**《概率论与数理统计专题》期末试题**

1. 服从均匀分布U(0,2)且相互独立，

(a) 试求的密度函数；

(b) 试求的密度函数

2. 已知随机变量独立同分布于参数为p的0-1分布，令

，

(a)试证明

(b)试证明当时，方差的估计值满足



(c) 试证明当时，



3.已知随机样本来自分布



(a) 试求的极大似然估计；

(b) 试证明为的充分统计量。

4. 在以下假设检验问题中，求检验的第一和第二类错误，以及在H1情形下的功效。

(1).设为独立同分布样本，服从两点分布，考虑假设检验问题 。检验的拒绝域为

(2).设相互独立，都服从Poisson分布，考虑假设检验问题 。检验的拒绝域为

5.请回答一下四个问题。

(1)请写出依概率收敛、以概率1收敛和依分布收敛的定义，并写出三者之间的关系，并通过举例子说明三种收敛。

(2)查询文献，写出你所能查到的中心极限定理，并举出例子。

(3)写出矩估计和极大似然估计的概念，并举出一个例子，同时用这两种方法进行估计，比较二者的异同。

(4)写出假设检验中双边假设检验和单边假设检验的概念，通过举例子说明二者的异同。

6.请基于R软件完成如下问题。

(1)用数值模拟的方法验证样本均值与总体均值的关系。

(2)写出一个中心极限定理，并用数值模拟的方法进行验证。

(3)用数值模拟方法比较U检验和t检验的表现