

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение Образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Лабораторная работа № 3

Проверила:
Самсонов П.А.

Выполнил:
Левков Г.А. гр. 121703

Минск 2022

Цель: Изучение приближения функции, заданной в узлах, алгебраическими многочленами; построение интерполяционного многочлена Ньютона и таблицы разделенных разностей; применение интерполирования для построения графика функции, заданной в узлах; исследование зависимости погрешности интерполирования от числа и взаимного расположения узлов и от гладкости функции.

Вариант: 12. $x^{1/3}, [0,8]$

Решения для n = 4:

А)

Таблица данной функции:

XDT:	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$	YDT:	$\begin{pmatrix} 0. \\ 1.25992 \\ 1.5874 \\ 1.81712 \\ 2. \end{pmatrix}$
------	---	------	--

Б)

Вычисляем таблицу разностей по рекуррентной формуле:

Out[474]//PaddedForm=

0.00000	0.62996	-0.11656	0.01739	-0.00204
1.25992	0.16374	-0.01222	0.00106	
1.58740	0.11486	-0.00586		
1.81712	0.09144			
2.00000				

В) Интреполяционные многочлены 1, 2, 3, 4, 5 порядка:

```

-----
0. + 0.629961 x
0. + 0.863071 x - 0.116555 x^2
0. + 1.00218 x - 0.22089 x^2 + 0.0173892 x^3
0. + 1.10015 x - 0.310696 x^2 + 0.0418817 x^3 - 0.00204104 x^4

```

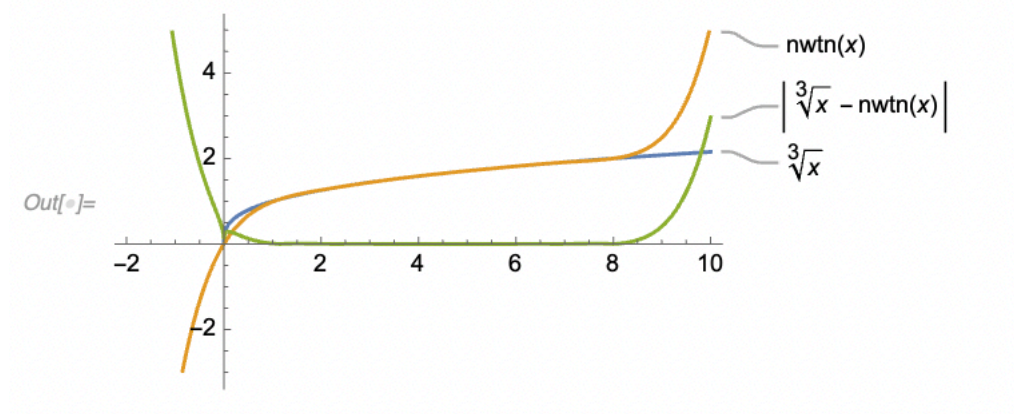
Г)

С помощью встроенной функции `InterpolatingPolynomial` получаем решение:

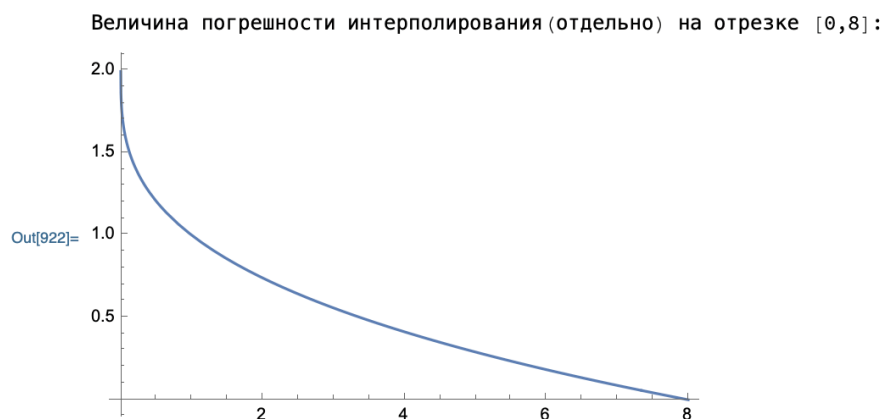
`Out[907]= {{0, 0}, {2, 1.25992}, {4, 1.5874}, {6, 1.81712}, {8, 2.}}`

`Out[909]= 2.`

Д) Выводим график интерполяционного многочлена Ньютона:



Величина погрешности интерполирование на отрезке $[0,8]$:



Максимальная абсолютная величина разности между значениями функции и интерполяционного многочлена, вычисленного для значений x_i между узлам

интерполирования:

`Out[924]= FindMaximum[Abs[x1/3 - nwtn[x]], {x, 0, 8}, x]`

`Out[926]= 0`

Максимальная величина погрешности на отрезке достигается при $x = 0$ и равна 2.

Решения для $n = 7$:

А)

Таблица данной функции:

$$\text{XDT: } \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{8}{7} \\ \frac{16}{7} \\ \frac{24}{7} \\ \frac{32}{7} \\ \frac{40}{7} \\ \frac{48}{7} \\ 8 \end{pmatrix} \quad \text{YDT: } \begin{pmatrix} 0. \\ 1.04552 \\ 1.31727 \\ 1.50789 \\ 1.65965 \\ 1.78781 \\ 1.89983 \\ 2. \end{pmatrix}$$

Б)

Вычисляем таблицу разностей по рекуррентной формуле:

Out[1024]//PaddedForm=

0.00000	0.91483	-0.29621	0.07734	-0.01589	0.00266	-0.00038	0.00000
1.04552	0.23778	-0.03106	0.00472	-0.00066	0.00008	-9.09572×10^{-6}	
1.31727	0.16680	-0.01488	0.00170	-0.00019	0.00002		
1.50789	0.13279	-0.00904	0.00083	-0.00008			
1.65965	0.11213	-0.00618	0.00048				
1.78781	0.09802	-0.00454					
1.89983	0.08765						
2.00000							

В)

$$\begin{aligned} & 0. + 0.629961 x \\ & 0. + 0.629961 x - 0.116555 \left(-\frac{8}{5} + x \right) x \\ & 0. + 0.629961 x - 0.116555 \left(-\frac{8}{5} + x \right) x + 0.0173892 \left(-\frac{16}{5} + x \right) \left(-\frac{8}{5} + x \right) x \\ & 0. + 0.629961 x - 0.116555 \left(-\frac{8}{5} + x \right) x + \\ & 0.0173892 \left(-\frac{16}{5} + x \right) \left(-\frac{8}{5} + x \right) x - 0.00204104 \left(-\frac{24}{5} + x \right) \left(-\frac{16}{5} + x \right) \left(-\frac{8}{5} + x \right) x \\ & 0. + 0.629961 x - 0.116555 \left(-\frac{8}{5} + x \right) x + 0.0173892 \left(-\frac{16}{5} + x \right) \left(-\frac{8}{5} + x \right) x - \\ & 0.00204104 \left(-\frac{24}{5} + x \right) \left(-\frac{16}{5} + x \right) \left(-\frac{8}{5} + x \right) x + 0.000554232 \left(-\frac{32}{5} + x \right) \left(-\frac{24}{5} + x \right) \left(-\frac{16}{5} + x \right) \left(-\frac{8}{5} + x \right) x \end{aligned}$$

Г)

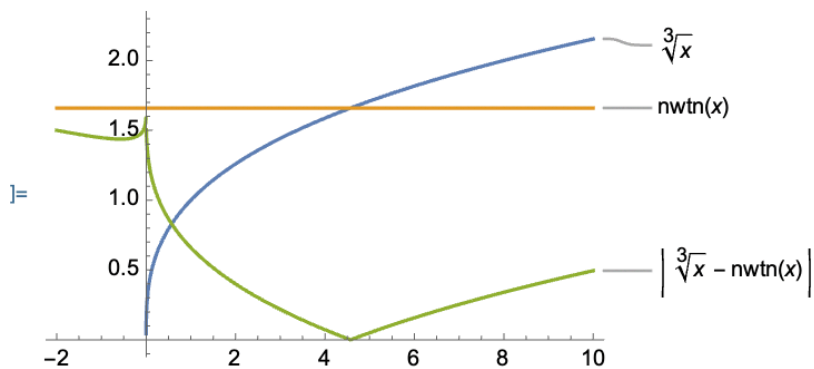
С помощью встроенной функции InterpolatingPolynomial получаем решение:

$$\text{Out[1078]} = \left\{ \{0, 0\}, \left\{ \frac{8}{7}, 1.04552 \right\}, \left\{ \frac{16}{7}, 1.31727 \right\}, \left\{ \frac{24}{7}, 1.50789 \right\}, \right. \\ \left. \left\{ \frac{32}{7}, 1.65965 \right\}, \left\{ \frac{40}{7}, 1.78781 \right\}, \left\{ \frac{48}{7}, 1.89983 \right\}, \{8, 2.\} \right\}$$

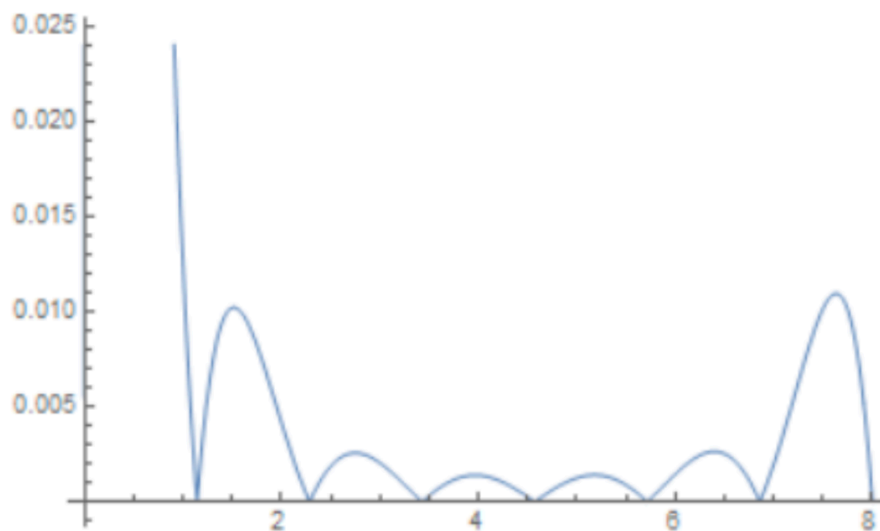
$$\text{Out[1080]} = 1.65965$$

Д)

Вывод графиков функции $f(x)$, интерполяционного многочлена, также величины погрешности интерполирования на отрезке $[-2, 10]$



Величина погрешности интерполирование на отрезке $[0, 8]$:



Максимальная величина погрешности на отрезке $[0, 8]$ достигается для $x = 0.144952$ и равна 0.339094