

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение Образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Лабораторная работа № 3

Проверила:
Самсонов П.А.

Выполнил:
Васильков Е.Д. гр. 121703

Минск 2022

Цель: Изучение приближения функции, заданной в узлах, алгебраическими многочленами; построение интерполяционного многочлена Ньютона и таблицы разделенных разностей; применение интерполирования для построения графика функции, заданной в узлах; исследование зависимости погрешности интерполирования от числа и взаимного расположения узлов и от гладкости функции.

Вариант: 12.

$$x \cos(x), [-\pi, \pi]$$

n = 4

Решение:

А)

Таблица функции:

$$\text{XDT:} \begin{pmatrix} -\pi \\ -\frac{\pi}{2} \\ 0 \\ \frac{\pi}{2} \\ \pi \end{pmatrix} \quad \text{YDT:} \begin{pmatrix} 3.14159 \\ 0. \\ 0. \\ 0. \\ -3.14159 \end{pmatrix}$$

Б)

Таблица разностей по рекуррентной формуле:

3.1415926540	-2.0000000000	0.6366197724	-0.1350949115	0.0000000000
0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000	-0.1350949115	
0.0000000000	0.0000000000	-0.6366197724		
0.0000000000	-2.0000000000			
-3.1415926540				

В) Интерполяционные многочлены 1, 2, 3, 4 порядка:

$$\begin{aligned} & 3.14159 - 2 \cdot (\pi + x) \\ & 3.14159 - 2 \cdot (\pi + x) + 0.63662 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) (\pi + x) \\ & 3.14159 - 2 \cdot (\pi + x) + 0.63662 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) (\pi + x) - 0.135095 x \left(\frac{\pi}{2} + x \right) (\pi + x) \\ & 3.14159 - 2 \cdot (\pi + x) + 0.63662 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) (\pi + x) - 0.135095 x \left(\frac{\pi}{2} + x \right) (\pi + x) \\ & -3.14159 - 2 \cdot x \\ & 0. + 1 \cdot x + 0.63662 x^2 \\ & 0. + 0.333333 x - 0.135095 x^3 \\ & 0. + 0.333333 x - 0.135095 x^3 \end{aligned}$$

Г) Получаем решение с помощью встроенной функции InterpolatingPolynomial:

$$\left\{ \{-\pi, 3.14159\}, \left\{-\frac{\pi}{2}, 0.\right\}, \{0, 0.\}, \left\{\frac{\pi}{2}, 0.\right\}, \{\pi, -3.14159\} \right\}$$

$$0. + 0.333333 x - 0.135095 x^3$$

Д) Выводим график интерполяционного многочлена Ньютона:

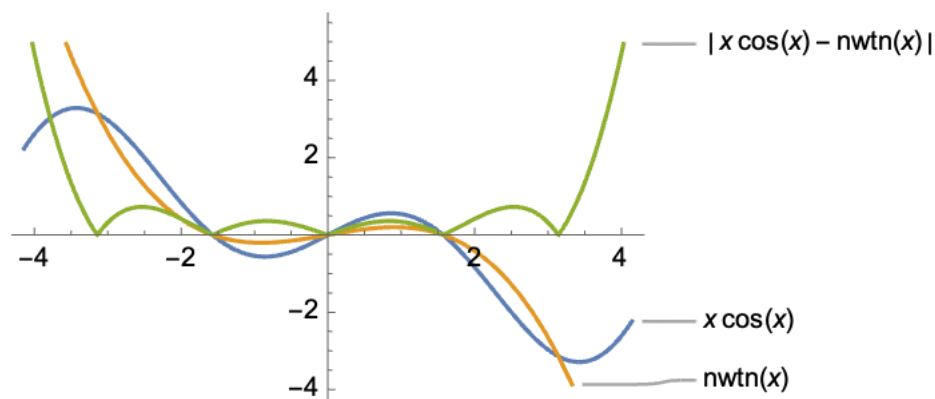
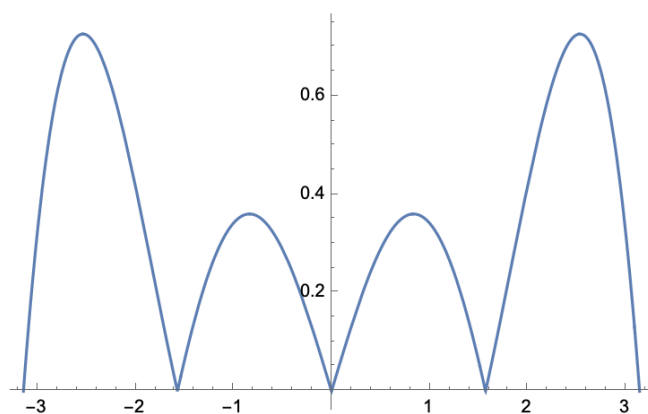


График погрешности интерполирование на отрезке $[-\pi, \pi]$:



n = 5

Решение:

В)

Таблица функции:

$$\begin{array}{cc} \text{XDT:} & \begin{pmatrix} -\pi \\ -\frac{3\pi}{5} \\ -\frac{\pi}{5} \\ \frac{\pi}{5} \\ \frac{3\pi}{5} \\ \pi \end{pmatrix} & \text{YDT:} & \begin{pmatrix} 3.14159 \\ 0.582483 \\ -0.50832 \\ 0.50832 \\ -0.582483 \\ -3.14159 \end{pmatrix} \end{array}$$

Б)

Таблица разностей по рекуррентной формуле:

3.1415926540	-2.0364745080	0.4649077110	0.0536802231	-0.0811057311	0.0258167560
0.5824833116	-0.8680339887	0.6672773845	-0.3540016472	0.0811057311	
-0.5083203692	0.8090169944	-0.6672773845	0.0536802231		
0.5083203692	-0.8680339887	-0.4649077110			
-0.5824833116	-2.0364745080				
-3.1415926540					

В) Интреполяционные многочлены 1, 2, 3, 4 порядка:

Интреполяционные многочлены 1, 2, 3, 4 порядка:

$$3.14159 - 2.03647 (\pi + x)$$

$$3.14159 - 2.03647 (\pi + x) + 0.464908 \left(\frac{3\pi}{5} + x \right) (\pi + x)$$

$$3.14159 - 2.03647 (\pi + x) + 0.464908 \left(\frac{3\pi}{5} + x \right) (\pi + x) + 0.0536802 \left(\frac{\pi}{5} + x \right) \left(\frac{3\pi}{5} + x \right) (\pi + x)$$

$$3.14159 - 2.03647 (\pi + x) + 0.464908 \left(\frac{3\pi}{5} + x \right) (\pi + x) +$$

$$0.0536802 \left(\frac{\pi}{5} + x \right) \left(\frac{3\pi}{5} + x \right) (\pi + x) - 0.0811057 \left(-\frac{\pi}{5} + x \right) \left(\frac{\pi}{5} + x \right) \left(\frac{3\pi}{5} + x \right) (\pi + x)$$

$$-3.25618 - 2.03647 x$$

$$-0.503108 + 0.300407 x + 0.464908 x^2$$

$$-0.303377 + 0.787825 x + 0.768462 x^2 + 0.0536802 x^3$$

$$-0.113766 + 0.948771 x + 0.320193 x^2 - 0.354002 x^3 - 0.0811057 x^4$$

Г) Получаем решение с помощью встроенной функции InterpolatingPolynomial:

$$\left\{ \{-\pi, 3.14159\}, \left\{ -\frac{3\pi}{5}, 0.582483 \right\}, \right.$$

$$\left. \left\{ -\frac{\pi}{5}, -0.50832 \right\}, \left\{ \frac{\pi}{5}, 0.50832 \right\}, \left\{ \frac{3\pi}{5}, -0.582483 \right\}, \{\pi, 3.14159\} \right\}$$

$$0.0736311 + 1.00842 x - 0.207233 x^2 - 0.521886 x^3 + 0.0524927 x^4 + 0.0425257 x^5$$

Д) Выводим график интерполяционного многочлена Ньютона:

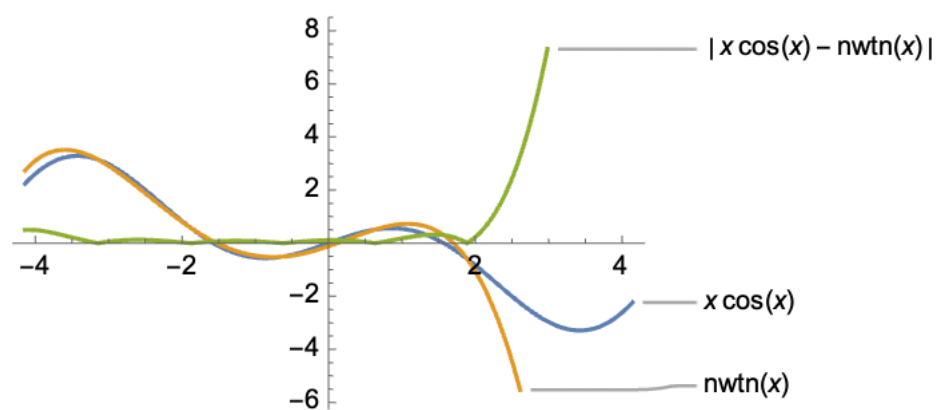
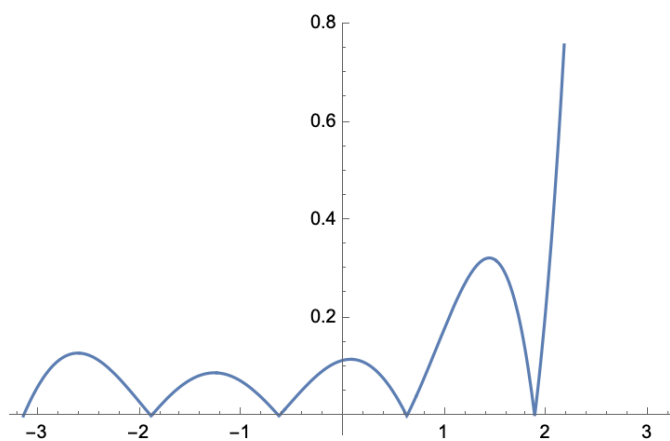


График погрешности интерполирование на отрезке $[-\pi, \pi]$:



n = 7

Решение:

С)

Таблица функции:

$$\begin{array}{cc} \text{XDT:} & \left(\begin{array}{c} -\pi \\ -\frac{5\pi}{7} \\ -\frac{3\pi}{7} \\ -\frac{\pi}{7} \\ \frac{\pi}{7} \\ \frac{3\pi}{7} \\ \frac{5\pi}{7} \\ \pi \end{array} \right) & \text{YDT:} & \left(\begin{array}{c} 3.14159 \\ 1.39911 \\ -0.299601 \\ -0.404354 \\ 0.404354 \\ 0.299601 \\ -1.39911 \\ -3.14159 \end{array} \right) \end{array}$$

Б)

Таблица разностей по рекуррентной формуле:

3.1415926540	-1.9412754950	0.0271667245	0.3572611568	-0.1431852795	0.0155074686	0.0032096406	-0.0010216603
1.3991078440	-1.8925059060	0.9891973179	-0.1568300684	-0.0735879231	0.0327932688	-0.0032096406	
-0.2996014849	-0.1167030330	0.5668862972	-0.4210395297	0.0735879231	0.0155074686		
-0.4043538824	0.9009688679	-0.5668862972	-0.1568300684	0.1431852795			
0.4043538824	-0.1167030330	-0.9891973179	0.3572611568				
0.2996014849	-1.8925059060	-0.0271667245					
-1.3991078440	-1.9412754950						
-3.1415926540							

В) Интреполяционные многочлены 1, 2, 3, 4 порядка:

Интреполяционные многочлены 1, 2, 3, 4 порядка:

$$3.14159 - 1.94128 (\pi + x)$$

$$3.14159 - 1.94128 (\pi + x) + 0.0271667 \left(\frac{5\pi}{7} + x \right) (\pi + x)$$

$$3.14159 - 1.94128 (\pi + x) + 0.0271667 \left(\frac{5\pi}{7} + x \right) (\pi + x) + 0.357261 \left(\frac{3\pi}{7} + x \right) \left(\frac{5\pi}{7} + x \right) (\pi + x)$$

$$3.14159 - 1.94128 (\pi + x) + 0.0271667 \left(\frac{5\pi}{7} + x \right) (\pi + x) + 0.357261 \left(\frac{3\pi}{7} + x \right) \left(\frac{5\pi}{7} + x \right) (\pi + x) - 0.143185 \left(\frac{\pi}{7} + x \right) \left(\frac{3\pi}{7} + x \right) \left(\frac{5\pi}{7} + x \right) (\pi + x)$$

$$-2.9571 - 1.94128 x$$

$$-2.76559 - 1.79497 x + 0.0271667 x^2$$

$$0.625435 + 3.31417 x + 2.43224 x^2 + 0.357261 x^3$$

$$0.0154844 + 1.03611 x - 0.0480355 x^2 - 0.670921 x^3 - 0.143185 x^4$$

Г) Получаем решение с помощью встроенной функции InterpolatingPolynomial:

$$\left\{ \{-\pi, 3.14159\}, \left\{ -\frac{5\pi}{7}, 1.39911 \right\}, \left\{ -\frac{3\pi}{7}, -0.299601 \right\}, \right.$$

$$\left. \left\{ -\frac{\pi}{7}, -0.404354 \right\}, \left\{ \frac{\pi}{7}, 0.404354 \right\}, \left\{ \frac{3\pi}{7}, 0.299601 \right\}, \left\{ \frac{5\pi}{7}, -1.39911 \right\}, \{\pi, -3.14159\} \right\}$$

$$8.88178 \times 10^{-16} + 0.999627 x + 2.22045 \times 10^{-16} x^2 - 0.497827 x^3 - 1.38778 \times 10^{-17} x^4 + 0.0399957 x^5 - 8.67362 \times 10^{-19} x^6 - 0.00102166 x^7$$

Д) Выводим график интерполяционного многочлена Ньютона:

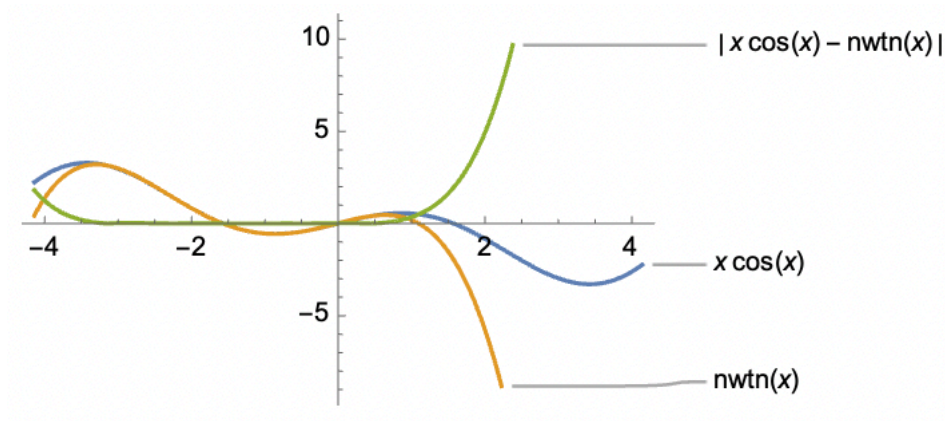
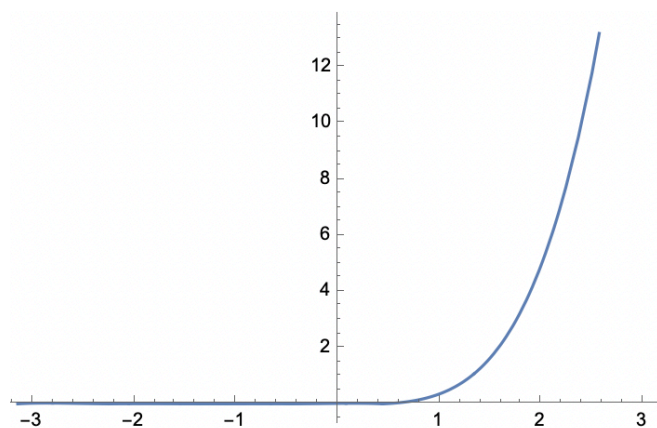


График погрешности интерполирование на отрезке $[-\pi, \pi]$:



Вывод:

Мы изучили приближения функции, заданной в узлах, алгебраическими многочленами; построение интерполяционного многочлена Ньютона и таблицы разделенных разностей; применение интерполирования для построения графика функции, заданной в узлах; исследование зависимости погрешности интерполирования от числа и взаимного расположения узлов и от гладкости функции.