

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение Образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра высшей математики

Типовой расчет

Проверила:
Самсонов П.А.

Выполнил:
Васильков Е.Д. гр. 121703

Минск 2022

Вариант 3

3		
-0.5	0.535916	
-0.42	0.485126	
-0.34	0.437118	
-0.26	0.371678	
-0.18	0.301733	
-0.1	0.207338	
-0.02	0.073557	
0.06	0.155576	
0.14	0.283913	
0.22	0.390199	
0.3	0.497748	
0.38	0.592501	
0.46	0.69812	
0.54	0.789936	
0.62	0.898493	
0.7	0.990582	
0.78	1.10445	
0.86	1.19854	
0.94	1.31926	
1.02	1.4165	
1.1	1.54526	
1.18	1.64652	
1.26	1.78436	
1.34	1.89036	
1.42	2.03825	
1.5	2.14963	

Заметим, что координаты $X[i]$ идут с шагом $H = 0.08$; Проитерируем и запишем в список значений координат абсцисс.

Далее занесем координаты точек в набор значений координат.

```
In[741]:= a = -0.5; n = 25; b = 1.5; h = (b - a) / n;  
xldata = {};  
For[i = 0, i < n, i++,  
  tempX[i] = a + i * h;  
  xldata = Append[xldata, tempX[i]]  
];  
MatrixForm[xldata]
```

Out[744]//MatrixForm=

-0.5
-0.42
-0.34
-0.26
-0.18
-0.1
-0.02
0.06
0.14
0.22
0.3
0.38
0.46
0.54
0.62
0.7
0.78
0.86
0.94
1.02
1.1
1.18
1.26
1.34
1.42

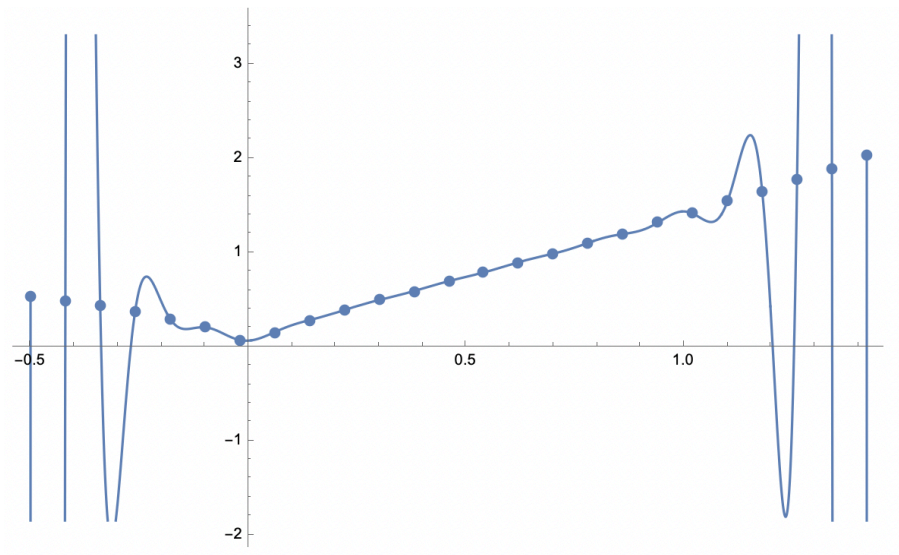
-0.5	0.535916
-0.42	0.485126
-0.34	0.437118
-0.26	0.371678
-0.18	0.301733
-0.1	0.207338
-0.02	0.073557
0.06	0.155576
0.14	0.283913
0.22	0.390199
0.3	0.497748
0.38	0.592501
0.46	0.69812
0.54	0.789936
0.62	0.898493
0.7	0.990582
0.78	1.10445
0.86	1.19854
0.94	1.31926
1.02	1.4165
1.1	1.54526
1.18	1.64652
1.26	1.78436
1.34	1.89036
1.42	2.03825

Задание 1.

Построим интерполяционный многочлен степени 24

Многочлен:

$$0.066281 + 0.250268x + 29.8797x^2 - 82.6739x^3 - 1884.84x^4 + 10481.2x^5 + 40857.6x^6 - 412375x^7 + 288607x^8 + 5.65948 \times 10^6 x^9 - 1.71857 \times 10^7 x^{10} - 1.30425 \times 10^7 x^{11} + 1.54147 \times 10^8 x^{12} - 2.44453 \times 10^8 x^{13} - 2.31832 \times 10^8 x^{14} + 1.35659 \times 10^9 x^{15} - 1.79464 \times 10^9 x^{16} - 9.13108 \times 10^7 x^{17} + 3.61491 \times 10^9 x^{18} - 5.88224 \times 10^9 x^{19} + 5.23252 \times 10^9 x^{20} - 2.93323 \times 10^9 x^{21} + 1.03791 \times 10^9 x^{22} - 2.13205 \times 10^8 x^{23} + 1.94734 \times 10^7 x^{24}$$



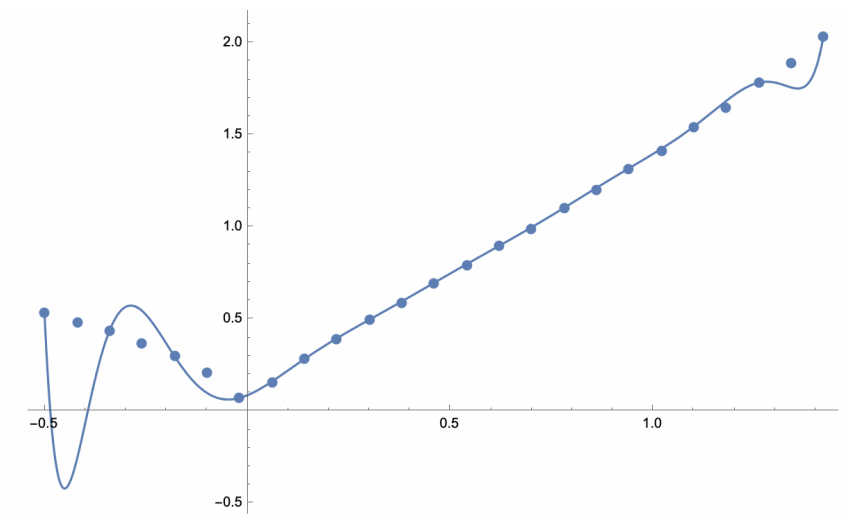
Построим многочлены меньшей степени на отрезке, используя не все узлы сетки:

Построим интерполяционный многочлен степени 12, используя значения функции в нечетных узлах

-0.5	0.535916
-0.34	0.437118
-0.18	0.301733
-0.02	0.073557
0.14	0.283913
0.3	0.497748
0.46	0.69812
0.62	0.898493
0.78	1.10445
0.94	1.31926
1.1	1.54526
1.26	1.78436
1.42	2.03825

Многочлен:

$$0.0883836 + 0.900074x + 7.29475x^2 - 31.9226x^3 + 15.109x^4 + 230.893x^5 - 590.834x^6 + 208.357x^7 + 1283.89x^8 - 2456.59x^9 + 2017.52x^{10} - 815.908x^{11} + 132.599x^{12}$$

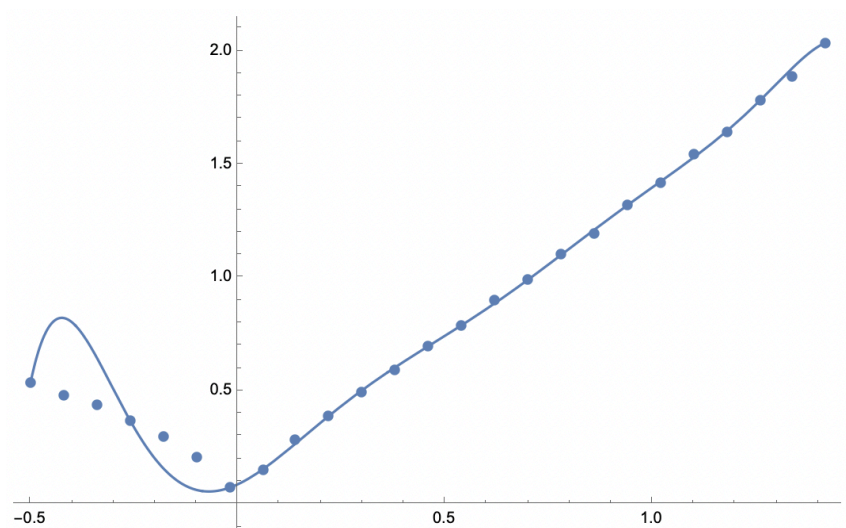


Построим интерполяционный многочлен степени 8, используя значения функции в каждом 3-м узле

-0.5	0.535916
-0.26	0.371678
-0.02	0.073557
0.22	0.390199
0.46	0.69812
0.7	0.990582
0.94	1.31926
1.18	1.64652
1.42	2.03825

Многочлен:

$$0.08849 + 0.847463x + 4.78533x^2 - 12.7153x^3 + 3.11932x^4 + 32.7907x^5 - 52.0479x^6 + 31.3522x^7 - 6.82225x^8$$

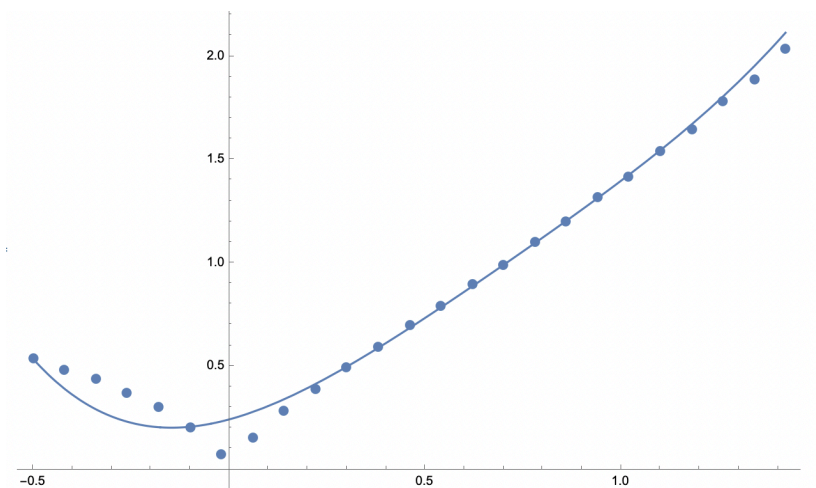


Построим интерполяционный многочлен степени 4, используя значения функции в каждом 5-м узле

-0.5	0.535916
-0.1	0.207338
0.3	0.497748
0.7	0.990582
1.1	1.54526

Многочлен:

$$0.242899 + 0.51432x + 1.45617x^2 - 1.26448x^3 + 0.449193x^4$$

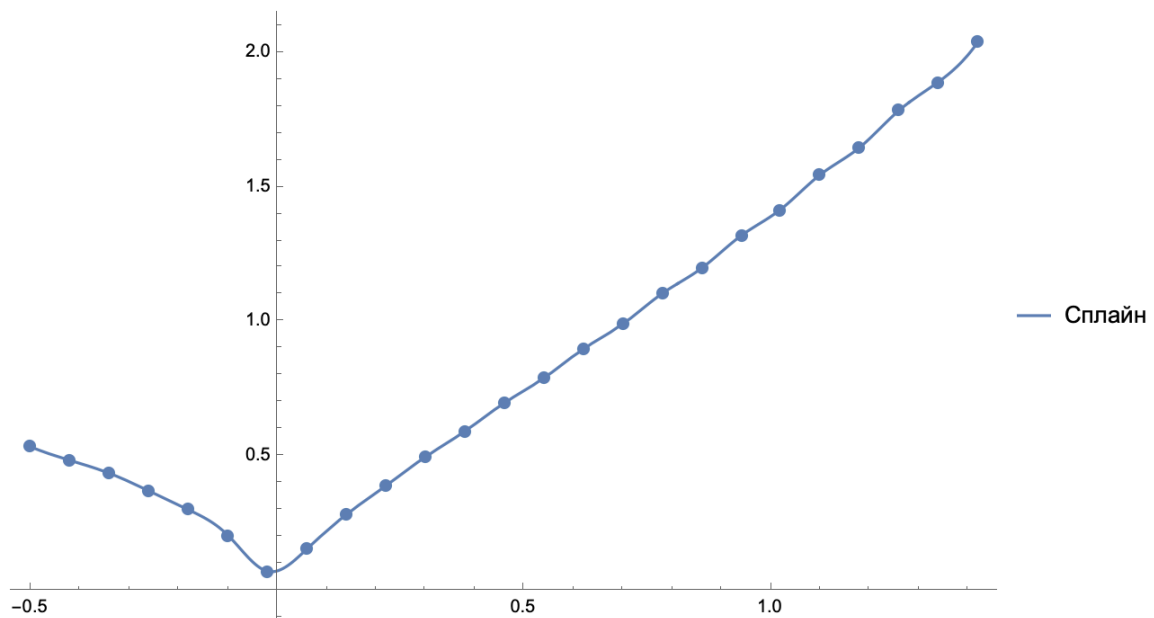


Исходя из построенных выше графиков, можно сделать вывод что на погрешность интерполирования влияет количество узлов и то, с каким шагом они расположены. Как правило, при добавлении новых узлов соответствующие интерполяционные многочлены более высокого порядка значительно колеблются на концах отрезка. При интерполировании, как правило, используются многочлены не выше 5-й степени. Я считаю график многочлена 4 степени наиболее удачным, так как он не так сильно колеблется на концах отрезка.

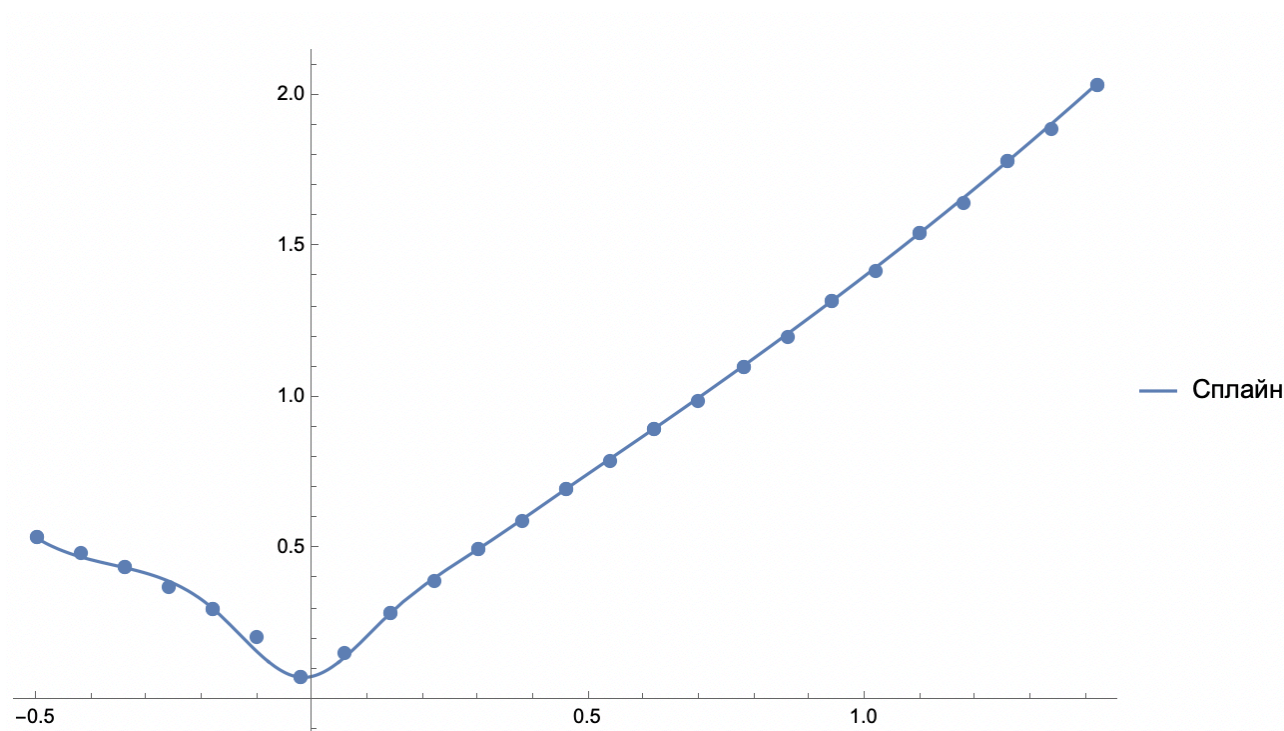
Задание 2.

Построим сплайн, аппроксимирующий функцию $f(x)$ по значениям в узлах из предыдущего задания.

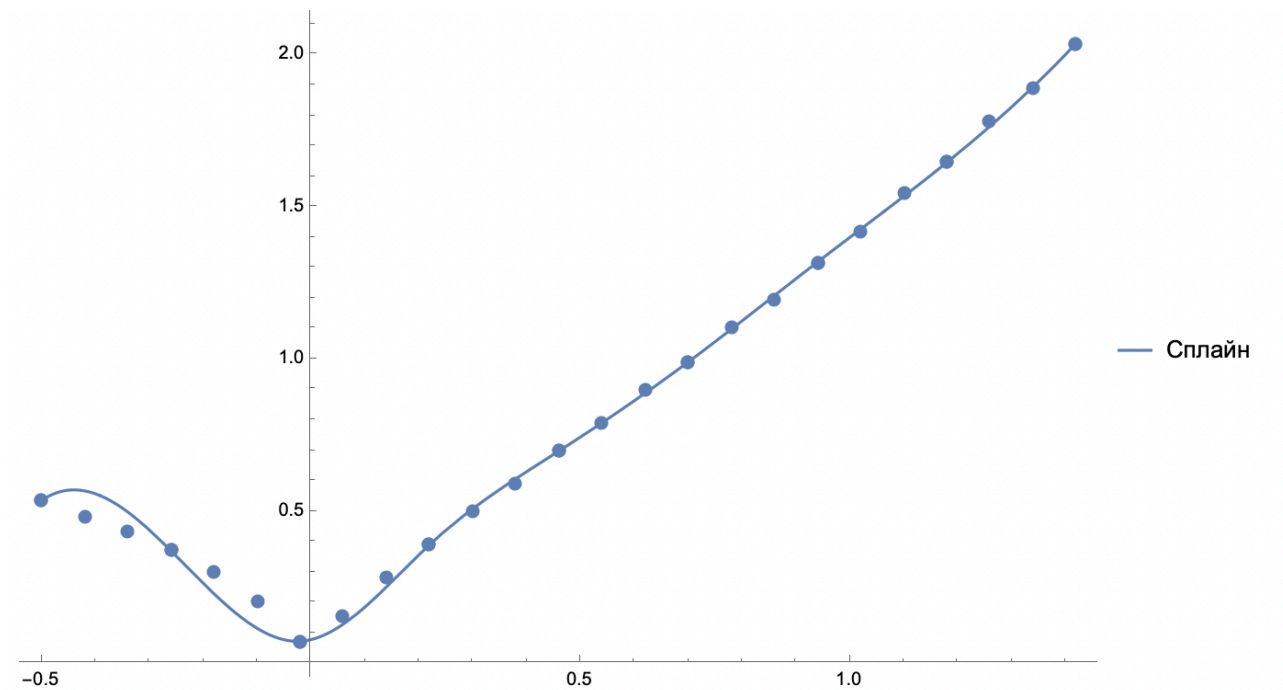
Используем 25 точек:



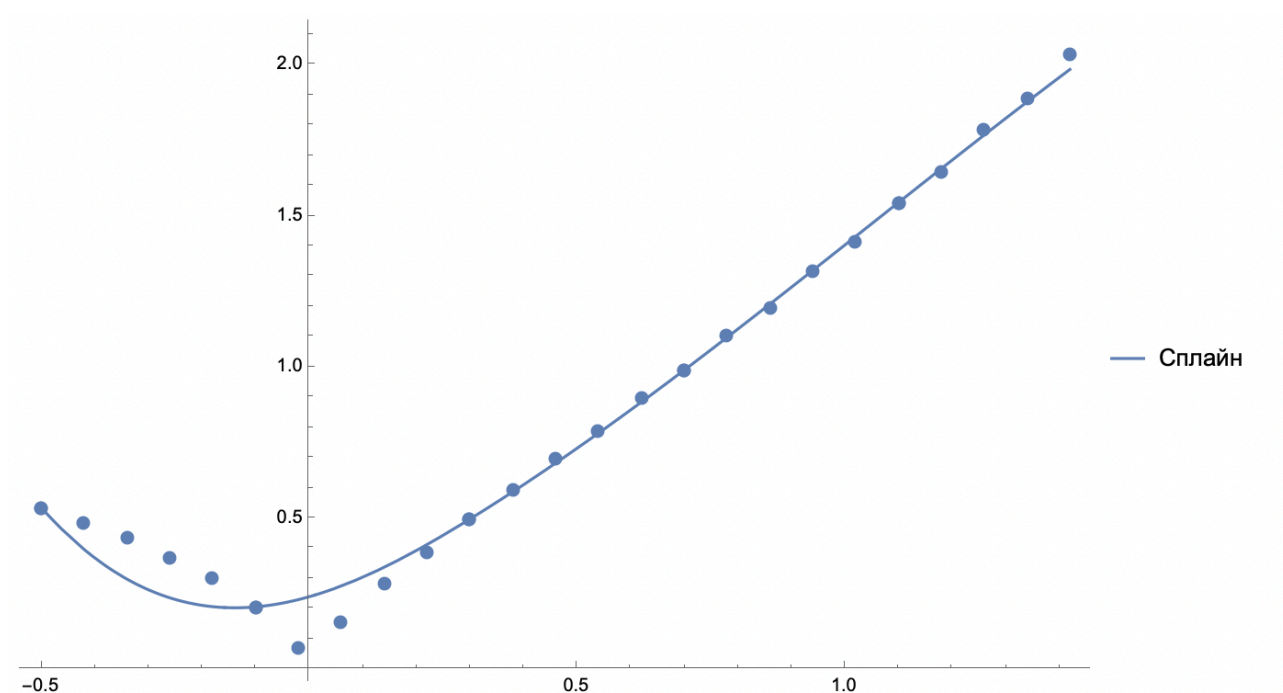
Используем значения функций в нечетных узлах:



Используем значения функции в каждом 3-м узле:



Используем значения функции в каждом 5-м узле:



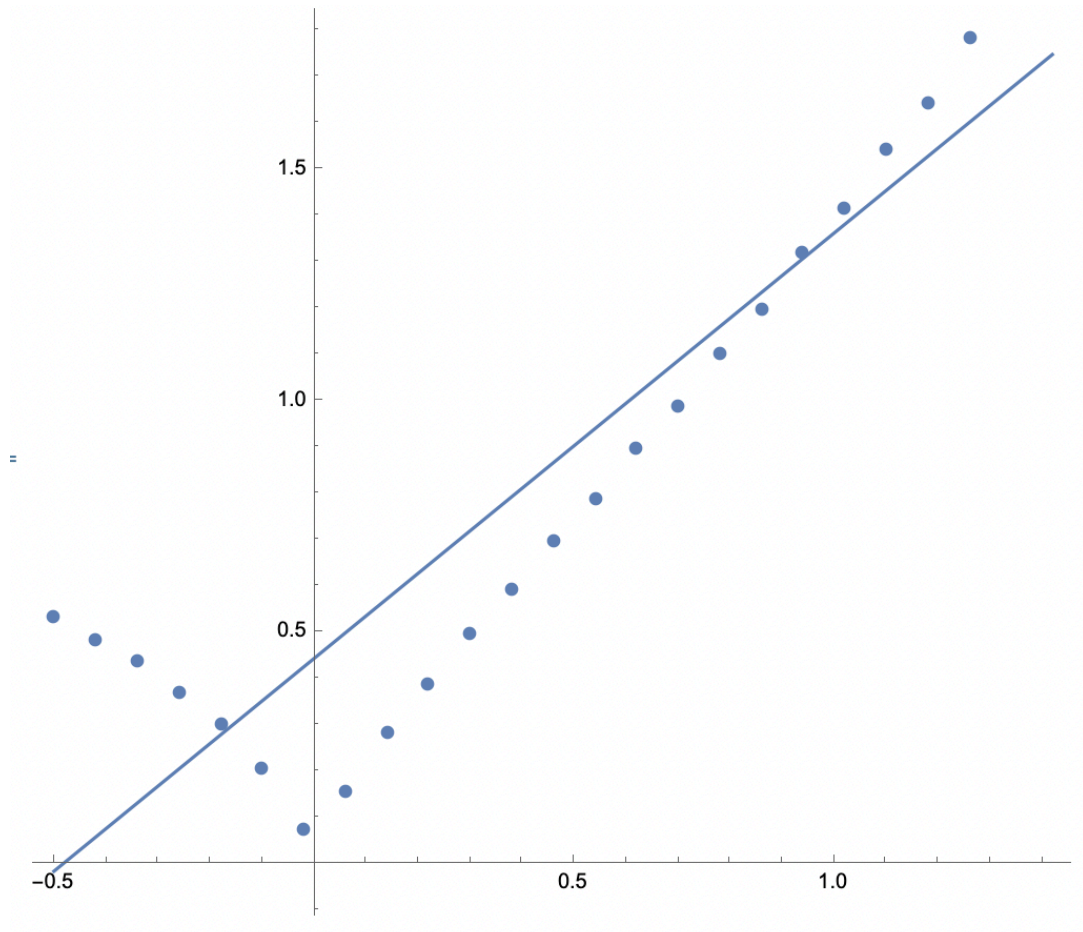
Исходя из построенных выше графиков можно сделать вывод, что погрешность сплайна уменьшается с уменьшением количества узлов.

Задание 3.

Построим многочлены 1, 2, 3 и 4 порядка а также посчитаем сумму квадратов отклонения в узлах.

Многочлен 1 порядка:

$$0.443208 + 0.919377 x$$



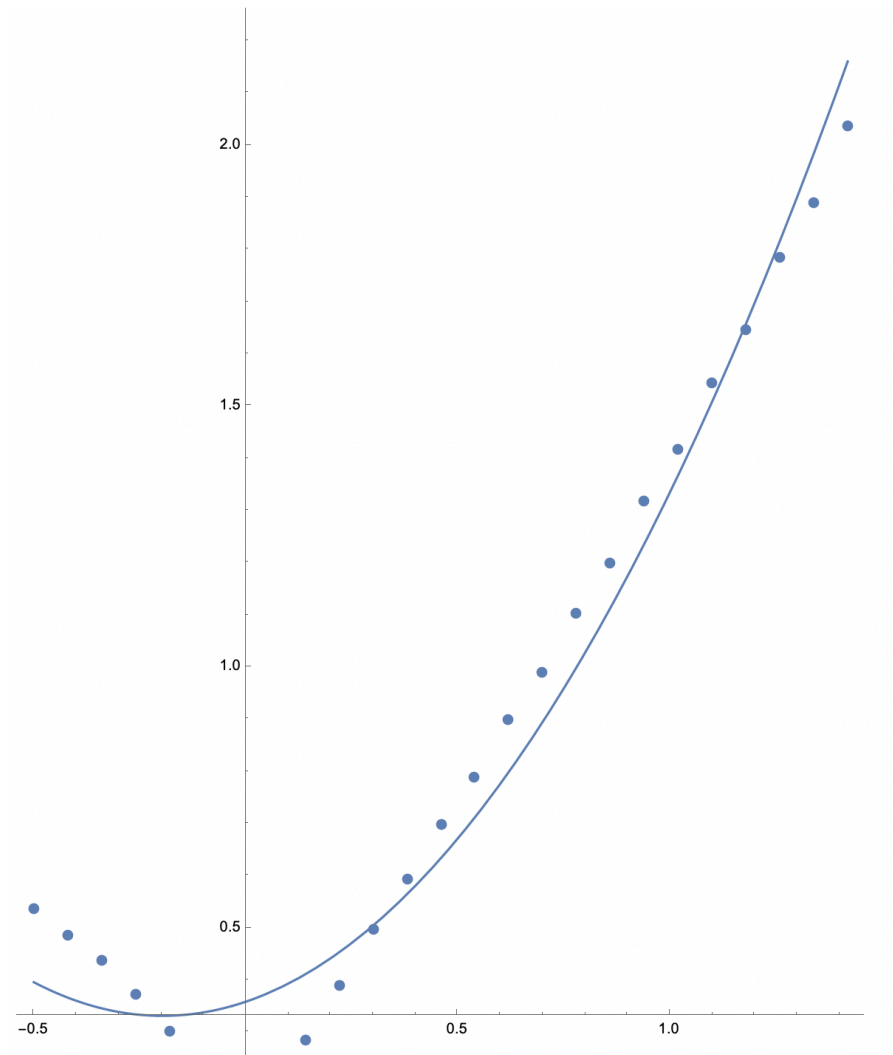
Сумма квадратов отклонения в узла:

```
In[55]:= For[i = 1, i ≤ 25, i++,  
    SumData[i] = N[gr30[x1data[[i]]]]];;  
sum =  $\sum_{i=1}^{25} (\text{SumData}[i] - y1data[[i]])^2$ 
```

Out[56]= 1.37428

Многочлен 2 порядка:

$$0.358353 + 0.275264 x + 0.700123 x^2$$



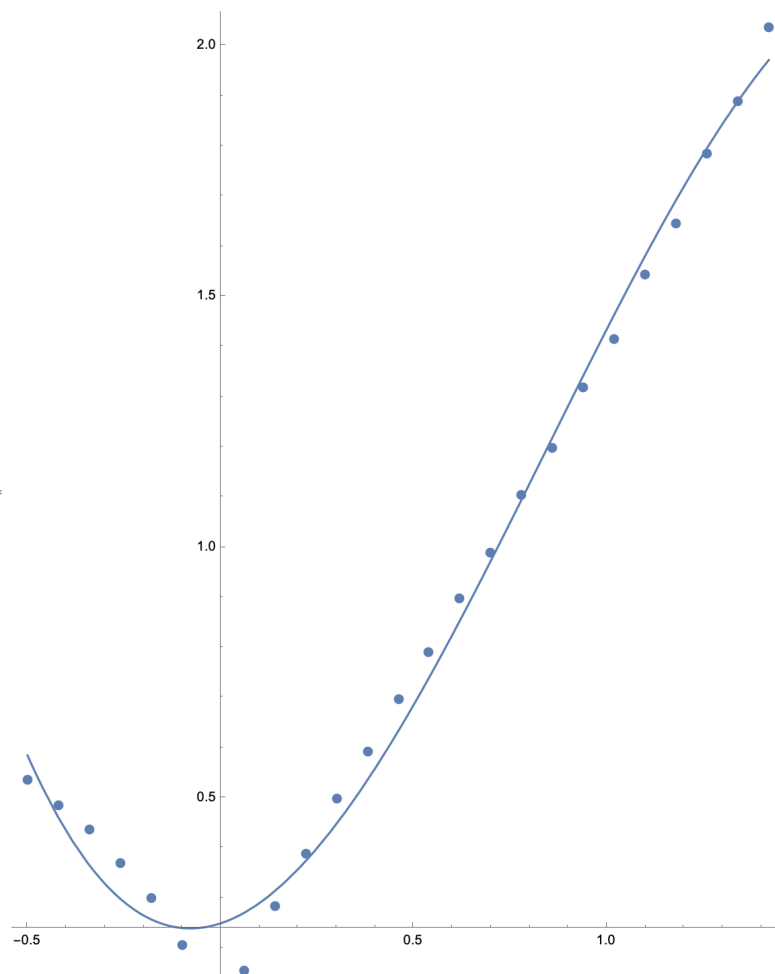
Сумма квадратов отклонения в узла:

```
In[57]:= For[i = 1, i ≤ 25, i++,
    SumData[i] = N[app[x1data[[i]]]];];
sum = ∑i=125 (SumData[i] - y1data[[i]]) ^ 2
```

Out[58]= 0.293715

Многочлен 3 порядка:

$$0.250189 + 0.252709 x + 1.54043 x^2 - 0.608918 x^3$$



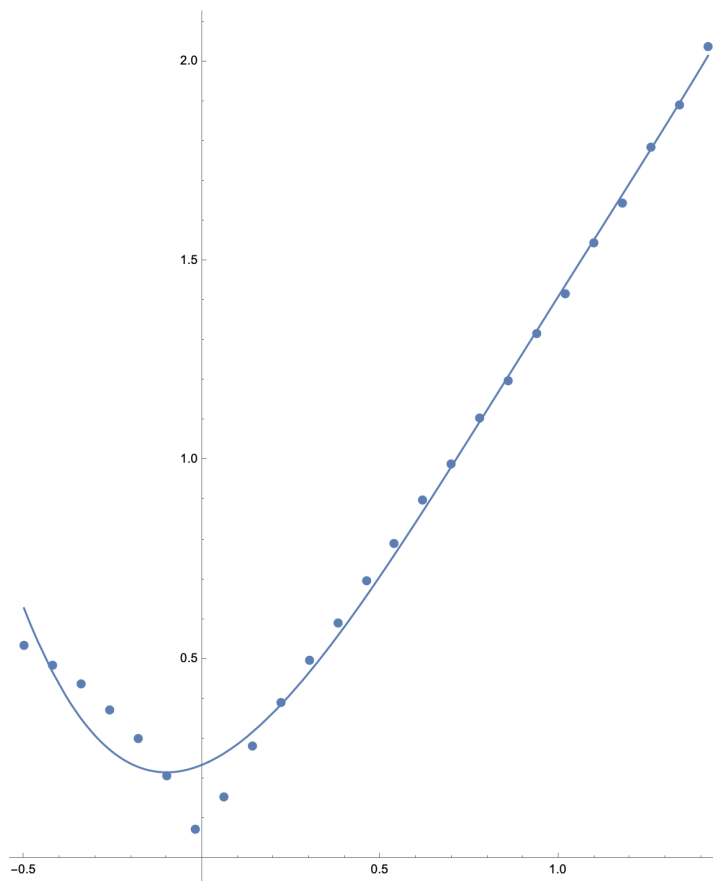
Сумма квадратов отклонения в узла:

```
In[51]:= For[i = 1, i ≤ 25, i++,
    SumData[i] = N[app1[x1data[[i]]]];];
sum = ∑i=125 (SumData[i] - y1data[[i]]) ^ 2
```

```
Out[52]= 0.0865592
```

Многочлен 4 порядка:

$$0.235355 + 0.367251 x + 1.66214 x^2 - 1.14416 x^3 + 0.290891 x^4$$

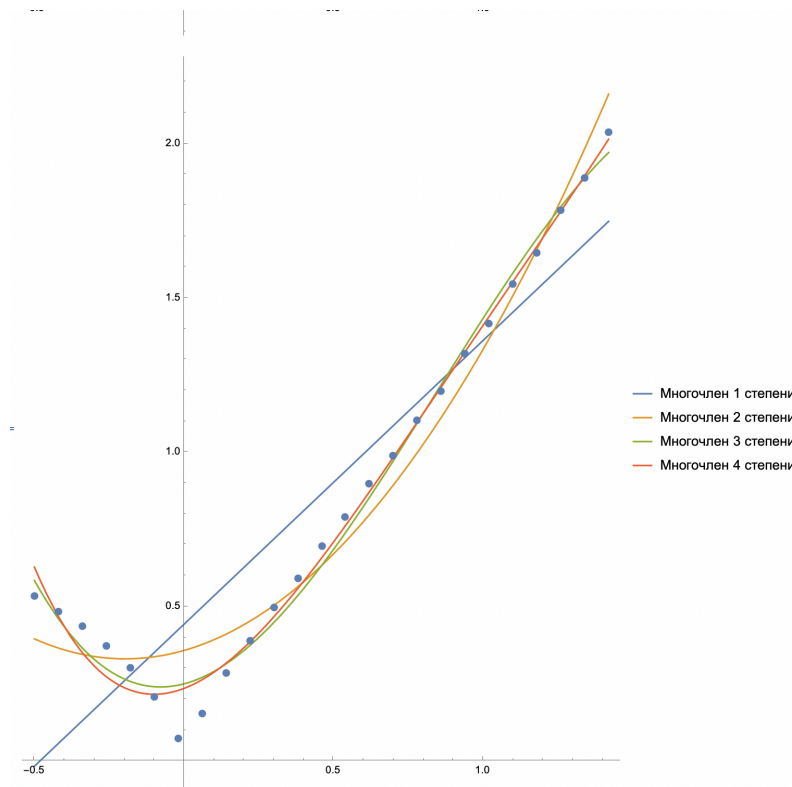


Сумма квадратов отклонения в узла:

```
In[53]:= For[i = 1, i ≤ 25, i++,
    SumData[i] = N[app2[x1data[[i]]]];];
sum =  $\sum_{i=1}^{25} (\text{SumData}[i] - y1data[[i]])^2$ 
```

Out[54]= 0.07486

Ниже приведен общий график многочленов



Из результатов видно, что чем больше степень многочлена, тем меньше сумма квадратов отклонения в узлах, а значит погрешность тоже меньше. Максимальная точность наблюдается при построении многочлена 4 степени, так как у него наименьшая сумма отклонений.

Задание 4.

Вычислим интеграл на основе полинома 12 степени

```
Out[55]= 0.0883836 + 0.900074 x + 7.29475 x2 - 31.9226 x3 + 15.109 x4 + 230.893 x5 -
590.834 x6 + 208.357 x7 + 1283.89 x8 - 2456.59 x9 + 2017.52 x10 - 815.908 x11 + 132.599 x12
```

Интеграл с помощью встроенной функции (полином 12 степени): 1.54264

Правые прямоугольники: 1.56918

Левые прямоугольники: 1.68937

Метод трапеции: 1.62928

Метод Симпсона: 1.62671