

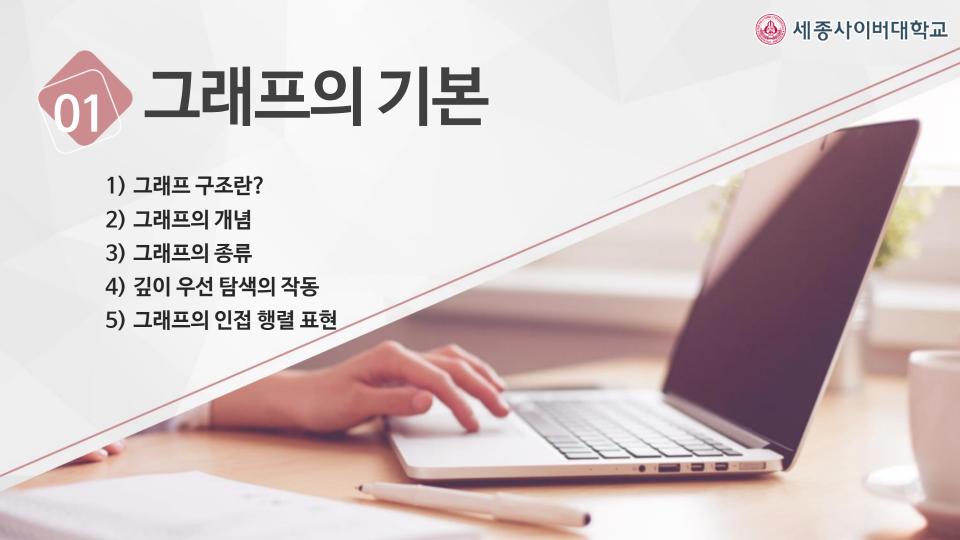




- [1] 그래프의 기본
- [2] 그래프의 구현



- ⊘ 그래프의 개념을 설명할 수 있다.
- 그래프를 구성하는 파이썬 코드를 작성할 수 있다.



1] 그래프 구조란?



버스 정류장과 여러 노선이 함께 포함된 형태





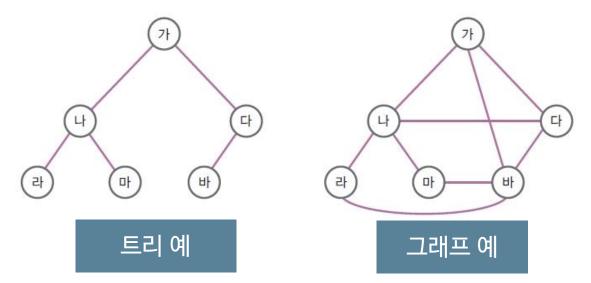
링크드인(Linked in)과 같은 사회 관계망 서비스 연결 등의 형태





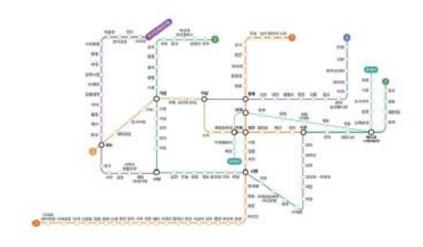
여러 노드가 서로 연결된 자료구조

■ 트리와 그래프의 차이





그래프를 활용한 다양한 예



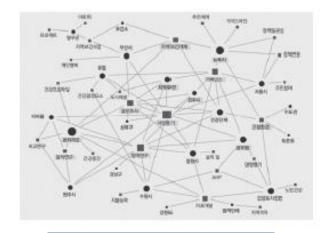


지하철 노선도(부산)

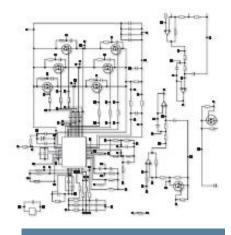
KTX 노선도



그래프를 활용한 다양한 예



도시 도로망



전기 회로도



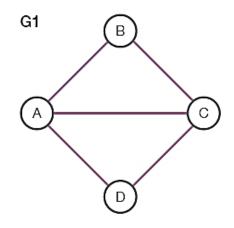
그래프를 활용한 다양한 예

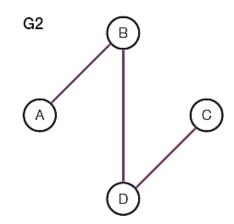


인맥 관계도



- 무방향 그래프
 - 간선에 방향성이 없는 그래프
 - 무방향 그래프의 형태







1 무방향 그래프

■ G1, G2의 정점 집합 표현

```
V(G1) = { A, B, C, D }
V(G2) = { A, B, C, D }
```

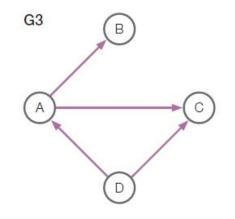
■ G1, G2의 간선 집합 표현

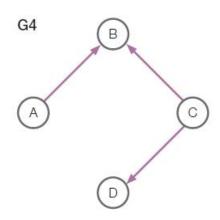
```
E(G1) = { (A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (C, D) }
E(G2) = { (A, B), (B, D), (D, C) }
```



2 방향 그래프

- 화살표로 간선 방향을 표기하고, 그래프의 정점 집합이 무방향 그래프와 같음
- 방향 그래프의 형태







2 방향 그래프

■ G3, G4의 정점 집합 표현(무방향 그래프와 같음)

```
V(G3) = { A, B, C, D }
V(G4) = { A, B, C, D }
```

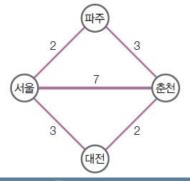
■ G3, G4의 간선 집합 표현

```
E(G3) = \{ \langle A, B \rangle, \langle A, C \rangle, \langle D, A \rangle, \langle D, C \rangle \}

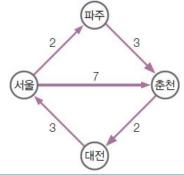
E(G4) = \{ \langle A, B \rangle, \langle C, B \rangle, \langle C, D \rangle \}
```



- 3 가중치 그래프
 - 간선마다 가중치가 다르게 부여된 그래프
 - 무방향 그래프와 방향 그래프에 각각 가중치를 부여한 경우의 예



무방향 가중치 그래프



방향 가중치 그래프

4] 깊이 우선 탐색의 작동

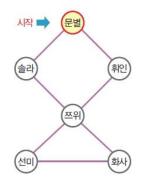


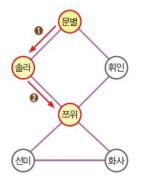
그래프 순회(Graph Traversal)

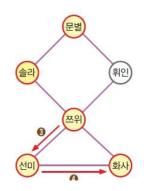
그래프의 모든 정점을 한 번씩 방문하는 것

그래프 순회 방식은 깊이 우선 탐색, 너비 우선 탐색이 대표적

■ 깊이 우선 탐색 그래프의 예: '문별'부터 시작







4] 깊이 우선 탐색의 작동

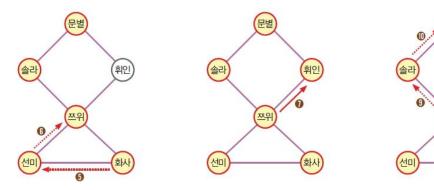


그래프 순회(Graph Traversal)

그래프의 모든 정점을 한 번씩 방문하는 것

그래프 순회 방식은 깊이 우선 탐색, 너비 우선 탐색이 대표적

■ 깊이 우선 탐색 그래프의 예: '문별'부터 시작





그래프를 코드로 구현할 때는 인접 행렬을 사용

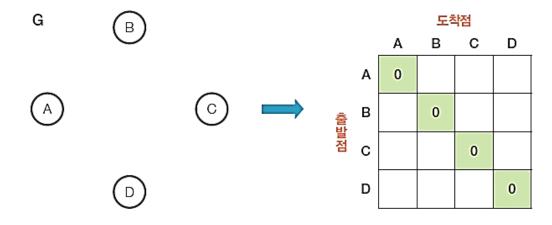
인접 행렬

정방형으로 구성된 행렬



정점이 4개인 그래프는 4×4로 표현

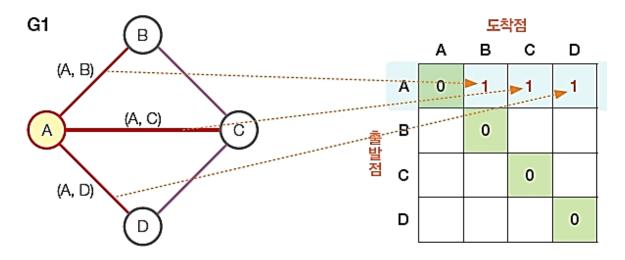
■ 정점 4개로 된 그래프의 인접 행렬 초기 상태





무방향 그래프의 인접 행렬

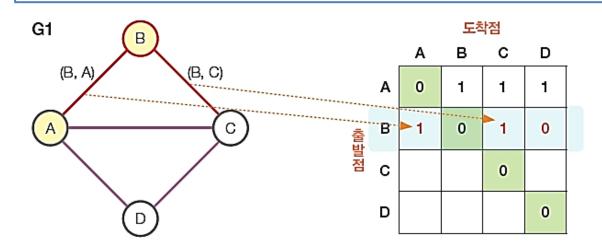
1 출발점 A와 연결된 도착점 B, C, D의 칸을 1로 설정





무방향 그래프의 인접 행렬

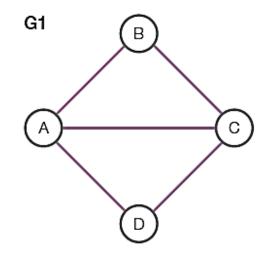
출발점 B와 연결된 도착점 A와 C의 칸을 1로 설정하고, 연결되지 않은 도착점 D는 0으로 설정





무방향 그래프의 인접 행렬

3 같은 방식으로 출발점 C와 D를 인접 행렬로 추가



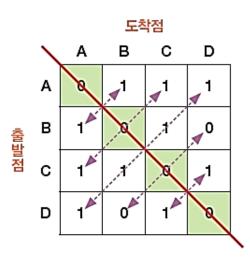
		도착점				
		Α	В	С	D	
출	Α	0	1	1	1	
	В	1	0	1	0	
출발점	С	1	1	0	1	
	D	1	0	1	0	



무방향 그래프의 인접 행렬은 대각선을 기준으로 서로 대칭

■ 무방향 그래프의 대칭 특성

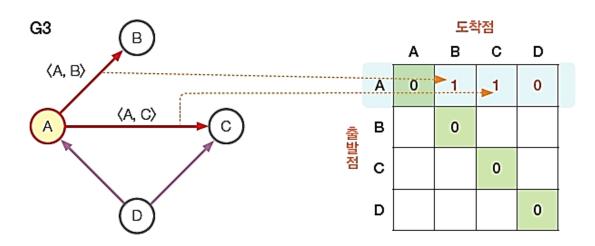
		도착점				
		Α	В	С	D	
	Α	0	1	1	1	
출	В	1	0	1	0	
출 발 점	С	1	1	0	1	
	D	1	0	1	0	





방향 그래프의 인접 행렬

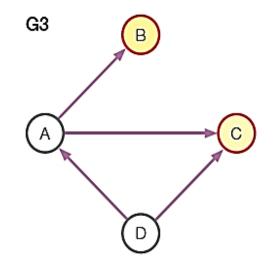
출발점 A에서 나가 도착점이 B, C의 칸만 1로 설정하고 나머지는 0으로 채움





방향 그래프의 인접 행렬

2 출발점 B와 C는 나가는 곳이 없으므로 모두 0으로 채움

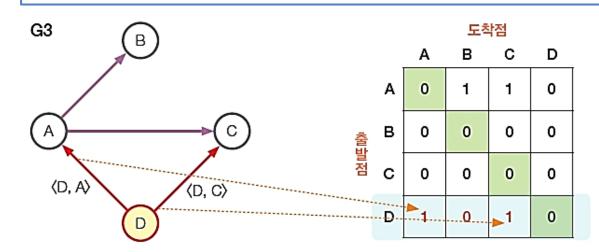


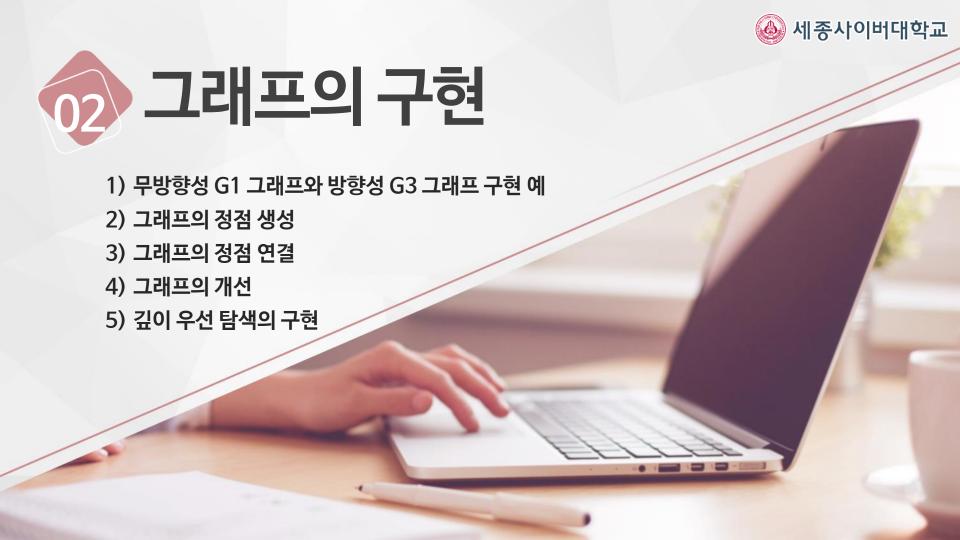
		도착점				
		Α	В	С	D	
출발점	Α	0	1	1	o	
	В	0	0	0	0	
	С	0	0	0	0	
	D				0	



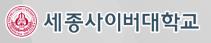
방향 그래프의 인접 행렬

3 출발점 D는 도착점 A와 C만 1로 설정하고 나머지는 0으로 채움

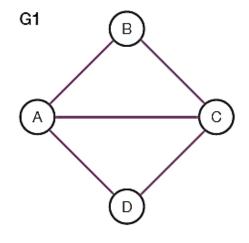


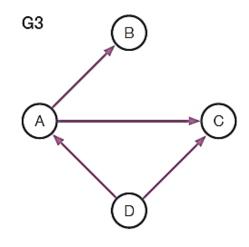


1] 무방향성 G1 그래프와 방향성 G3 그래프 구현 예



구현할 무방향 그래프 G1과 방향 그래프 G3





2] 그래프의 정점 생성

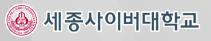


행과 열이 같은 2차원 배열을 생성하는 클래스로 작성

```
class Graph():
    def __init__ (self, size):
        self.SIZE = size
        self.graph = [[0 for _ in range(size)] for _ in range(size)]

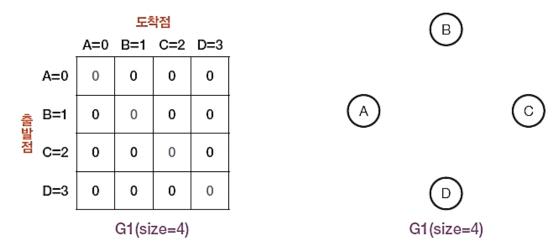
G1 = Graph(4)
```

2] 그래프의 정점 생성



행과 열이 같은 2차원 배열을 생성하는 클래스로 작성

- 4×4 크기의 초기화된 그래프를 생성
 - → 정점 4개를 가진 그래프의 초기 상태(인접 행렬)와 그래프

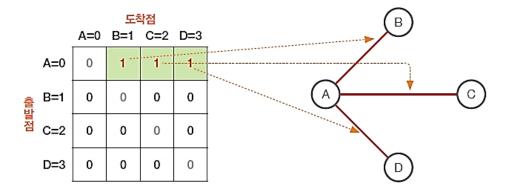


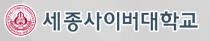


정점 A와 B에 연결된 간선 구현

```
G1.graph[0][1] = 1 # (A, B) 간선
G1.graph[0][2] = 1 # (A, C) 간선
G1.graph[0][3] = 1 # (A, D) 간선
```

■ 정점 A와 연결된 간선 구현 코드와 결과

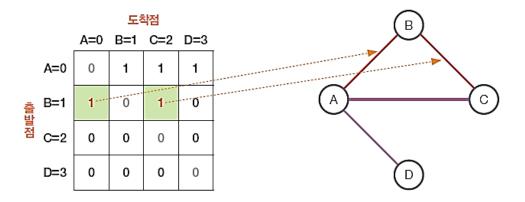




정점 A와 B에 연결된 간선 구현

```
G1.graph[1][0] = 1 # (B, A) 간선
G1.graph[1][2] = 1 # (B, C) 간선
```

■ 정점 B와 연결된 간선 구현 코드와 결과





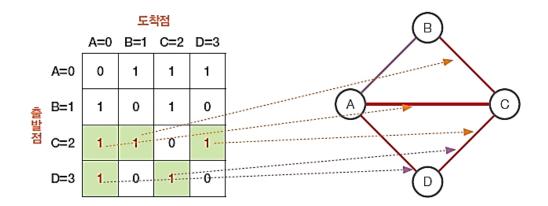
같은 방식으로 출발점 C와 D를 다음과 같이 연결

```
G1.graph[2][0] = 1 # (C, A) 간선
G1.graph[2][1] = 1 # (C, B) 간선
G1.graph[2][3] = 1 # (C, D) 간선
G1.graph[3][0] = 1 # (D, A) 간선
G1.graph[3][2] = 1 # (D, C) 간선
```



같은 방식으로 출발점 C와 D를 다음과 같이 연결

■ 정점 C 및 D와 연결된 간선 구현 코드와 결과





무방향 그래프 G1과 방향 그래프 G3의 구현

```
## 함수 선언 부분 ##
   class Graph():
       def __init__ (self, size):
           self.SIZE = size
            self.graph = [[0 for _ in range(size)] for _ in range(size)]
6
7 ## 전역 변수 선언 부분 ##
8 G1, G3 = None, None
9
10 ## 메인 코드 부분 ##
11 G1 = Graph(4)
12 G1.graph[0][1] = 1; G1.graph[0][2] = 1; G1.graph[0][3] = 1
13 G1.graph[1][0] = 1; G1.graph[1][2] = 1
```



무방향 그래프 G1과 방향 그래프 G3의 구현

```
14 G1.graph[2][0] = 1; G1.graph[2][1] = 1; G1.graph[2][3] = 1
15 G1.graph[3][0] = 1; G1.graph[3][2] = 1
16
17 print('## G1 무방향 그래프 ##')
  for row in range(4):
       for col in range(4):
19
            print(G1.graph[row][col], end = ' ')
20
      print()
21
22
23 G3 = Graph(4)
24 G3.graph[0][1] = 1; G3.graph[0][2] = 1
25 G3.graph[3][0] = 1; G3.graph[3][2] = 1
26
```



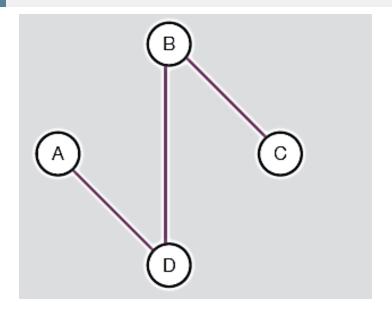
무방향 그래프 G1과 방향 그래프 G3의 구현

```
23 G3 = Graph(4)
24 G3.graph[0][1] = 1; G3.graph[0][2] = 1
                                                실행 결과
25 G3.graph[3][0] = 1; G3.graph[3][2] = 1
26
                                               ## G1 무방향 그래프 ##
27 print('## G3 방향 그래프 ##')
                                               0111
  for row in range(4):
                                               1010
       for col in range(4):
                                               1101
29
           print(G3.graph[row][col], end = ' ')
30
                                               1010
       print()
31
                                               ## G3 방향 그래프 ##
                                               0110
                                               0000
                                               0000
                                               1010
```





앞쪽의 소스를 수정해서 다음 그림과 같은 무방향 그래프가 출력되도록 하자







앞쪽의 소스를 수정해서 다음 그림과 같은 무방향 그래프가 출력되도록 하자

실행 결과

무방향 그래프

0001

0011

0100

1100



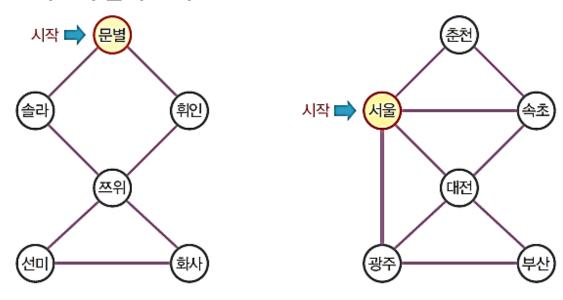






무방향 그래프를 인접 행렬로 구성할 때 사람 이름, 도시 이름으로 구성한 예

■ 그래프의 실제 형태





무방향 그래프를 인접 행렬로 구성할 때 사람 이름, 도시 이름으로 구성한 예

```
G1.graph[0][1] = 1; G1.graph[0][2] = 1
G1.graph[1][0] = 1; G1.graph[1][3] = 1
```

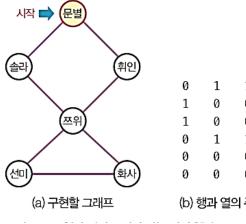
```
문별, 솔라, 휘인, 쯔위 = 0, 1, 2, 3
G1.graph[문별][솔라] = 1; G1.graph[문별][휘인] = 1
G1.graph[솔라][문별] = 1; G1.graph[솔라][쯔위] = 1
```

➡ 변수 이름을 정점 번호로 지정하면 더 직관적임



인접 행렬 출력 시 주석 없이 출력하는 예와 주석을 추가하여 출력하는 예

■ 행과 열의 주석이 없는 인접 행렬



0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0

(b) 행과 열의 주석이 없는 인접 행렬

	문별	<u>솔</u> 라	휘인	쯔위	선미	화사
문별	0	1	1	0	0	0
솔라	1	0	0	1	0	0
휘인	1	0	0	1	0	0
쯔위	0	1	1	0	1	1
선미	0	0	0	1	0	1
화사	0	0	0	1	1	0

(c) 행과 열의 주석이 있는 인접 행렬

인접 행렬 출력 시 주석 없이 출력하는 예와 주석을 추가하여 출력하는 예

■ (c)와 같이 출력하기 위한 코드

```
nameAry = ['문별', '솔라', '휘인', '쯔위', '선미', '화사']
print(' ', end = ' ')
for v in range(G1.SIZE):
    print(nameAry[v], end = ' ')
print()
for row in range(G1.SIZE):
    print(nameAry[row], end = ' ')
    for col in range(G1.SIZE):
        print(G1.graph[row][col], end = ' ')
    print()
print()
```



인접 행렬 출력 시 주석 없이 출력하는 예와 주석을 추가하여 출력하는 예

```
1 ## 클래스와 함수 선언 부분 ##

2 class Graph():

3    def __init__ (self, size):

4        self.SIZE = size

5        self.graph = [[0 for _ in range(size)] for _ in range(size)]

6

7 def printGraph(g):

8    print(' ', end = ' ')

9    for v in range(g.SIZE):

10    print(nameAry[v], end = ' ')

11    print()
```



인접 행렬 출력 시 주석 없이 출력하는 예와 주석을 추가하여 출력하는 예

```
for row in range(g.SIZE):
           print(nameAry[row], end = ' ')
           for col in range(g.SIZE):
14
               print(g.graph[row][col], end = ' ')
15
16
           print()
       print()
17
18
19
20 ## 전역 변수 선언 부분 ##
21 G1 = None
22 nameAry = ['문별', '솔라', '휘인', '쯔위', '선미', '화사']
23 문별, 솔라, 휘인, 쯔위, 선미, 화사 = 0, 1, 2, 3, 4, 5
```



인접 행렬 출력 시 주석 없이 출력하는 예와 주석을 추가하여 출력하는 예

```
24
25
26 ## 메인 코드 부분 ##
27 gSize = 6
28 G1 = Graph(gSize)
29 G1.graph[문별][솔라] = 1; G1.graph[문별][휘인] = 1
30 G1.graph[솔라][문별] = 1; G1.graph[솔라][쯔위] = 1
31 G1.graph[휘인][문별] = 1; G1.graph[취인][쯔위] = 1
32 G1.graph[쯔위][솔라] = 1; G1.graph[쯔위][취인] = 1; G1.graph[쯔위][선미] = 1; G1.graph[쯔위][화사] = 1
33 G1.graph[선미][쯔위] = 1; G1.graph[선미][화사] = 1
```



인접 행렬 출력 시 주석 없이 출력하는 예와 주석을 추가하여 출력하는 예

```
34 G1.graph[화사][쯔위] = 1; G1.graph[화사][선미] = 1
35
                         실행 결과
36 print('## G1 무방향 그래프 ##')
                         ## G1 무방향 그래프 ##
37 printGraph(G1)
                                 솔라 휘인 쪼위 선미 화사
                         문별
                              0
                                 1 1
                         솔라 1
                                 0
                         휘인
                                 0
                         쯔위
                                 1
                                         0 1
                         선미
                                  0
                         화사
                                  0
```



- ♣ 깊이 우선 탐색 구현을 위한 준비
 - 1 깊이 우선 탐색을 구현하려면 스택을 사용해야 함
 - 고드를 좀 더 간략히 하고자 별도의 top을 사용하지 않고 append()로 푸시를, pop()으로 팝하는 스택을 사용

```
stack = []
stack.append(값1) # push(값1) 효과
data = stack.pop() # data = pop() 효과

if len(stack) == 0:
  print('스택이 비었음')
```





3

visitedAry 배열에 방문 정점을 저장해서 visitedAry 배열에 해당 정점이 있다면 방문한 적이 있는 것으로 처리

```
visitedAry = []
visitedAry append(0) # 정점 A(번호 0)를 방문했을 때
visitedAry append(1) # 정점 B(번호 1)를 방문했을 때

if 1 in visitedAry:
print('A는 이미 방문함')

Ch음장 그림에서는 정점 이름이
A, B, C, D로 표현
```

```
for i in visitedAry :
    print(chr(ord('A')+i), end = ' ')
```

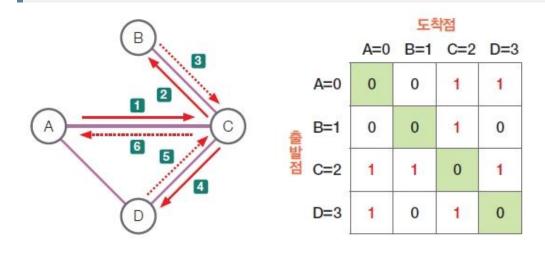
방문 기록 visitedAry 배열을 출력할 때는 알파벳으로 출력하도록 변경





♣ 깊이 우선 탐색의 단계별 구현

간단한 그래프를 깊이 우선 탐색하는 과정 구현 예



깊이 우선 탐색으로 탐샐할 그래프

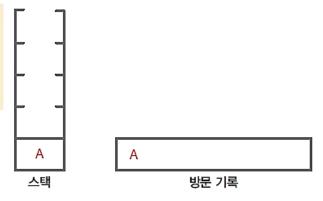




♣ 깊이 우선 탐색의 단계별 구현

첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

- 첫 번째 정점 방문
 - ① current = 0 # 시작 정점
 - ② stack.append(current)
 - visitedAry.append(current)







첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

1 과정(정점 C 방문)





♣ 깊이 우선 탐색의 단계별 구현

첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

과정(정점 B 방문)

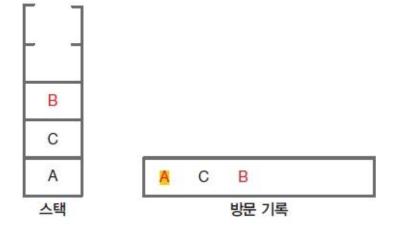
```
next = None
  (for vertex in range(4):
     if G1.graph[current][vertex] == 1:
       (if vertex in visitedAry: # 방문한 적이 있는 정점이면 탈락
            pass
                                 # 방문한 적이 없으면 다음 정점으로 지정
            next = vertex
            break
current = next
5 stack.append(current)
  visitedAry.append(current)
```





첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

2 과정(정점 D 방문)







깊이 우선 탐색의 단계별 구현

첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

과정(되돌아오는 이동)

```
next = None
  (for vertex in range(4):
     if G1.graph[current][vertex] == 1:
       (if vertex in visitedAry: # 방문한 적이 있는 정점이면 탈락
                                 # 방문한 적이 없으면 다음 정점으로 지정
        else:
            next = vertex
            break
  if next != None :
                                 # 다음에 방문할 정점이 있는 경우
     current = next
     stack.append(current)
     visitedAry.append(current)
                                 # 다음에 방문할 정점이 없는 경우
@ else :
   G current = stack.pop()
```

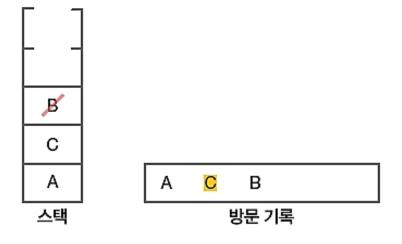




♣ 깊이 우선 탐색의 단계별 구현

첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

과정(되돌아오는 이동)

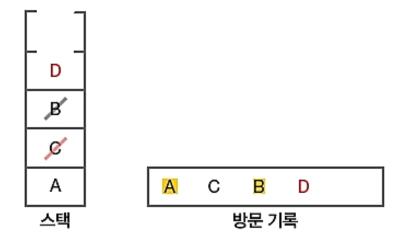






첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

4 과정(정점 D 방문)



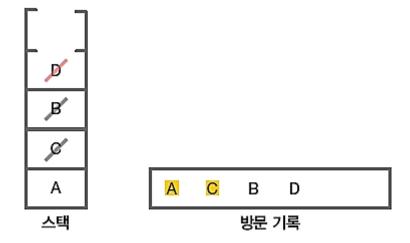




♣ 깊이 우선 탐색의 단계별 구현

첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

과정(되돌아오는 이동)

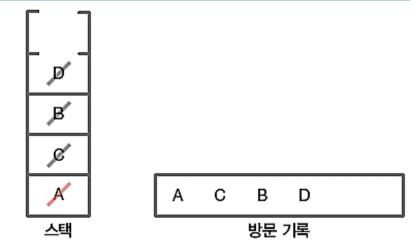






첫 번째 정점을 방문하는 것부터 시작하여 ① ~ ⑥ 이동을 단계별로 구현

6 과정(되돌아오는 이동)





```
1 ## 클래스와 함수 선언 부분 ##
  class Graph():
       def __init__ (self, size):
           self.SIZE = size
           self.graph = [[0 for _ in range(size)] for _ in range(size)]
  ## 전역 변수 선언 부분 ##
  G1 = None
9 stack = []
10 visitedAry = [] # 방문한 정점
11
12 ## 메인 코드 부분 ##
13 \text{ G1} = \text{Graph}(4)
14 G1.graph[0][2] = 1; G1.graph[0][3] = 1
```



```
15 G1.graph[1][2] = 1
16 G1.graph[2][0] = 1; G1.graph[2][1] = 1; G1.graph[2][3] = 1
17 G1.graph[3][0] = 1; G1.graph[3][2] = 1
18
19 print('## G1 무방향 그래프 ##')
20 for row in range(4):
       for col in range(4):
21
           print(G1.graph[row][col], end = ' ')
22
       print()
23
24
25 current = 0 # 시작 정점
26 stack.append(current)
27 visitedAry.append(current)
28
```



```
29 while (len(stack) != 0):
       next = None
30
       for vertex in range(4):
31
           if G1.graph[current][vertex] == 1:
32
               if vertex in visitedAry:
33
                                         # 방문한 적이 있는 정점이면 탈락
34
                    pass
                                         # 방문한 적이 없으면 다음
               else:
35
                                           정점으로 지정
                    next = vertex
36
37
                    break
38
       if next != None :
39
                                         # 다음에 방문할 정점이 있는 경우
           current = next
40
           stack.append(current)
41
           visitedAry.append(current)
42
```



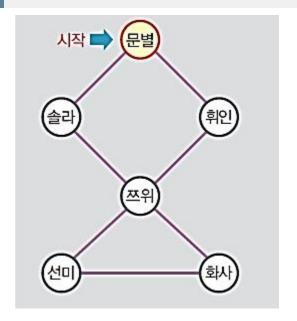
```
else:
43
                                       # 다음에 방문할 정점이 없는 경우
           current = stack.pop()
45
46
47 print('방문 순서 -->', end = ' ')
48 for i in visitedAry:
       print(chr(ord('A')+i), end = ' ')
실행 결과
## G1 무방향 그래프 ##
0011
0010
1101
1010
방문 순서 -->A C B D
```





1 깊이 우선 탐색의 구현 실습

앞쪽의 소스를 수정해서 다음 그림과 같은 무방향 그래프를 순회해 보자.







T-1 | C G -1 -1 | C E G

앞쪽의 소스를 수정해서 다음 그림과 같은 무방향 그래프를 순회해 보자.

실행 결과

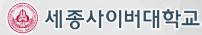
방문 순서 -->문별 솔라 쯔위 휘인 선미 화사





1 깊이 우선 탐색의 구현 실습





Q3

Q1 다음 중 그래프가 <u>아닌</u> 것은?

- 1 지하철 노선도
- 2 도시 도로망
- 3 회사 조직도
- 4 인맥 관계도

Q1

Q2

Q3

Q1

다음 중 그래프가 <u>아닌</u> 것은?

- 1 지하철 노선도
- 2 도시 도로망
- 🬌 회사 조직도
- 4 인맥 관계도

정답

3 회사 조직도

해설

회사 조직도는 트리 구조입니다.

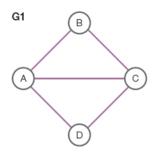
Q1

Q2

Q3

Q2

다음 무방향 그래프의 정점(Vertex) 집합을 표현한 것은?



- 1 A, B, C, D
- 2 {A, B, C, D}
- 3 {(A,B), (B,D), (D,C)}
- 4 {(A,B), (A,C), (A,D), (B,C), (C,D)}

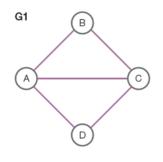
Q1

Q2

Q3

Q2

다음 무방향 그래프의 정점(Vertex) 집합을 표현한 것은?



- 1 A, B, C, D
- **(**A, B, C, D)
- 3 {(A,B), (B,D), (D,C)}
- 4 {(A,B), (A,C), (A,D), (B,C), (C,D)}

정답

2 {A, B, C, D}

해 설

정점은 A,B,C,D이고, 집합으로 표현하기 위해서는 {}를 사용해야 합니다.

Q1

Q2

Q3

Q3

그래프를 깊이 우선 탐색으로 구현하는 데 필요한 자료구조는?

- 1 선형 리스트
- 2 연결 리스트
- 3 스택
- 4 큐

Q1

Q2

Q3

Q3

그래프를 깊이 우선 탐색으로 구현하는 데 필요한 자료구조는?

- 1 선형 리스트
- 2 연결 리스트
- 🥖 스택
- 4 큐

정답

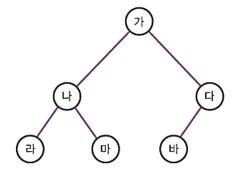
3 스택

해 설

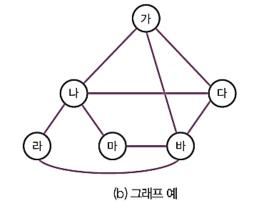
깊이 우선 탐색을 위해서는 스택이 필요합니다.

그래프의 기본

- ❷ 그래프의 개념
 - 여러 노드가 서로 연결된 자료구조
 - 트리와 그래프의 차이



(a) 트리 예



1/3

그래프의 기본

❷ 그래프의 종류

- 무방향 그래프: 간선에 방향성이 없는 그래프
- 방향 그래프: 화살표로 간선 방향을 표기하고, 그래프의 정점 집합이 무방향 그래프와 같음
- 가중치 그래프: 간선마다 가중치가 다르게 부여된 그래프

그래프의 기본

- ❷ 깊이 우선 탐색의 작동
 - 그래프의 모든 정점을 한 번씩 방문하는 것을 그래프 순회(Graph Traversal)라고 함
- ❷ 그래프의 인접 행렬 표현
 - 그래프를 코드로 구현할 때는 인접 행렬을 사용
 - 인접 행렬은 정방형으로 구성된 행렬로 정점이 4개인 그래프는 4×4로 표현

그래프의 구현

- ❷ 그래프의 정점 생성
 - 행과 열이 같은 2차원 배열을 생성하는 클래스로 작성

```
class Graph():
    def __init__ (self, size):
        self.SIZE = size
        self.graph = [[0 for _ in range(size)] for _ in range(size)]

G1 = Graph(4)
```