dies ist dargestellt in Bild 3. Mithilfe der Prallaxenmethode kann man nun Plutos Abstand berechnen. Dazu liest man die Endpunkte der Parallaxensllipse (grün im Bild) ab (Tabelle 2). Für die Berechnung der großen Halbachse der Parallaxenellipse wird $\Delta\alpha$ wieder mit

Punkt (in Bild)	Rektaszension α	Deklination δ	Differenzen
links	$204.5\,^\circ$	$8.0\,^\circ$	$\Delta\delta = 1.6\,^\circ$
rechts	$201.0\,^\circ$	$9.6\,^\circ$	$\Delta\alpha = 3.5\,^\circ$

Table 2: Benötigte Sterndaten zur Ermittlung der Eigenbewegung von Pluto

$\cos\bar{\delta}$ korrigiert. Es ergibt sich:

$$\phi = \frac{1}{2}\sqrt{(\Delta\delta)^2 + (\Delta\alpha_{corr})^2} \simeq 1.91\,^\circ$$

Damit ist ϕ gleichzeitig der Winkel bei Pluto des Dreiecks Erde-Pluto-Sonne. Der Abstand berechnet sich nach

$$\sin\phi = \frac{1\,\mathrm{AE}}{x_{E-P}}$$

Mit dem eben berechneten ϕ erhält man $x \simeq 30.075\,\mathrm{AE}$.

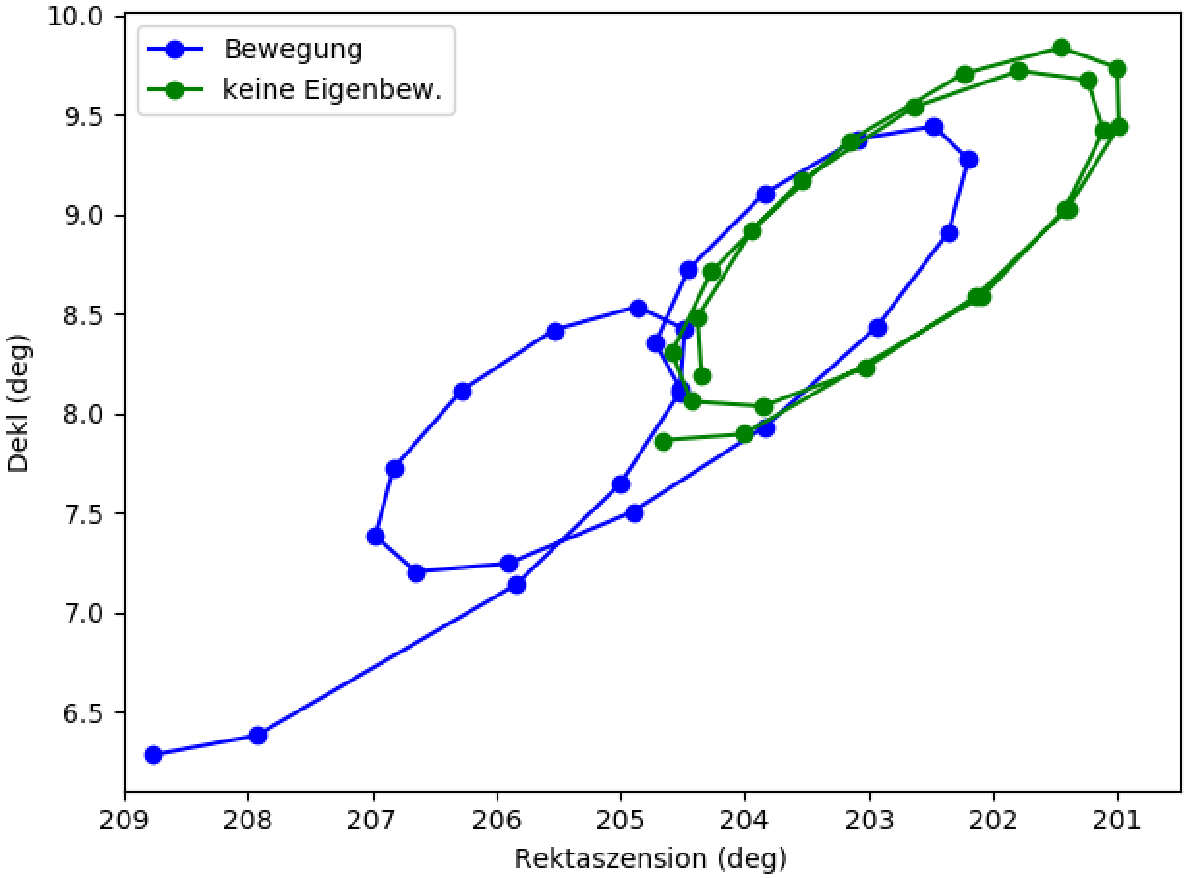

Figure 3: Darstellung der scheinbaren Plutobahn, zusammen mit der Kurve, aus der Plutos Eigenbewegung herausgerechnet wurde

3.5 Aufgabe 5

Analog zu 3.4 berechnet man die jährliche Bewegung zu $\Delta x_J = 2.1945\,°$. Damit wären $360\,° \simeq 164.05$ Jahre. Mit dem dritten Keplergesetz

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \tag{3}$$

ergibt sich für die große Halbachse von Pluto

$$a_P = 1\,\mathrm{AE} \cdot \left(\frac{T_P}{1\,\mathrm{yr}}\right)^{2/3} \simeq 29.97\,\mathrm{AE}$$

Laut Literatur sind jedoch $a_P \simeq 39.5\,\mathrm{AE}$ und $T_P \simeq 248\,\mathrm{yr}$. Das liegt an der sehr hohen Exzentrizität von Plutos Bahn. Während man die Bahnen der acht Planeten annähernd als Kreise beschreiben kann, ist Plutos Umlaufbahn eine sehr starke Ellipse, was hier nicht einberechnet wurde.

4 Das Erde-Mond-System

4.1 Aufgabe 1

Die Mondumlaufbahn ist keine einfache Kepler-Bahn um die Erde. Sie wird zusätzlich beeinflusst durch die gravitativen Einflüsse anderer Planeten (vor allem Jupiter) sowie der Sonne. Außerdem ist die Erde keine perfekte Kugel, was kleine Störungen in der Mondumlaufbah verursacht, da Gravitationskräfte dann nicht gleichmäßig angreifen.

4.2 Aufgabe 2

Aus den Ephemeriden der Sonne über ein Jahr kann man Zeit und ekliptikale Breite extrahieren. Gegeneinander aufgetragen erkennt man, dass die ekliptikale Breite um die 0°-Marke schwankt. Dies liegt an den Kräften des Mondes, ohne den die Schwankung noch viele Größenordnungen geringer wäre. Durch die periodische Mondbahn verädert sich auch die ekliptikale Breite, da sich Erde und Mond um ein gemeinsames Baryzentrum bewegen.

4.3 Aufgabe 3

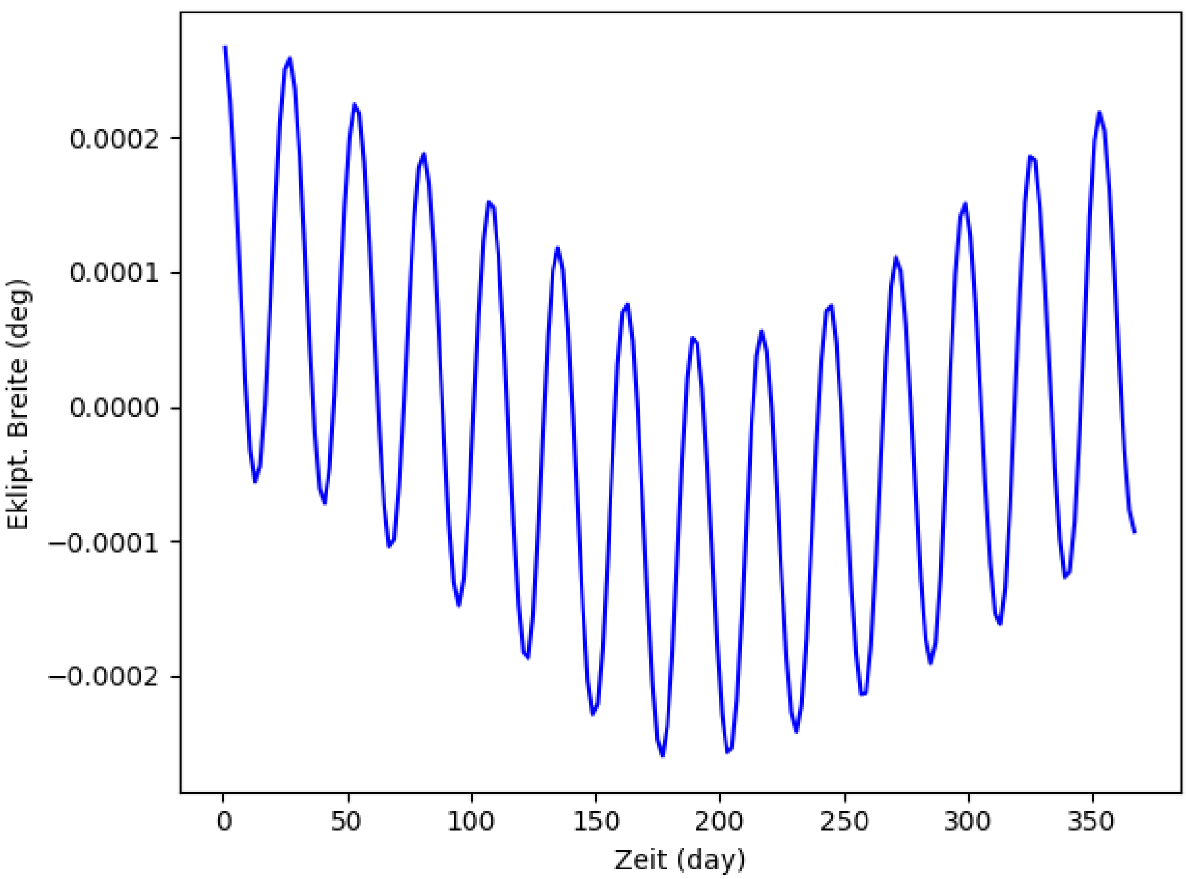

Figure 4: Schwankung der Ekliptik über ein Jahr

Bild 4 zeigt, wie sich die ekliptikale Breite der Sonne über ein Jahr verändert. Die mittlere Abweichung beträgt ca. $\xi = 1.5 \cdot 10^{-4\,\circ}$. Ferner gilt

$$d_B \cdot \sin i = 1\,\mathrm{AE} \cdot \tan \xi \tag{4}$$

Mit der Inklination i der Mondbahn und der Position des Baryzentrums d_B. Daraus ergibt sich $d_B \simeq 4280\,\mathrm{km}$.

4.4 Aufgabe 4

Die Masse des Mondes kann man berechnen nach

$$m_M = \frac{d_B \cdot m_E}{d_{EM} - d_B} \simeq 6.729 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg} \tag{5}$$

5 Diskussion

6 Quellen

1. Versuchsanleitung zu Versuch 6: "Teleskope und Astrometrie"
2. https://de.wikipedia.org/wiki/Parallaxe