

### Zadanie 3.

Strukturą danych będzie wzbogacone drzewo AVL z gdzie kluczem jest liczba  $i$ .

Wzbogacenie drzewa polega na tym, że w każdym węźle trzymamy następujące dodatkowe parametry:

- wagę
- parę  $l, p$  (tak jak opisana w zadaniu)
- sumę wag elementów na przedziale od  $l$  do  $p$
- krotkę  $knw$  w postaci (największy element w poddrzewie( $nwe$ ), najmniejsze takie  $l2$  że to poddrzewo zawiera wszystkie elementy od  $l2$  do  $nwe$ , suma wag od  $l2$  do  $nwe$ ( $wnwe$ ))
- krotkę  $knm$  w postaci (najmniejszy element w poddrzewie( $nme$ ), największe takie  $p2$  że to poddrzewo zawiera wszystkie elementy od  $nme$  do  $p2$ , suma wag od  $nme$  do  $p2$ ( $wnme$ ))

Przy takiej strukturze operacje Interval i Weight sprowadzają się do znalezienia elementu  $i$  w drzewie, jako że jest to drzewo AVL ich złożoność to  $O(\log|S|)$  czasowa i  $O(1)$  pamięciowa.

Operacja Ini to inicjacja pustego drzewa AVL, co ma złożoność  $O(1)$  czasowa i pamięciową.

Operacja Insert jeżeli  $i$  nie ma w zbiorze, wstawia  $i$  do zbioru a następnie liczy ponownie parametry węzłów, które wykonały rotacje; swoich przodków; i ustawia swoją w następujący sposób:

- ustawia  $l$  i  $p$  na siebie samego, wagę na swoją wagę i sumę wag na swoją wagę
- jeżeli  $nme$  prawego dziecka jest równe  $i + 1$ , ustawia  $p$  na  $p2$  prawego dziecka oraz do sumy wag dodaje  $wnme$ , analogicznie jeżeli  $nwe$  prawego dziecka jest równe  $i-1$ , ustawia  $l$  na  $l2$  lewego dziecka oraz do sumy wag dodaje  $wnme$ .
- Jeżeli jest liściem ustawia obie pozostałe krotki na  $(i, i, w)$ , wpp:
  - $knw$  ustawia na  $knw$  swojego prawego dziecka rozszerzoną o ile  $l2$  prawego dziecka =  $i+1$  o siebie i jeżeli  $nwe$  lewego dziecka to  $i-1$  to o  $knw$  lewego dziecka
  - $kme$  analogicznie

Jeżeli  $i$  było już w zbiorze znajdujemy przypisany mu węzeł i aktualizujemy jego parametry dotyczące wag w opisany wyżej sposób oraz robimy to samo z jego przodkami.

Zauważmy, że aktualizacja parametrów w węźle wykonuje się w czasie stałym. A liczba „dotkniętych” węzłów jest taka jak przy zwykłym insercie w drzewie AVL więc koszt Insert jest  $O(\log|S|)$  czasowy i  $O(1)$  pamięciowy.