EXERCICE

$\forall x \; A(x) \mid\!\!-\!- \; \forall y \; A(y)$?

F1 : $\forall x \; A(x)$ hypothèse

F2 : $\forall x \; A(x) \rightarrow A(y)$ (SA4)

F3 : $A(y)$ m.p. f1 et f2

F4 : $\forall y \; A(y)$ g.

$SA_1 : (A \rightarrow (B \rightarrow A))$

$SA_2 : ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$

$SA_3 : ((\rceil A \rightarrow \rceil B) \rightarrow (B \rightarrow A))$

EXERCICE

$SA_4 : (\forall x\, A(x) \rightarrow A(t))$

$SA_5 : ((D \rightarrow B) \rightarrow (D \rightarrow \forall x\, B))$

$\forall x \ A(x) \mid\text{--} \ \exists y\, A(y)$?

F1 : $\forall y \rceil A(y) \rightarrow \rceil A(t)$ (SA4)

F2 : $((\forall y \rceil A(y) \rightarrow \rceil A(t)) \rightarrow (A(t) \rightarrow \rceil (\forall y \rceil A(y))))$ (SA3)

F3 : $(A(t) \rightarrow \exists y\, A(y))$ m.p. f1 et f2

F4 : $\forall x\, A(x) \rightarrow A(t)$ (SA4)

F5 : $\forall x \ A(x)$ hypothèse

F6 : $A(t)$ m.p. f4et f5

F7 : $\exists y\, A(y)$ m.p.f6 et f3

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PROPOSITIONS

Proposition 1 :

Pour tout A : $(A \rightarrow A)$ est un théorème

Proposition2

Si A1, ... , An-1 |---- $(An \rightarrow B)$ alors A1, ... , An |--- B

Proposition3 (théorème de déduction) :

Soient A_1, ... , A_{n-1}, A_n des formules closes

Si A_1, ... , A_{n-1}, A_n |---- B alors A_1, ... , A_{n-1} |--- $(A_n \rightarrow B)$

$SA_1 : (A \rightarrow (B \rightarrow A))$

$SA_2 : ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$

$SA_3 : ((\urcorner A \rightarrow \urcorner B) \rightarrow (B \rightarrow A))$

$SA_4 : (\forall x\, A(x) \rightarrow A(t))$

$SA_5 : ((D \rightarrow B) \rightarrow (D \rightarrow \forall x\, B))$

$\vdash (A \rightarrow A)$?

F1 : $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ (SA1)

F2 : $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A))$ (SA1)

F3 : $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$ (SA2)

F4 : $((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$ m.p. F2 et F3

F5 : $(A \rightarrow A)$ m.p. F1 et F4

On a : A1, ……………., An-1|— (An→B)

A-t-on A1, ……… , An-1, An|— B ?

F1 :

SAi et m.p et les hypothèses

Fp : (An→B)
Fp+1 : An hypothèse
Fp+2 : B par m.p. sur Fp+1 et Fp

Soient $A_1, \ldots\ldots , A_{n-1}, A_n$ des formules closes

Si $A_1, \ldots , A_{n-1}, A_n$ |---- B alors $A_1, \ldots\ldots , A_{n-1}$ |--- $(A_n \rightarrow B)$

Démonstration du théorème de déduction

Par récurrence sur la longueur K de la déduction

Pour K=1

1er cas : B axiome

F1 : B

F2 : (B->(An->B)) (SA1)

F3 : (An->B) (m.p. F1 et F2)

2ème cas : B est l'une des hypothèses A1, ….. , An-1

F1 : B

F2 : (B->(An->B)) (SA1)

F3 : (An->B) (m .p. F1 et F2)

3ème cas : B est An

|-- (An->B) d'après la proposition 1 et donc A1, …… , An-1 |-- (An->B)

Soient $A_1, \ldots\ldots, A_{n-1}, A_n$ des formules closes

Si $A_1, \ldots, A_{n-1}, A_n$ |---- B alors $A_1, \ldots\ldots, A_{n-1}$ |--- $(A_n \rightarrow B)$

Démonstration du théorème de déduction

On suppose la propriété vraie pour $k<k_0$

Il ya 4 cas possibles :

(a)B axiome

(b) B = A1ou ….ou An-1

(c) B = An

(d) B est obtenu par le m.p. à partir de (C->B) et C

SA_2 : $((A\rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B)\rightarrow(A \rightarrow C)))$

Les cas (a), (b) et (c) pareil que k=1

(C->B) et C sont des formules de la déduction B à partir des hypothèses $(A_i)_{1\leq i\leq n}$

Donc :

A1, ….. , An|-- (C->B) (en moins de k_0 étapes)

A1, ….. , An|-- C (en moins de k_0 étapes)

L'hypothèse de récurrence donne que :

A1, ….. , An-1|— (An->(C->B))

A1, ….. , An-1|— (An->C)

Grâce à (SA2)

A1, ….. , An-1|-- ((An->(C->B))->((An->C)->(An->B))

((An->C)->(An->B)) par m.p

(An->B) par m.p

(e)B est obtenu par application de g. B = ∀ x C

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

Soient A_1, ……. , A_{n-1}, A_n des formules closes

Si A_1, … , A_{n-1}, A_n |---- B alors A_1, …… , A_{n-1} |--- ($A_n \rightarrow B$)

cas : B = ∀ x C g. (généralisation) : A |-- ∀x A

F1

$(A_i)_{1 \leq i \leq n}$

C

SA_5 : ((D → B) → (D → ∀x B))

Fk : B= ∀ x C

A_1, …… , A_{n-1} |--- ($A_n \rightarrow C$)

g_{k_0} : C

$g_{k_0}+1$: (($A_n \rightarrow C$)

$g_{k_0}+2$: (($A_n \rightarrow C$) → ($A_n \rightarrow \forall x$ C))

$g_{k_0}+3$: ($A_n \rightarrow \forall x$ C)) soit ($A_n \rightarrow B$)

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

SEMANTIQUE

Une interprétation d'une fbf G est définie par les étapes suivantes :

- Définir un domaine d'interprétation D i.e. un ensemble non vide d'éléments qui sont les valeurs possibles des termes
- Assigner à chaque constante de G un élément de D
- Assigner à chaque prédicat d'arité $n \geq 1$ une application de D^n dans {V,F}
- Assigner à chaque proposition une valeur dans {V,F}
- Assigner à chaque fonction d'arité $n \geq 1$ une application de D^n dans D

On dit alors que G est interprétée sur D.

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

TERMINOLOGIE

- Un modèle d'une formule f est une interprétation i telle que i(f)=V
- On appelle tautologie (ou thèse) toute formule A telle que pour toute interprétation i , i(A)=V. On écrit alors $\models A$.
- On dit que la formule B est conséquence de la formule A si pour toute interprétation i telle que i(A)=V, on a aussi i(B)=V. On écrit alors $A \models B$
- B est conséquence de $\wp$ ($\wp \models B$) si pour toute interprétation i telle que pour tout A de $\wp$ i(A)=V, on a aussi i(B)=V.
- On dit qu'une formule A est satisfiable ou consistante s'il existe une interprétation i telle que i(A)=V
- On dit que l'ensemble des formules $\wp$ est satisfiable ou consistant s'il a un modèle (insatisfiable ou inconsistante dans le cas contraire)

PROPOSITIONS

Proposition4:

Soit A une formule

Si |-- A (i.e. théorème) alors |== A(tautologie)

Proposition5 (théorème de complétude):

Soit A une formule , Si |== A alors |-- A

Proposition6 (théorème de compacité):

Soit F un ensemble de formules.

Si toute famille finie F′ ⊂ F est satisfiable, alors F est satisfiable

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PROPOSITIONS

Proposition7 (théorème de finitude):

Soit F un ensemble de formules et B une fbf

Si F |= B alors il existe F′ ⊂ F , F′ fini, tel que : F′ |= B

Proposition8 (théorème de complétude généralisé):

Soit F un ensemble de formules et B une fbf

F |= B si et seulement si F |-- B

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

EXERCICE

$\mathcal{A} \models B$ si et seulement si $\mathcal{A} \cup \{\neg B\}$ insatisfiable

- Supposons que $\mathcal{A} \models B$

Soit i une interprétation

Si i[a] = V pour tout a $\in \mathcal{A}$ alors i[B]=V. Donc i[$\neg$ B]=F et i n'est pas modèle de $\mathcal{A} \cup \{\neg B\}$

Si i[a] = F pour un a $\in \mathcal{A}$ alors i n'est pas modèle de $\mathcal{A} \cup \{\neg B\}$

- Supposons que $\mathcal{A} \cup \{\neg B\}$ soit insatisfiable

Soit i telle que i[a]=V pour tout a de $\mathcal{A}$

Puisque $\mathcal{A} \cup \{\neg B\}$ n'a pas de modèle, il est impossible que i[$\neg$ B] soit V donc i[B]=V

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

EXERCICE

$\mathcal{F}$ |-- ⌉B si $\mathcal{F}$ n'a pas de modèle où B tautologie

Si $\mathcal{F}$ |-- ⌉B alors $\mathcal{F}$ |= ⌉ B, donc à chaque fois que i[A]=V pour tout A $\in \mathcal{F}$, on a i[⌉ B]=V. Comme pour toute interprétation i on a i[B]=V, on voit qu'il ne peut exister de i tel que i[A]=V pour tout A de $\mathcal{F}$ i.e. $\mathcal{F}$ n'a pas de modèle.

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

FORMES NORMALES

➢Un littéral est une formule sous la forme X ou $\rceil$X où X est un atome

➢Une clause est une disjonction de littéraux

➢On appelle forme normale conjonctive toute formule de la forme $G = \wedge_{i=1..n} H_i$ où H_i est une disjonction finie de littéraux

➢On appelle forme normale disjonctive toute formule de la forme $G = \vee_{i=1..n} H_i$ où H_i est une disjonction finie de littéraux

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

FORMES NORMALES PRENEXE

Une fbf G est une forme normale prénexe ssi G s'écrit sous la forme suivante : $G = (Q_1\ x_1 \ldots Q_n x_n)\ M$

où $Q_i = \exists$ ou $\forall$

et M est une fbf sans quantificateur dite matrice

Exemple : $(\forall x)(\exists y)(\exists z)\ P(x,y) \rightarrow H(x,z)$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

FORMES EQUIVALENTES

$F \rightarrow G \equiv \neg F \vee G$

$\neg F \rightarrow G \equiv F \vee G$

$\neg(F \rightarrow \neg G) \equiv F \wedge G$

$F \leftrightarrow G \equiv (\neg F \wedge \neg G) \vee (F \wedge G)$

$\neg(\neg G) \equiv G$

$\neg (A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

$\neg (A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$

$\neg (\forall x P(x)) \equiv \exists x \neg P(x)$

$\neg (\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

ORDRE DES QUANTIFICATEURS

$\forall x\ \exists y\ (x>y) \Rightarrow$ y est fonction de x

$\exists x\ \forall y\ (x>y) \Rightarrow$ y est indépendant de x

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

FORME DE SKOLEM

$\forall x\, \exists y\, (x>y) \Rightarrow$ y est fonction de x

$\exists x\, \forall y\, (x>y) \Rightarrow$ y est indépendant de x

Soit $Q_1x_1 \ldots Q_mx_m\ B(x_1, x_2, \ldots, x)$ une formule A mise sous forme prénexe.

On appelle forme de Skolem de A et on note A^S la formule obtenue en enlevant tous les quantificateurs $\exists x_i$, en remplaçant chacune des variables x_i quantifiée avec un $\exists$ par $f_i\ (x_{j1}, x_{j2}, \ldots, x_{jl})$ où $x_{j1}, x_{j2}, \ldots, x_{jl}$ sont les variables quantifiées par des $\forall$ placés avant le $\exists x_i$. On suppose bien sûr que tous les fi introduits sont différents de tous ceux par ailleurs. Lorsqu'il n'y a aucun quantificateur $\forall$ devant le $\exists\ x_i$, le symbole que l'on introduit est une constante.

$A = \forall x\ p(x) \wedge \exists\ y\ q(y)$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

EXEMPLES

Formule	Forme de Skolem
$\exists x\ p(x,f(x))$	$p(a,f(a))$
$\forall x\ \exists y\ p(x,f(y))$	$\forall x\ p(x,f(f1(x)))$
$\exists x_1\ \forall x_2\ \exists x_3\ \exists x_4\ (p(x_1,x_2) \rightarrow r(x_3,x_4))$	$\forall x_2\ (p(a,x_2) \rightarrow r(f_1(x_2),f_2(x_2)))$
$\exists x_1\ \forall x_2\ \exists x_3\ \forall x_4\ \exists x_5\ p(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)$	$\forall x_2\ \forall x_4\ p(a,x_2,f_1(x_2),x_4,f_2(x_2,x_4))$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

Méthode de transformation d'une fbf en fnp

1. Eliminer les connecteurs → et <->

$(G <-> F) \equiv (G \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow G)$

$(G \rightarrow F) \equiv (\neg G \vee F)$

2. Accoler les connecteurs ¬ aux atomes concernés

$\neg(\neg G) \equiv G$

$\neg(F \vee G) \equiv \neg F \wedge \neg G$

$\neg(F \wedge G) \equiv \neg F \vee \neg G$

$\neg((\forall X)\ P(X)) \equiv (\exists X)\ \neg P(X)$

$\neg((\exists X)\ P(X)) \equiv (\forall X)\ \neg P(X)$

3. Rebaptiser les variables liées si nécessaire de sorte que chaque quantificateur gouverne une variable originale

$(\forall X)\ P(X) \equiv (\forall Y)\ P(Y)$

$(\exists X)\ P(X) \equiv (\exists Y)\ P(Y)$

4. Déplacer tous les quantificateurs à gauche de la formule (sans changer l'ordre relatif)

$((Q1\ X)\ F(X)) \vee ((Q2\ Y)\ H(Y)) \equiv (Q1\ X)\ (Q2\ Y)\ (F(X) \vee (H(Y))$

$((Q1\ X)\ F(X)) \wedge ((Q2\ Y)\ H(Y)) \equiv (Q1\ X)\ (Q2\ Y)\ (F(X) \wedge (H(Y))$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

Exercices skolémisation

$(\exists X\ (P(X) \rightarrow Q(X))) \rightarrow (\forall X\ P(X) \rightarrow \exists X\ Q(X))$

$\equiv (\neg(\exists X\ (P(X) \rightarrow Q(X))) \vee ((\forall X)\ P(X) \rightarrow \exists X\ Q(X))$

$\equiv (\neg(\exists X\ (\neg P(X) \vee Q(X))) \vee ((\neg(\forall X\ P(X))) \vee \exists X\ Q(X))$

$\equiv (\forall X\ (P(X) \wedge \neg Q(X))) \vee (\exists X\ (\neg P(X)) \vee \exists X\ Q(X))$

$\equiv (\forall X\ (P(X) \wedge \neg Q(X))) \vee (\exists X\ (\neg P(X) \vee Q(X)))$

$\equiv (\forall X\ (P(X) \wedge \neg Q(X))) \vee (\exists Y\ (\neg P(Y) \vee Q(Y)))$

$\equiv \forall X\ \exists Y\ ((P(X) \wedge \neg Q(X)) \vee (\neg P(Y) \vee Q(Y)))$

$(\forall X)\ P(X) \rightarrow (\exists X)\ Q(X)$

$\equiv (\neg((\forall X)\ P(X))) \vee (\exists X)\ Q(X)$

$\equiv (\exists X)\ \neg P(X)) \vee (\exists X)\ Q(X)$

$\equiv (\exists X)\ (\neg P(X) \vee Q(X))$

THEOREME DE SKOLEM

Proposition9:

✓Soit $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ un ensemble fini de formules du calcul des prédicats

✓Soit $\{A_1^S, A_2^S, \ldots, A_n^S\}$ l'ensemble des formules de Skolem de ces formules

{A1, …., An} admet un modèle de domaine E

si et seulement si

$\{A_1^S, A_2^S, \ldots, A_n^S\}$admet un modèle de domaine E

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PRINCIPE DE RESOLUTION

Démontrer que la formule T est conséquence de *A* est équivalent à démontrer que : *A* U{$\rceil$T} n'a pas de modèle

On est donc ramené au problème de savoir si un certain ensemble de formules F_0 possède des modèles ou non. Pour résoudre un tel problème, on procède de la manière suivante :

- ✓Mise sous forme prénexe des formules de $F_0 \Rightarrow F_1$
- ✓Mise sous forme de Skolem des formules de $F_1 \Rightarrow F_2$
- ✓Suppression des quantificateurs universels de $F_2 \Rightarrow F_3$
- ✓Mise sous forme de clauses des formules de $F_3 \Rightarrow F_4$

Existence de modèles pour F_0 <u>équivalent à</u> l'existence des modèles pour chaque F_i en particulier F_4

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

EXEMPLE

Soit $T = \exists x \exists y\, q(x, y)$ et $A = \{\forall x\, (p(x) \rightarrow \exists y\, (r(y) \wedge q(x,y)))\, ,\ \exists x\, p(x)\}$

$A \models T$?

$F_0 = \{\forall x\, (p(x) \rightarrow \exists y\, (r(y) \wedge q(x,y)))\, ,\ \exists x\, p(x),\ \rceil \exists x \exists y\, q(x, y)\ \}$

F_1 : Mise sous forme Prenexe

$F_1 = \{\forall x \exists y\, (\rceil p(x) \vee (r(y) \wedge q(x,y))),$
$\exists x\, p(x),$
$\forall x \forall y\, \rceil q(x, y)\ \}$

F_2 : Mise sous forme Skolem

$F_2 = \{\forall x\, (\rceil p(x) \vee (r(f(x)) \wedge q(x,f(x))))\, ,$
$p(a),$
$\forall x \forall y\, \rceil q(x, y)\ \}$

F_3 : Suppression des $\forall$

$F_3 = \{(\rceil p(x) \vee (r(f(x)) \wedge q(x,f(x)))),$
$p(a),$
$\rceil q(x, y)\ \}$

F_4 : Mise sous forme clauses

$F_4 = \{\rceil p(x) \vee q(x,f(x))\, ,$
$\rceil p(x) \vee r(f(x)),$
$p(a),$
$\rceil q(x, y)\ \}$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PRINCIPE DE RESOLUTION

A priori, pour savoir si un ensemble de formules du calcul des prédicats du premier ordre admet un modèle il faut réaliser une infinité d'essais : essayer s'il y a un modèle ayant un domaine à un élément, deux éléments, ..., essayer s'il y a un modèle ayant un domaine à une infinité d'éléments. Chacun de ces essais se divise lui même en un très grand nombre d'essais.

L'intérêt du théorème de Herbrand est qu'il permet de se ramener à un seul essai.

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PRINCIPE DE RESOLUTION

<u>Univers de Herbrand :</u>

On appelle univers de Herbrand associé à $\{A_1, \ldots, A_n\}$ et on note $U_{\{A1, \ldots, An\}}$ l'ensemble de tous les termes sans variables construits à partir du vocabulaire des formules de $\{A_1, \ldots, A_n\}$.

De manière à n'avoir jamais d'univers de Herbrand vide, lorsque ce vocabulaire ne contient pas de constante, on en introduit une.

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

EXEMPLE

$A_1 = \rceil p(x) \vee q(x,f(x))$

$A_2 = \rceil p(x) \vee r(f(x))$

$A_3 = p(a),$

$A_4 = \rceil q(x , y)$

$U_{\{A1, \ldots, A4\}} = \{a, f(a), f(f(a)), \ldots\ldots , f(f(\ldots.a)\ldots)),\ldots..\}$

N.B : Dès qu'il y a un symbole fonctionnel l'univers de Herbrand est infini

PRINCIPE DE RESOLUTION

Atomes de Herbrand

On appelle atomes de Herbrand associés à $\{A_1, \ldots, A_n\}$ et on note $A_{\{A1, \ldots, An\}}$ l'ensemble de tous les atomes sans variables construits à partir du vocabulaire des formules de $\{A_1, \ldots, A_n\}$, c'est à dire de toutes les formules de la forme $p(t_1,t_2, .., t_r)$ où p est un symbole de prédicat de l'une des formules $A_1, A_2, \ldots, A_n$ et où $t_1, t_2, \ldots, t_r$ sont des éléments de $U_{\{A1, \ldots, An\}}$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

EXEMPLE

$A_1 = \rceil p(x) \vee q(x,f(x))$

$A_2 = \rceil p(x) \vee r(f(x))$

$A_3 = p(a)$,

$A_4 = \rceil q(x , y)$

$A_{\{A1,\ A2,\ A3,\ A4\}} = \{p(a), r(a), q(a,a), p(f(a)), r(f(a)), q(a,f(a)), q(f(a),f(a)), p(f(f(a))), \ldots\ldots\}$

$U_{\{A1,\ \ldots,\ A4\}} = \{a, f(a), f(f(a)), \ldots\ldots , f(f(\ldots.a)\ldots)), \ldots.\}$

On écrit d’abord les atomes n’utilisant que le terme a; puis ceux utilisant en plus, le terme f(a); puis ceux utilisant en plus, le terme f(f(a)); etc ….

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PRINCIPE DE RESOLUTION

Système de Herbrand

On appelle système de Herbrand associé à $\{A_1, \ldots, A_n\}$ et on note $S_{\{A1, \ldots, An\}}$ l'ensemble de toutes les formules obtenues à partir des A_i en remplaçant dans les A_i les variables par des éléments de l'univers de Herbrand. Lorsque les A_i sont des clauses, les formules du système de Herbrand sont toutes des disjonctions d'atomes de Herbrand et de négations d'atomes de Herbrand

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

EXEMPLE

$A_1 = \rceil p(x) \vee q(x,f(x))$

$A_2 = \rceil p(x) \vee r(f(x))$

$A_3 = p(a),$

$A_4 = \rceil q(x , y)$

$U_{\{A1,\ A2,\ A3,\ A4\}} = \{a, f(a), f(f(a)), \ldots\ldots. , f(f(\ldots.a)\ldots)),\ldots..\}$

Comme pour les atomes de Herbrand, on écrit d'abord les formules obtenues à partir de A_1, A_2, A_3, A_4 en substituant a aux variables; puis celles obtenues en substituant a ou f(a) aux variables; etc ….

$S_{\{A1,\ A2,\ A3,\ A4\}} = \{\rceil p(a) \vee q(a,f(a)), \rceil p(a) \vee r(f(a)), p(a), \rceil q(a,a),$

$\rceil p(f(a)) \vee q((f(a)),f((f(a))), \rceil p(f(a)) \vee r(f(f(a))), \rceil q(a,f(a)),$

$\rceil q(f(a),a), \rceil q(f(a),f(a)), \ldots..\}$

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PRINCIPE DE RESOLUTION

Proposition10 : (théorème de Herbrand)

Soit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ un ensemble fini de clauses.

Les trois affirmations suivantes sont équivalentes :

- ✓ $\{A_1, \ldots, A_n\}$ possède un modèle
- ✓ $\{A_1, \ldots, A_n\}$ possède un modèle dont le domaine est l'univers de Herbrand $U_{\{A1, \ldots, An\}}$
- ✓ Le système de Herbrand $S_{\{A1, \ldots, An\}}$ considéré comme un ensemble de formules du calcul propositionnel dont les atomes sont $A_{\{A1, \ldots, An\}}$ possède un modèle

CALCUL DES PREDICATS DU 1er ORDRE

PRINCIPE DE RESOLUTION

On numérote les formules de $S_{\{A1, \ldots, An\}} = \{F_0, \ldots, F_m, \ldots..\}$

<u>Proposition 11 :</u>

L'ensemble $\{A_1, \ldots, A_n\}$ n'admet pas de modèle si et

seulement si une des formules $F_0 \wedge F_1 \wedge \ldots.. \wedge F_m$ est insatisfiable