Irányítástechnika 10.hét
Ismétlés PID szabályozó + szabályozók mintavételes megvalósítása

Dr. Drexler Dániel András, Pamuki-Puskás Melánia

Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar

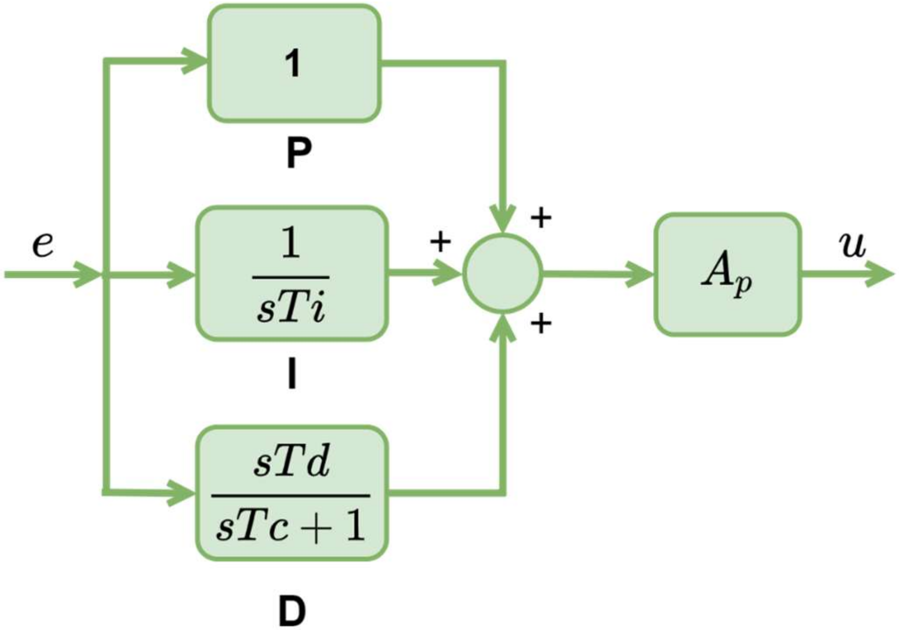
Ismétlés: PID szabályozó

PID-ben az összes tag előnye benne van:

- Mint a PI és PD szabályozó, a PID is a P szabályozóra épül.
- A D tag előnye, hogy nagyot tud gyorsítani a rendszeren, de hátránya, hogy emiatt nagy a beavatkozó jel.
- Az I tag kikompenzálja a maradó hibát (”eltűnteti”).

Átviteli függvény:

$$Wc(s) = A_p\left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{sTc+1}\right)$$



Ismétlés: PID szabályozó időállandós alak

Időállandós alak:

Közös nevező

$$Wc(s) = A_p\left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{sTc+1}\right) = A_p\left(\frac{sTi(sTc+1) + (sTc+1) + (sTd \cdot sTi)}{sTi(sTc+1)}\right) =$$

Zárójel kibontás a számlálóban

$$= A_p\left(\frac{s^2TiTc + sTi + sTc + 1 + s^2TdTi}{sTi(sTc+1)}\right) =$$

Kiemelés

$$= Ap\left(\frac{s^2Ti(Td+Tc) + s(Ti+Tc) + 1}{sTi(sTc+1)}\right) =$$

$$= \boxed{\frac{Ap}{Ti} \cdot \frac{s^2Ti(Td+Tc) + s(Ti+Tc) + 1}{s(sTc+1)}}$$

MATLAB

Ismétlés: PID szabályozó - póluskiejtés

MATLAB: $T_c^2 \cdot (-(N+1)) + Tc \cdot (T_1 + T_2)(N+1) - T_1 \cdot T_2 = 0$

- Ennek a polinomnak az együtthatói ismertek.
- Matlab-ban meghatározzuk a polinom gyökeit (*roots* parancs), ami azt jelenti, hogy Tc-re kettő darab megoldást fogunk kapni.

Fontos:

- **Mindig a kisebbet fogadjuk el megoldásnak.**
- **Ha a kisebb egy negatív érték, akkor a nagyobbat választjuk.**
- **Ha mind a kettő negatív, akkor az azt jelenti, hogy N (szűrőegyüttható) értéke nem optimális! → ebben az esetben megváltoztatjuk N értékét és újra kiszámítjuk a gyököket.**

Ismétlés: PID szabályozó - póluskiejtés

Ha megkaptuk Tc értékét, akkor a következő képletek alkalmazásával kiszámítjuk Ti és Td értékét is:

$$Ti = T_1 + T_2 - Tc$$

$$Td = N \cdot Tc$$

MATLAB

Miután ismerjük Ti, Tc, és Td értékét, megadhatjuk a PID szabályozó átviteli függvényét.

Szabályozók diszkrét idejű megvalósítása

Ismétlés: Frekvencia és köfrekvencia

Frekvencia (1/sec vagy Hz) | Körfrekvencia (rad/sec)

$$f \xrightarrow{\cdot 2\pi} \omega$$

Ismétlés: Shannon-Nyquist-tétel

Legyen a rendszerben előforduló jelek határfrekvenciája f_h . Ekkor a Shannon-Nyquist-tétel miatt az f_s mintavételi frekvencia értéke <u>legalább</u> $f_s = 2f_h$ kell, hogy legyen.

Mintavételi idő számítása (Ts)

A zárt kör úgy működik, mint egy aluláteresztő szűrő, aminek a határfrekvenciája a vágási körfrekvencia. Ezért a határfrekvenciára használhatjuk a következő közelítést:

$$f_h = \frac{\omega_c}{(2\pi)}$$

A mintavételi frekvenciáról tudjuk, hogy fordítottan arányos a mintavételi idővel:

$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

Shannon-Nyquist-tétel szerint tehát:

$$f_s \geq 2 f_h$$

$$\frac{1}{T_s} \geq 2\frac{\omega_c}{2\pi}$$

$$\boxed{T_s \leq \frac{\pi}{\omega_c}}$$

Fázistartalék romlás

Diszkrét mintavételezés miatt fellépő fázisveszteség:

$$\Delta\varphi_t \approx \frac{\omega_c T_s}{2} \cdot \boxed{\frac{180}{\pi}}$$ (váltás °-ba)

Ts-re rendezve megkaphatjuk azt a mintavételi időt, amivel a romlás legfeljebb egy adott értékű:

$$T_s \leq \frac{2}{\omega_c} \cdot \Delta\varphi_t \cdot \boxed{\frac{\pi}{180}}$$ (váltás rad/sec-ba)

Szabályozók diszkrét idejű megvalósítása

LTI rendszerek általános diszkrét idejű felírása:

Megj: nulladik lépésben a Matlab-os alakot osztjuk a z legnagyobb kitevőjű hatványával.

$$D_c(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_n z^{-n}} = \frac{U}{E}$$

$$E(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}) = U(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_n z^{-n})$$

$$b_0 E + b_1 z^{-1} E + b_2 z^{-2} E + \ldots + b_m z^{-m} E = U + a_1 z^{-1} U + a_2 z^{-2} U + \ldots + a_n z^{-n} U$$

$\mathcal{Z}^{-1}$ (Inverz z-transzformáció)

Rendezzük u[k]-ra

$$b_0 e[k] + b_1 e[k-1] + b_2 e[k-2] + \ldots + b_m e[k-m] = u[k] + a_1 u[k-1] + a_2 u[k-2] + \ldots + a_n u[k-n]$$

$$u[k] = b_0 e[k] + b_1 e[k-1] + b_2 e[k-2] + \ldots + b_m e[k-m] - a_1 u[k-1] - a_2 u[k-2] - \ldots - a_n u[k-n]$$

Szabályozók diszkrét idejű megvalósítása

LTI rendszerek diszkrét idejű általános felírása:

$$D_c(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_n z^{-n}} = \frac{U}{E}$$

$$E(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m}) = U(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_n z^{-n})$$

$$b_0 E + b_1 z^{-1} E + b_2 z^{-2} E + \ldots + b_m z^{-m} E = U + a_1 z^{-1} U + a_2 z^{-2} U + \ldots + a_n z^{-n} U$$

$\mathcal{Z}^{-1}$ (Inverz z-transzformáció)

Rendezzük u[k]-ra

$$b_0 e[k] + b_1 e[k-1] + b_2 e[k-2] + \ldots + b_m e[k-m] = u[k] + a_1 u[k-1] + a_2 u[k-2] + \ldots + a_n u[k-n]$$

$$u[k] = b_0 e[k] + b_1 e[k-1] + b_2 e[k-2] + \ldots + b_m e[k-m] - a_1 u[k-1] - a_2 u[k-2] - \ldots - a_n u[k-n]$$

A szabályozó differenciaegyenlete u[k]-ra rendezve.

Köszönöm a figyelmet!

Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar