Rendszer- és irányításelmélet 6. hét maradó hiba, statikus erősítés, körerősítés, PI szabályozó + póluskiejtés

Dr. Drexler Dániel András, Pamuki-Puskás Melánia

Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar

Statikus erősítés és körerősítés

Statikus erősítés : 0.1	Körerősítés: 0.1
Szakasz átviteli függvénye: $$Wp_1(s) = \frac{0.1}{(s+1)(2s+1)}$$ Statikus erősítés számítása: $$\lim_{s\to 0} \frac{0.1}{(s+1)(2s+1)} = 0.1$$	Szakasz átviteli függvénye: $$Wp_2(s) = \frac{0.1}{\boxed{s}(s+1)(2s+1)}$$ nulla pólus Statikus erősítés számítása: $$\lim_{s\to 0} \frac{0.1}{s(s+1)(2s+1)} = \infty$$

- Nulla pólus miatt a statikus erősítés végtelen.
- Körerősítés: Egységnyi Ap esetén ez az érték a Wo erősítése.

Pólusok és időállandók meghatározása

Szakasz átviteli függvénye: $Wp_2(s) = \dfrac{0.1}{s(s+1)(2s+1)}$

Pólusok:

I. $\boxed{s = 0} \Longrightarrow p_1 = 0 \ \dfrac{rad}{s}$

II. $s + 1 = 0$

$\boxed{s = -1} \Longrightarrow p_2 = -1 \ \dfrac{rad}{s}$

III. $2s + 1 = 0$

$2s = -1$

$\boxed{s = -0.5} \Longrightarrow p_3 = -0.5 \ \dfrac{rad}{s}$

Időállandók:

(csak a nem nulla pólusokhoz)

$$T_{p_2} = \left| \frac{1}{-1} \right| = 1 \ sec$$

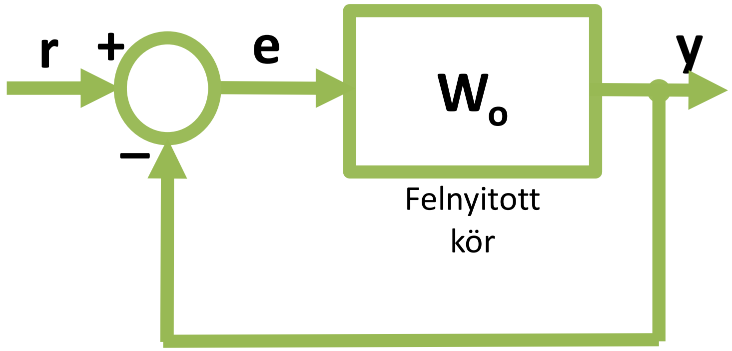
$$T_{p_3} = \left| \frac{1}{-0.5} \right| = 2 \ sec$$

Maradó hiba – Végérték tétel

Átviteli függvény referencia jel (r) és hibajel (e) között (egységnyi átv. fv. most):

$$W_{re} = \frac{1}{1 + \boxed{W_o}}$$

a hiba végértéke az egész felnyitott körtől függ



W_{re} ugrásválaszának végértéke

(a rendszer maradó hibája)

VÉGÉRTÉK TÉTEL

$$\lim_{s \to 0} W_{re}(s) = e(\infty)$$

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

$$W_o(s) = \frac{\boxed{K}}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1)\prod_{l=1}^{n_2}(s^2T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}$$

K: körerősítés

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

$$W_o(s) = \frac{K}{\boxed{s^t}} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1)\prod_{l=1}^{n_2}(s^2T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}$$

s: nulla pólus vagy nulla zérus

t: nulla pólus vagy nulla zérus darabszáma

	$t = 0$	nincs nulla pólus és nincs nulla zérus sem
$t \in \mathcal{R}$	$t > 0$	t darab nulla pólus van
	$t < 0$	|t| darab nulla zérus van

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

elsőfokú valós zérusok (m_1 darab)

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\boxed{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)} \prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1) \prod_{l=1}^{n_2}(s^2T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}$$

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

komplex konjugált zérusok (m_2 darab)

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1) \boxed{\prod_{j=1}^{m_2}(s^2 \varrho_j^2 + 2\eta_j \varrho_j s + 1)}}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1) \prod_{l=1}^{n_2}(s^2 T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}$$

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\boxed{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1)}\prod_{l=1}^{n_2}(s^2T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}$$

elsőfokú valós pólusok (n_1 darab)

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1)\boxed{\prod_{l=1}^{n_2}(s^2T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}}$$

komplex konjugált pólusok (n_2 darab)

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\boxed{\kappa_i}+1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\boxed{\varrho_j^2}+2\eta_j\varrho_j s+1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\boxed{\tau_k}+1)\prod_{l=1}^{n_2}(s^2\boxed{T_l^2}+2\xi_l T_l s+1)}$$

időállandók

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\boxed{\eta_j}\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1)\prod_{l=1}^{n_2}(s^2 T_l^2 + 2\boxed{\xi_l} T_l s + 1)}$$

csillapítás

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1)\prod_{l=1}^{n_2}(s^2T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}$$

Tehát a felnyitott kör időállandós alakja elsőfokú (valós pólus vagy zérus esetén) és másodfokú (komplex konjugált pólus vagy zérus esetén) polinomok szorzataként írható fel.

Maradó hiba - Wo időállandós alakja

Ennek a kifejezésnek a határértéke 1

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1) \prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1) \prod_{l=1}^{n_2}(s^2 T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)}$$

0 0 0

0 0 0

Tehát a felnyitott kör időállandós alakja elsőfokú (valós pólus vagy zérus esetén) és másodfokú (komplex konjugált pólus vagy zérus esetén) polinomok szorzataként írható fel.

Maradó hiba – Végérték tétel használata

$$W_o(s) = \frac{K}{s^t} \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(s\kappa_i + 1)\prod_{j=1}^{m_2}(s^2\varrho_j^2 + 2\eta_j\varrho_j s + 1)}{\prod_{k=1}^{n_1}(s\tau_k + 1)\prod_{l=1}^{n_2}(s^2 T_l^2 + 2\xi_l T_l s + 1)} = \frac{K}{s^t} W_{01}(s)$$

A W_{01} jelölés utal arra, hogy az s nullába tart és a határértéke egy.

Fontos, hogy a konstansok mindig 1-re legyenek normálva, hiszen ez befolyásolja K (körerősítés) értékét.

Maradó hiba – Végérték tétel használata

$$W_{re}(s) = \frac{1}{1+W_o(s)} = \frac{1}{1+\frac{K}{s^t}W_{01}(s)} \overset{\cdot s^t}{=} \frac{s^t}{s^t + KW_{01}(s)}$$

$$\lim_{s\to 0} W_{re}(s) = \frac{1}{1+KW_{01}(s)} = \boxed{\frac{1}{1+K}}$$

A körerősítéstől függ, hogy mekkora lesz a maradó hiba.

Minél nagyobb a K, annál kisebb a maradó hiba!

Maradó hiba számítása

$$Wp(s) = \frac{\overset{\text{statikus erősítés}}{\boxed{110}}}{(5s+1)(2s+1)} \qquad Wc(s) = \overset{\text{Ap}}{\boxed{0.1}}$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1+K} = \frac{1}{1+(Ap \cdot \text{statikus erősítés})} = \frac{1}{1+11} = \frac{1}{12} = 0.08$$

Így számolható a maradó hiba, ha nincs nulla pólus a felnyitott körben.

Maradó hiba – nulla pólus esetén

Ha t > 0, akkor t db nulla pólusom van, ekkor a Wo határértéke:

$$e(\infty)\lim_{s\to 0} W_o(s)\frac{s^t}{s^t + KW_{01}(s)} = 0$$

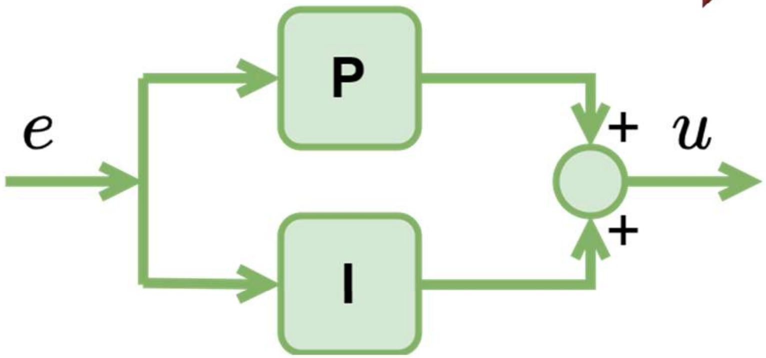
Tehát, ha van nulla pólus a felnyitott körben, akkor a maradó hiba nulla.

Maradó hiba – összegzés

	Egyikben sincs nulla pólus	Szabályzóban van nulla pólus	Szakaszban van nulla pólus
Referencia jelre $e(\infty)$	$\frac{1}{1+K}$	0	0
Zavarás hatásara $e(\infty)$	$-\frac{Kp}{1+KpKc}$	0	$-\frac{1}{Kc}$

- Ha nincs zavarás (d) akkor mindegy, hogy hol van a nulla pólus, de legyen, mert akkor a maradó hiba ($e(\infty)$) biztosan nulla.
- Ha van zavarás, akkor a szabályozóban kell lennie a nulla pólusnak, ahhoz hogy el tudja tüntetni a zavaró hatást és a maradó hiba nulla legyen.
- Ha a nulla pólusok száma egynél több, akkor a zárt kör instabil lesz.

Feladat: PI szabályozó – póluskiejtés



PI szabályozó időállandós alakra alakítás:

$$W_c(s) = Ap\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = Ap\left(\frac{T_i s}{T_i s}+\frac{1}{T_i s}\right) = \boxed{\frac{Ap}{T_i}\left(\frac{T_i s+1}{s}\right)}$$

Az integrálási idő (Ti) legyen egyenlő a szakasz leglassabb pólusának időállandójával!

$$W_0(s) = \frac{Ap}{5}\frac{\cancel{5s+1}}{s}\frac{10}{(s+1)(2s+1)\cancel{(5s+1)}} = \frac{Ap}{5}\frac{10}{s(s+1)(2s+1)}$$

Szabályozó tervezés (2. feladat – PI szabályozó)

Tervezési feltételek:

- T2% a lehető legkisebb
- $\varphi > 45°$
- túllövés < 15 %

Minőségi jellemzők:

egységnyi	Ap	**0.1**	**1**	**0.05**	**0.12**				
[rad/sec]	ωc	0.185	0.813	0.097	0.215				
[°]	ϕt	59.3	-7.52	73.36	54.52				
egységnyi	e(∞)	0	0	0	0				
[%]	túllövés	8.49	-	0	13.27				
[sec]	T2%	21.05	-	26.84	18.89				

Köszönöm a figyelmet!

Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar