Irányítástechnika 9.hét
Ismétlés (P, PI, PD + időállandós alakok)
PID szabályozó tervezés és időállandós alak

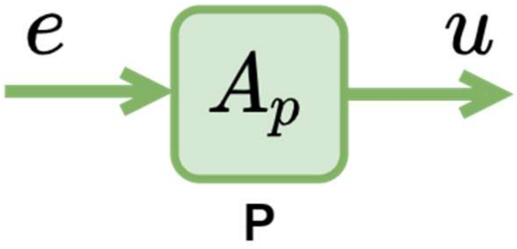
Dr. Drexler Dániel András, Pamuki-Puskás Melánia

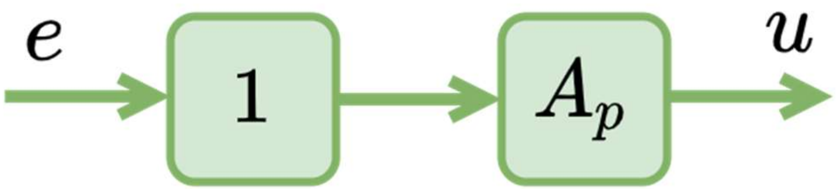
Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar

Ismétlés – P szabályozó (arányos tag)

Átviteli függvény: $W(c) = A_p$

MATLAB





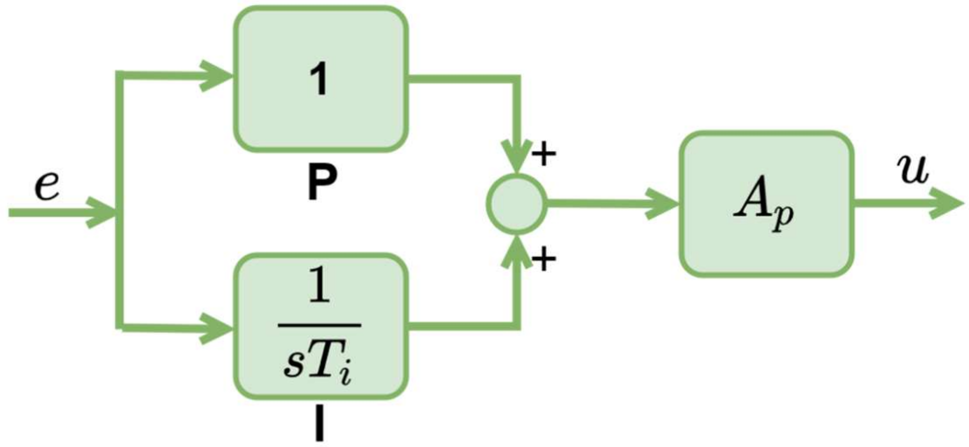
$$u = Ap \cdot e$$

Így könnyebb dolgozni az átviteli függvénnyel PI és PD és PID esetében!

- Hibával arányos jelet ad ki.
- Beállítottuk vele a fázistartalékot és a túllövést.
- „JELEN" hatása.

Ismétlés – PI szabályozó (arányos tag)

Átviteli függvény: $Wc(s) = A_p \left(1 + \frac{1}{sTi}\right)$



Időállandós alakra alakítás:

$$W_c(s) = Ap\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = Ap\left(\frac{T_i s}{T_i s} + \frac{1}{T_i s}\right) = \boxed{\frac{Ap}{T_i}\left(\frac{T_i s + 1}{s}\right)}$$

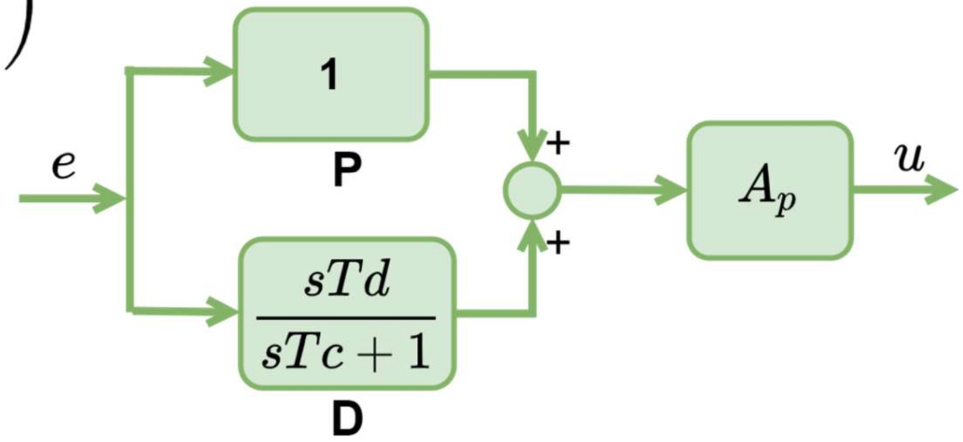
MATLAB

Ismétlés – PI szabályozó (arányos tag)

- Hibával arányos jel + hiba integráltjával arányos jelet ad ki.
- Az előzetes hibák összegét figyeli.
- Ap/Ti tag a körerősítést adja meg.
- Van nulla pólusa (s).
- Ti megválasztása: szakasz leglassabb időállandója → póluskiejtés
  → ezzel kompenzáljuk ki a lassú dinamikát a szakaszban
- Ap-vel beállítjuk a fázistartalékot, túllövést és beállási időt.
- „MÚLT” hatása.

Ismétlés – PD szabályozó (arányos tag)

Átviteli függvény: $Wc(s) = A_p\left(1 + \frac{sTd}{sTc+1}\right)$



Időállandós alakra alakítás:

$$W_c(s) = Ap\left(1 + \frac{sTd}{sTc+1}\right) = Ap\left(\frac{sTc+1}{sTc+1} + \frac{sTd}{sTc+1}\right) = \boxed{Ap\left(\frac{(Td+Tc)s+1}{sTc+1}\right)}$$

MATLAB

Ismétlés – PD szabályozó (arányos tag)

- Hibával arányos jel + hiba deriváltjával arányos jelet ad ki.
- Hiba megváltozását figyeli.
- Td+Tc megválasztása: szakasz második leglassabb időállandója → ez a legoptimálisabb.
- „JÖVŐ” hatása.
- Képletek póluskiejtéshez:

$$Td + Tc = T$$

$$Td = N \cdot Tc$$

$$\frac{Td}{Tc} = N$$

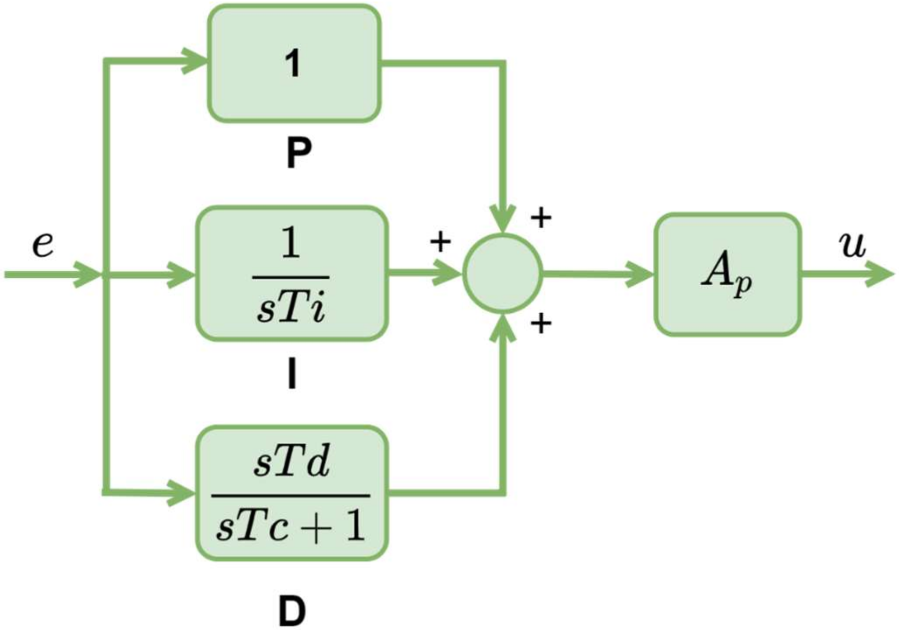
PID szabályozó

PID-ben az összes tag előnye benne van:

- Mint a PI és PD szabályozó, a PID is a P szabályozóra épül.
- A D tag előnye, hogy nagyot tud gyorsítani a rendszeren, de hátránya, hogy emiatt nagy a beavatkozó jel.
- Az I tag kikompenzálja a maradó hibát (”eltűnteti”).

Átviteli függvény:

$$Wc(s) = A_p \left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{sTc+1}\right)$$



PID szabályozó

Időállandós alak:

Közös nevező

$$W_c(s) = A_p\left(1+\frac{1}{sTi}+\frac{sTd}{sTc+1}\right) = A_p\left(\frac{sTi(sTc+1)+(sTc+1)+(sTd\cdot sTi)}{sTi(sTc+1)}\right) =$$

Zárójel kibontás a számlálóban

$$= A_p\left(\frac{s^2TiTc+sTi+sTc+1+s^2TdTi}{sTi(sTc+1)}\right) =$$

Kiemelés

$$= Ap\left(\frac{s^2Ti(Td+Tc)+s(Ti+Tc)+1}{sTi(sTc+1)}\right) =$$

$$= \boxed{\frac{Ap}{Ti}\cdot\frac{s^2Ti(Td+Tc)+s(Ti+Tc)+1}{s(sTc+1)}}$$

MATLAB

PID szabályozó - póluskiejtés

Felnyitott kör átviteli függvénye:

$$Wo(s) = \boxed{Wp(s)} \cdot \boxed{Wc(s)}$$

$$Wo(s) = \boxed{\frac{0.2}{(s+1)\underbrace{(10s+1)}_{T_1}\underbrace{(11s+1)}_{T_2}}} \cdot \boxed{\frac{A_p}{Ti} \cdot \frac{s^2Ti(Td+Tc)+s(Ti+Tc)+1}{s(sTc+1)}}$$

$$Wo(s) = \frac{0.2}{(s+1)(T_1 s+1)(T_2 s+1)} \cdot \frac{A_p}{Ti} \cdot \frac{s^2Ti(Td+Tc)+s(Ti+Tc)+1}{s(sTc+1)}$$

Mivel a PID szabályozó számlálójában másodfokú polinom szerepel, így 2 db pólust tudunk kiejteni a szakaszból. Célszerű a két leglassabbat!

Hogyan ejtünk ki pólust?

PID szabályozó - póluskiejtés

A szabályozó zérusaival szeretnénk kiejteni a szakasz két leglassabb pólusát:

$$s^2 Ti(Td+Tc)+s(Ti+Tc)+1=(sT_1+1)(sT_2+1)$$

$$s^2 Ti(Td+Tc)+s(Ti+Tc)+1=sT_1 sT_2+sT_1+sT_2+1$$

$$\boxed{s^2} Ti(Td+Tc)+\boxed{s}(Ti+Tc)\boxed{+1}=\boxed{s^2} T_1 T_2+\boxed{s}(T_1+T_2)\boxed{+1}$$

Két polinom pontosan akkor egyezik meg, ha az együtthatóik megegyeznek!

PID szabályozó - póluskiejtés

A szabályozó zérusaival szeretnénk kiejteni a szakasz két leglassabb pólusát:

$$s^2 Ti(Td + Tc) + s(Ti + Tc) + 1 = (sT_1 + 1)(sT_2 + 1)$$

$$s^2 Ti(Td + Tc) + s(Ti + Tc) + 1 = sT_1 sT_2 + sT_1 + sT_2 + 1$$

$$s^2 \boxed{Ti(Td + Tc)} + s\boxed{(Ti + Tc)} + 1 = s^2 \boxed{T_1 T_2} + s\boxed{(T_1 + T_2)} + 1$$

$$\Downarrow$$

I. $Ti(Td + Tc) = T_1 \cdot T_2$

II. $Ti + Tc = T_1 + T_2$

Három ismeretlen és két ismert tag, emiatt bővíteni kell az egyenletrendszert!

PID szabályozó - póluskiejtés

I. $Ti(Td + Tc) = T_1 \cdot T_2$

II. $Ti + Tc = T_1 + T_2$

III. $\dfrac{Td}{Tc} = N$

$$Td = N \cdot Tc$$

$$\left\{\begin{array}{l} Ti = T_1 + T_2 - Tc \\ Ti(N \cdot Tc + Tc) = T_1 \cdot T_2 \end{array}\right.$$

$$(T_1 + T_2 - Tc) \cdot Tc(N+1) = T_1 \cdot T_2$$

$$(T_1 + T_2 - Tc) \cdot Tc(N+1) = T_1 \cdot T_2$$

$$(T_1 + T_2) \cdot Tc \cdot (N+1) - T_c^2 \cdot (N+1) = T_1 \cdot T_2$$

MATLAB: $T_c^2 \cdot (-(N+1)) + Tc \cdot (T_1 + T_2)(N+1) - T_1 \cdot T_2 = 0$

PID szabályozó - póluskiejtés

MATLAB: $T_c^2 \cdot (-(N+1)) + Tc \cdot (T_1 + T_2)(N+1) - T_1 \cdot T_2 = 0$

- Ennek a polinomnak az együtthatói ismertek.
- Matlab-ban meghatározzuk a polinom gyökeit (*roots* parancs), ami azt jelenti, hogy Tc-re kettő darab megoldást fogunk kapni.

Fontos:

- **Mindig a kisebbet fogadjuk el megoldásnak.**
- **Ha a kisebb egy negatív érték, akkor a nagyobbat választjuk.**
- **Ha mind a kettő negatív, akkor az azt jelenti, hogy N (szűrőegyüttható) értéke nem optimális! → ebben az esetben megváltoztatjuk N értékét és újra kiszámítjuk a gyököket.**

PID szabályozó - póluskiejtés

Ha megkaptuk Tc értékét, akkor a következő képletek alkalmazásával kiszámítjuk Ti és Td értékét is:

$$Ti = T_1 + T_2 - Tc$$

$$Td = N \cdot Tc$$

MATLAB

Miután ismerjük Ti, Tc, és Td értékét, megadhatjuk a PID szabályozó átviteli függvényét.

Szabályozó tervezés (PID szabályozó)

Tervezési feltételek:

- T2% < 15 sec
- $\varphi > 60°$
- túllövés < 5 %

Minőségi jellemzők:

egységnyi	Ap	**1**	**100**	**50**	**40**	**25**	**29**	**35**
[rad/sec]	ωc	0.009	0.738	0.437	0.36	0.23	0.27	0.32
[°]	ϕt	89.2	33.8	54.4	60.14	70.2	67.38	63.30
egységnyi	e(∞)	0	0	0	0	0	0	0
[%]	túllövés	0	37.42	13.44	7.68	0.43	1.82	4.84
[sec]	T2%	396.87	15.89	9.33	10.64	9.66	7.68	11.29

Köszönöm a figyelmet!

Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar