

Berechnen Sie gemäß der Skizze das Zeitspanungsvolumen beim

- a) Plandrehen mit **konstanter Drehzahl**
- b) Plandrehen mit **konstanter Schnittgeschwindigkeit** und beim
- c) Längsdrehen mit konstanter Drehzahl.

Parameter:

$d_2$ : 100 mm

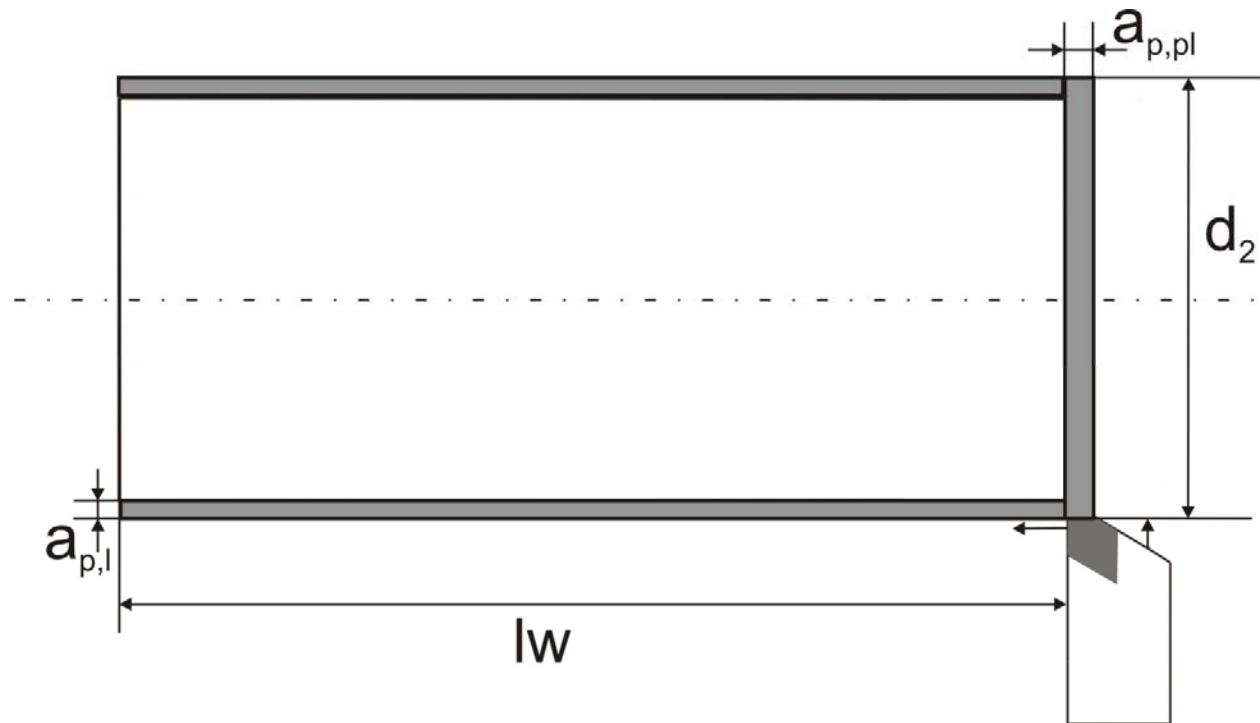
$l_w$ : 200 mm

$n$ : 600 U/min

$f$ : 0,5 mm

$a_{p,pl}$ : 1 mm

$a_{p,l}$ : 2 mm



# Zeitspanvolumen beim Drehen (Übungsaufgabe)

**Vorgehen beim Plandrehen mit konstanter Schnittgeschwindigkeit:**

1. Funktion für  $V(t)$  und  $r(t)$  herleiten
2.  $n$  ist nicht konstant, da  $n(t)$  herleiten und in  $r(t)$  einsetzen
3.  $r(t)$  in  $V(t)$  einsetzen
4.  $Q_w$  durch Ableitung von  $V$  bestimmen,  $v_c$  fehlt
5.  $Q_w$  an der Stelle 0 (mitte) berechnen

Ergebnis:  $Q_w(0) = 1571 \text{ mm}^3/\text{s}$



Plandrehen, konstante Schnittgeschwindigkeit:

$$\textcircled{1} V(t) = a_{p,pl} \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r^2(t))$$

$$\textcircled{2} r(t) = r_2 - \overset{v_r}{f} \cdot n \cdot t$$

$$r(t) = r_2 - f \cdot \frac{v_c}{2 \cdot \pi \cdot r(t)} \cdot t$$

$$\textcircled{2} n = \frac{v_c}{2 \cdot \pi \cdot r(t)}$$

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad | \quad \Delta = l - t$$

$$\Delta r = f \cdot n \cdot t$$

$$\textcircled{3} r^2(t) - r_2 \cdot r(t) + \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} \cdot t = 0$$

alles auf eine Seite bringen  
quadratisch  
auflösen

Plandrehen, konstante Schnittgeschwindigkeit:

$$\left(r(t) - \frac{r_2}{2}\right)^2 - \frac{r_2^2}{4} + \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} \cdot t = 0$$

$$r(t) = \left( \frac{r_2^2}{4} - \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} \cdot t \right)^{0,5} + \frac{r_2}{2}$$

→ Wir benötigen  $r^2$   
→ Binomische Formel!  
→  $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

*quadrieren*

$$r^2(t) = \frac{r_2^2}{4} - \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} \cdot t + r_2 \cdot \left( \frac{r_2^2}{4} - \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} \cdot t \right)^{0,5} + \frac{r_2^2}{4}$$

Plandrehen, konstante Schnittgeschwindigkeit:

④

$$Q_w(t) = a_{p,pl} \cdot \pi \cdot \left( \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} + \frac{f \cdot v_c \cdot r_2}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{\left( \frac{r_2^2}{4} - \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} \cdot t \right)^{0,5}} \right)$$

$$v_c = n \cdot \pi \cdot d_2 = 10 \frac{\text{U}}{\text{s}} \cdot \pi \cdot 100 \text{ mm} = 3,142 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

⑤

$$Q_w(0) = a_{p,pl} \cdot \pi \cdot \left( \frac{f \cdot v_c}{2 \cdot \pi} + \frac{f \cdot v_c \cdot r_2}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{2}{r_2} \right) = 1571 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}}$$

## Drehen eines Kegels (Aufgabe), veränderlicher Radius

22

Berechnen sie das Zeitspannungsvolumen beim Längsdrehen des skizzierten Kegels mit konstanter Drehzahl.

Parameter:

$d_2$ : 100 mm

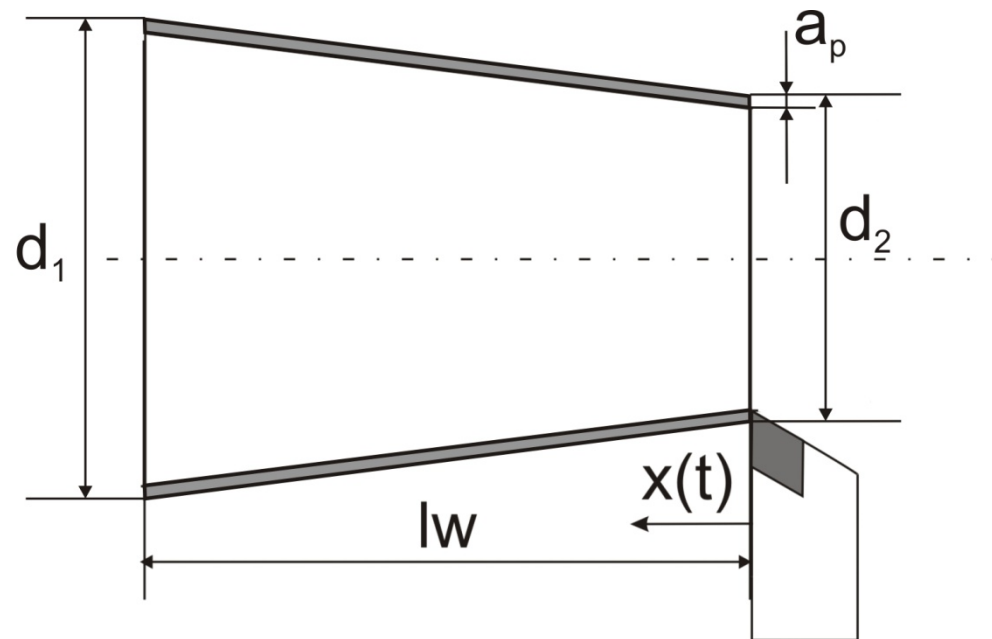
$d_1$ : 150 mm

$l_w$ : 200 mm

$n(d_2)$ : 600 U/min

$f$ : 0,35 mm

$a_p$ : 1 mm



# Drehen eines Kegels (Übung für Fortgeschrittene), veränderlicher Radius

Vorgehensweise zur Lösung der Aufgabe:

1. Formel für  $V(t) = V_1(t) - V_2(t)$  (inneren Kegel von äußerem Kegel abziehen)
2. Funktionen für  $V_1(t)$  und  $V_2(t)$  herleiten,  $r$  ist veränderlich über  $t$
3.  $X(t)$  herleiten
4.  $r(t)$  herleiten (Differenz+Radius2 = Zielradius)
5.  $R^2(t) \rightarrow$  binomische Formel
6.  $Q_w$  als Ableitung von  $V(t)$ ; Ableiten nach Produktregel
7.  $X(t)$  bzw.  $\dot{X}(t)$  einsetzen und auflösen
8.  $Q_w(0)$  und an der Stelle  $Q_w(t_{\max})$  ausrechnen.

→ Ableitung nach  
**Produktregel**

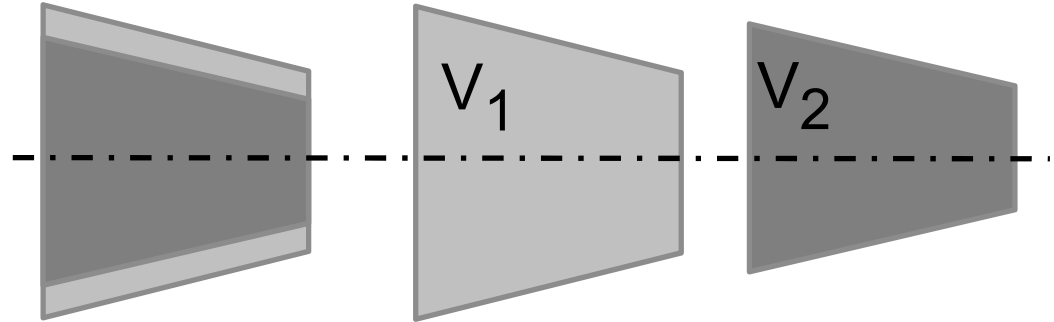
$$y = u(x) \cdot v(x)$$

$$y' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$$



Konstante Drehzahl:

$$\textcircled{1} \quad V(t) = V_1(t) - V_2(t)$$



$$\textcircled{2} \quad V_1(t) = \frac{\pi \cdot x(t)}{3} \cdot (r^2(t) + r_2^2 + r(t) \cdot r_2)$$

→ Formel für Kegel  
 →  $V = 1/3 \cdot \pi \cdot h \cdot r^2$   
 →  $h$  ist auch zeitabhängig!

$$\textcircled{3} \quad V_2(t) = \frac{\pi \cdot x(t)}{3} \cdot ((r(t) - a_p)^2 + (r_2 - a_p)^2 + (r(t) - a_p) \cdot (r_2 - a_p))$$

→  $V_2$  wieder  $a_p$  abziehen  
 → (siehe Folie 20)



Konstante Drehzahl:

$$\textcircled{3} x(t) = f \cdot n \cdot t \quad \rightarrow h = x = f \cdot n$$

$$\textcircled{4} r(t) = \frac{f \cdot n \cdot t}{l_w} \cdot (r_1 - r_2) + r_2 \quad \begin{array}{l} \rightarrow r = (h/l_w) \cdot (r_1 - r_2) + r_2 \\ \rightarrow \text{Differenz} + \text{Radius}_2 = \text{Zielradius} \end{array}$$

$$\textcircled{5} r^2(t) = \frac{f^2 \cdot n^2 \cdot t^2}{l_w^2} \cdot (r_1 - r_2)^2 + \frac{2 \cdot f \cdot n \cdot t}{l_w} \cdot (r_1 - r_2) \cdot r_2 + r_2^2$$

→ Wir benötigen  $r^2$

→ Binomische Formel!  $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

→ Ableiten der einzelnen  
Volumenformeln  $V_1$  und  $V_2$

⑥ Konstante Drehzahl:  
 $Q_w(t) = \dot{V}_1(t) - \dot{V}_2(t)$

$$V_1(t) = \overbrace{\frac{\pi \cdot x(t)}{3}}^A \cdot \overbrace{(r^2(t) + r_2^2 + r(t) \cdot r_2)}^B$$

→ Ableitung nach  
Produktregel

$$y = u(x) \cdot v(x)$$

$$y' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$$

$$\dot{V}_1(t) = \overbrace{\frac{\pi \cdot \dot{x}(t)}{3} \cdot (r^2(t) + r_2^2 + r(t) \cdot r_2)}^A + \overbrace{\frac{\pi \cdot x(t)}{3} \cdot (r^2(\dot{t}) + \dot{r}(t) \cdot r_2)}^B$$

Konstante Drehzahl:

→ Ableiten der einzelnen  
Volumenformeln V1 und V2

$$\textcircled{b} Q_w(t) = \dot{V}_1(t) - \dot{V}_2(t)$$

$$V_2(t) = \overbrace{\frac{\pi \cdot x(t)}{3}}^A \cdot \overbrace{((r(t) - a_p)^2 + (r_2 - a_p)^2 + (r(t) - a_p) \cdot (r_2 - a_p))}^B$$

$$\dot{V}_2(t) = \frac{\pi \cdot \dot{x}(t)}{3} \cdot ((r(t) - a_p)^2 + (r_2 - a_p)^2 + (r(t) - a_p) \cdot (r_2 - a_p)) +$$

$$\frac{\pi \cdot x(t)}{3} \cdot (r^2(\dot{t}) - 2 \cdot a_p \cdot \dot{r}(t) + \dot{r}(t) \cdot (r_2 - a_p))$$

Konstante Drehzahl:

$$\textcircled{1} \dot{x}(t) = f \cdot n$$

$$\dot{r}(t) = \frac{f \cdot n}{I_w} \cdot (r_1 - r_2)$$

$$r^2(\dot{t}) = \frac{2 \cdot f^2 \cdot n^2 \cdot t}{I_w^2} \cdot (r_1 - r_2)^2 + \frac{2 \cdot f \cdot n}{I_w} \cdot (r_1 - r_2) \cdot r_2$$

$v = \text{Weg/Zeit}$



Konstante Drehzahl:

$$\textcircled{8} \quad Q_w(0) = 1088,5 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_w(t_{\max} = 57,1 \text{ s}) = 1641 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}}$$

$$t_{\max} = \frac{l_w}{f \cdot n} = \frac{200 \text{ mm}}{0,35 \text{ mm} \cdot 600 \frac{\text{U}}{\text{min}}} = 57,1 \text{ s}$$