

Praktikum Signale und Systeme und Regelungstechnik

Modul 5032.2

Aktives Filter

Übung 4.2

1 Einleitung

In dieser Übung wird ein aktiver Bandpass berechnet, auf die vorgegebenen Eigenschaften abgestimmt und ausgemessen. Die gemessenen Werte werden anschliessend mit einer Simulation überprüft.

Ziele:

- Repetition der Berechnungsmethoden für Netzwerke mit Operationsverstärkern.
- Dimensionierung und Abstimmung mit Hilfe des Gain-Phase-Meters eines Bandpassfilters 2. Ordnung.
- Messung des Amplituden und Phasenganges mit einem Netzwerk-Analyzer.
- Vergleich der Messungen mit der Simulation.

Zeitaufwand: 4 Lektionen

2 Theorie

Aktive Filter lassen sich auch durch mitgekoppelte Verstärker realisieren. Allerdings muss die Verstärkung β durch eine interne Gegenkopplung auf einen genau definierten Wert festgelegt werden. Der Spannungsteiler R_0 , $(\beta-1) \cdot R_0$ in Bild 2 bewirkt diese Gegenkopplung und stellt die innere Verstärkung auf den Wert β ein. Die Mitkopplung erfolgt über den Kondensator C_2 .

Die Übertragungsfunktion für einen Bandpass 2. Ordnung lautet in der allgemeinen Form:

$$H(s) = \frac{U_{\text{out}}(s)}{U_{\text{in}}(s)} = K \cdot \frac{\frac{\omega_0}{Q} \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot s + \omega_0^2} \quad (1)$$

Für ein stabiles System ergibt sich daraus der Frequenzgang durch die Substitution $s \rightarrow j\omega$:

$$H(j\omega) = \frac{U_{\text{out}}(j\omega)}{U_{\text{in}}(j\omega)} = K \cdot \frac{j \frac{\omega_0}{Q} \cdot \omega}{-\omega^2 + j \frac{\omega_0}{Q} \cdot \omega + \omega_0^2} \quad (2)$$

Mit den Definitionen: $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$ (3)

und $Q = \frac{f_0}{B} = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi \cdot B}$ (4)

Legende:	ω_0 :	Mittenkreisfrequenz
	Q:	Güte
	B:	3 dB-Bandbreite
	K:	Verstärkung bei Mittenfrequenz (Amplitudenmaximum)

Zur Realisierung dieses Frequenzganges gibt es verschiedene Schaltungen.
Wir wählen folgende:

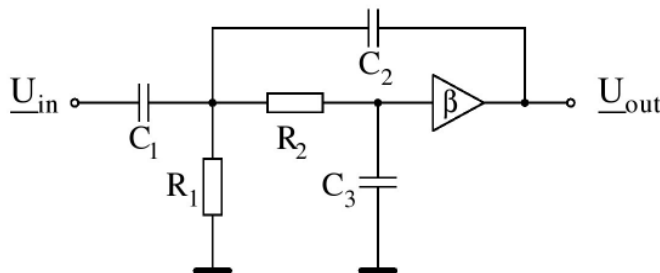
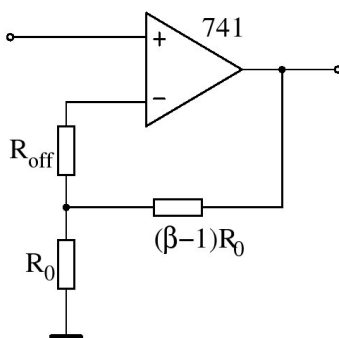


Bild 1: Aktiver Bandpass 2. Ordnung

Der β -Verstärker wird durch folgende Operationsverstärkungsschaltung realisiert:



Bei der Berechnung ist R_{off} zu vernachlässigen. Dieser Widerstand dient nur zur Offset-Kompensation:

Er wird so dimensioniert, dass die resultierenden Gleichstromwiderstände vom invertierenden und nichtinvertierenden Eingang zur Masse gleich sind.

Bild 2: Nichtinvertierender Verstärker

Berechnet man die Übertragungsfunktion des aktiven Bandpasses (Bild 1), so ergibt ein Koeffizientenvergleich mit (1) die charakteristischen Filtergrößen aus den Elementen wie folgt:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot (C_1 + C_2) \cdot C_3}} \quad (5a)$$

$$Q = \frac{1}{\omega_0 \cdot [R_1 \cdot (C_1 + C_2) + (R_1 + R_2) \cdot C_3 - \beta \cdot R_1 \cdot C_2]} \quad (5b)$$

$$K = R_1 \cdot C_1 \cdot \omega_0 \cdot Q \cdot \beta \quad (5c)$$

Zur Dimensionierung der 3 Kennwerte (ω_0 , Q , K) dieses Filters stehen 6 Parameter (R_1 , R_2 , C_1 , C_2 , C_3 et β) zur Verfügung, d.h. wir haben 3 Freiheitsgrade.

Bei der Analyse der Schaltung haben wir den Operationsverstärker als ideal angenommen. Theoretische Untersuchungen (Sensitivitätstheorie) zeigen nun, dass der Einfluss des realen Operationsverstärkers minimiert werden kann.

Für diese Schaltung erweist sich folgender Ansatz als recht günstig:

$$C_1 = C_2 = C \text{ und } C_3 = \frac{C}{2}$$

Aus praktischen Gründen wird C vorgewählt. Damit haben wir nun keinen Freiheitsgrad mehr, die Dimensionierung ist dadurch eindeutig.

Setzen wir $R_1 = R$ und $R_2 = r^2 \cdot R$

so folgt aus Gleichung:

$$(5a) \quad \omega_0 = \frac{1}{r \cdot R \cdot C} \quad (6a)$$

$$(5b) \quad Q = \frac{r}{2.5 + \frac{r^2}{2} - \beta} \quad (6b)$$

$$(5c) \quad K = \beta \cdot \frac{Q}{r} \quad (6c)$$

$$(6c) \quad r = \frac{\beta \cdot Q}{K} \quad (7)$$

(7) in (6b) eingesetzt ergibt eine Bestimmungsgleichung für β :

$$\beta^2 - \frac{2 \cdot K^2 + 2 \cdot K}{Q^2} \cdot \beta + \frac{5 \cdot K^2}{Q^2} = 0 \quad (8)$$

$$K > \sqrt{5} \cdot Q - 1 \quad (9)$$

Die Mittenfrequenzverstärkung kann also nicht frei vorgegeben werden!

Die Verstärkung β soll aus Empfindlichkeitsgründen möglichst klein gewählt werden.

Für die Bestimmung der Güte berechnet man die Frequenzen, bei denen die Phase um $\pm 45^\circ$ gegenüber der Phase bei Mittenfrequenz abweicht.

Es gilt:

$$\frac{\omega_{+45}}{\omega_0} = \frac{\sqrt{4 \cdot Q^2 + 1} - 1}{2 \cdot Q} \quad (10a)$$

$$\frac{\omega_{-45}}{\omega_0} = \frac{\sqrt{4 \cdot Q^2 + 1} + 1}{2 \cdot Q} \quad (10b)$$

$$\omega_{+45} \cdot \omega_{-45} = \omega_0^2 \quad \text{logarithmische Symmetrie} \quad (10c)$$

3 Aufgaben

Allgemein:

Die Herleitungen und Simulationen sind ausserhalb des Laborunterrichts durchzuführen!

- Optional: Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Filters in Bild 1 und verifizieren Sie die Gleichungen (3a, b, c).
- Optional: Simulieren Sie die Schaltung mit PSpice oder versuchen Sie die Dimensionierung mit einem Filter-Entwicklungsprogramm nachzuvollziehen.

Berechnungsablauf:

1. K vorgeben. (Bedingung (9) einhalten)
2. β berechnen. (kleineren Wert wählen)
3. r aus (7) berechnen.
4. $R = R_1$ aus (6a) berechnen.
5. $R_2 = r^2 \cdot R_1$

Dimensionierung:

- Dimensionieren Sie den Bandpass für die Kennwerte $f_0 = 1 \text{ kHz}$, $Q = 5$, $K = 25$, $C = 10 \text{ nF}$!
Für die Widerstände wählen Sie Normwerte, die höchstens $2 \text{ k}\Omega$ kleiner sind als der berechnete Wert. Gleichen Sie den exakten Wert mittels $2 \text{ k}\Omega$ Potentiometer in Serie ab.
Für R_0 wählen Sie $1 \text{ k}\Omega$.

Abstimmung:

Aus der Filtertheorie ist bekannt, dass die Mittenfrequenzabstimmung wichtiger ist als die Gütenabstimmung.

Die Abstimmung der Verstärkung ist von untergeordneter Bedeutung. Wir müssen also zuerst die Mittenfrequenz abstimmen, nachher die Güte, ohne aber die Mittenfrequenz wieder zu beeinflussen.

- Aus der Gleichung (6a) ist nun leicht ersichtlich, dass ω_0 durch Verändern von r und R , d.h. durch verändern von R_1 und/oder R_2 eingestellt werden kann. Da die Phase viel empfindlicher auf Änderungen der Mittenfrequenz reagiert als die Amplitude, wird somit die Phase entsprechend eingestellt.
- Die Güte kann nun mit β eingestellt werden (mit Hilfe der Gleichung (6b)), ohne die Mittenfrequenz wieder zu verändern.
Bei Filterstrukturen wo dies nicht möglich ist, muss ein Abgleich von f_0 und Q mehrmals durchgeführt werden.

Messungen:

- Messen Sie Amplituden- und Phasengang.
- $Q \rightarrow \infty$ bedeutet, dass das Filter schwingt. Stabilitätsgrenze?

4 Materialliste

- 1 Dualspeisegerät
- Sinusgenerator
- Gain-Phase-Meter
- Networkanalyzer
- Oszilloskop
- Multimeter
- Laborsteckbrett